

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛОТНОСТИ ПОТОКА ЭНЕРГИИ ВОЛН В ДЕТАЛЯХ АВТОМОБИЛЕЙ

Шапкина Ю.В.

*ФГБОУ ВПО «Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е.Алексеева», г. Нижний Новгород, Россия (603950, ГСП-41, Н. Новгород, ул. Минина, д.24), e-mail: from\_friends@mail.ru*

В статье приведен алгоритм для моделирования плотности потока энергии механических волн в деталях автомобилей. Геометрия деталей автомобиля аппроксимирована при помощи оболочечных элементов. Задача решена в статической постановке, с использованием неявного интегрирования метода конечных элементов. При заданных условиях нагружения и закрепления элементы конструкции испытывают продольные и поперечные деформации. Приведенные в статье выражения являются математическим описанием физических процессов, происходящих в тонкой оболочке - конечном элементе, на которые разбиваются исследуемые детали рулевого управления автомобилей. Используя такое математическое описание, становится возможным моделировать плотности потоков энергий механических волн в деталях и узлах автомобилей, как для энергии в целом, так для кинетической и потенциальной энергий отдельно. По результатам проведенных исследований было доказано, что векторы плотности потока энергии волны являются идентификаторами вибрационного поведения и позволяют: делать заключения о характере распределения вибрационной энергии в деталях автомобилей, объяснять и описывать появление вибрации в местах, где её источники, согласно традиционному анализу напряжений в деталях, отсутствуют.

Ключевые слова: плотность потока энергии, конечно-элементные модели, вибрация, детали и узлы автомобиля.

## MODELING ENERGY FLUX DENSITY WAVES IN DETAIL CARS

Shapkina Y.V.

*Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia (603950, Nizhny Novgorod, Minina street, 24), e-mail: from\_friends@mail.ru*

The paper gives an algorithm for the simulation of mechanical energy flux density waves in car details. In this case, parts of the car, subjected to longitudinal and transverse loads, are modeled by finite elements. The mathematical expressions for describing physical processes, which occurred in a of the steering column parts, modeled by thin shell - finite elements, are presented in this paper. Based on the implementation of the mathematical description to the finite element theory, it is possible to visualize the energy flux density of mechanical waves in parts and components of vehicle, both for whole energy and for the kinetic and potential energies separately. The results of the studies have shown, that the vectors of the wave energy flux density identify the vibrational behavior. This allows to make conclusions about the distribution of vibrational energy in automobile components, and describe the appearance of vibration in places where its sources absent, according to the traditional analysis of detail stresses.

Keywords: energy flux density, finite-element models, vibration, parts and components of the vehicle.

В большей части программных пакетов для моделирования инженерных конструкций, основанных на методах конечных элементов, принято следующее допущение. Конечный элемент – малая часть конструкции, имеющая простую форму, моделируется в рамках теории пластин и оболочек. Детали автомобилей можно представить как состоящие из большого количества оболочечных и балочных элементов. Это подтверждено многолетней практикой исследования, проектирования и производства автомобилей.

Чтобы исследовать плотность потока энергии волн в деталях автомобиля, необходимо применить положения теории энергии механических волн к теории метода конечных элементов. И на этой основе моделировать поведение узлов и деталей автомобиля,

состоящих из большого множества таких элементов.

Интенсивность волн или плотность потока энергии волны – это величина, равная потоку энергии, переносимой волной через единичную площадь, перпендикулярную направлению распространения волны, измеряется в Ваттах, деленных на квадратный метр. Из работ [1, 2] известно, что плотность потока энергии волны определяется следующими параметрами: плотностью среды, амплитудой, частотой и скоростью распространения волны. Чтобы от общих представлений Н.А. Умова перейти к инженерной методике, необходимо на основе теории механических волн и механики сплошных сред описать распространение плотности потока энергии волны в деталях и узлах автомобиля.

Геометрия деталей автомобиля, рассматриваемых в данной работе, аппроксимирована при помощи оболочечных элементов (1-го порядка интерполяции, редуцированной интеграции). Задача решена в статической постановке, с использованием неявного интегрирования метода конечных элементов. При заданных условиях нагружения и закрепления элементы конструкции испытывают продольные и поперечные деформации.

Если прилагаемая нагрузка содержит составляющие в плоскости пластины, то последняя будет одновременно работать и как диафрагма (мембрана), и на изгиб. Так происходит в деталях и узлах рулевого управления автомобилей. Такая комбинация рассматривается в методе конечных элементов в модели плоской оболочки (шелл-элемент).

Если принять допущения: пластина имеет симметричные свойства материала по отношению к срединной плоскости; секции, перпендикулярные к срединной плоскости остаются плоскими в процессе деформации и напряжения, перпендикулярные к пластине небольшие; смещения в плоскости («мембрана») и смещения вне плоскости («изгиб») можно рассматривать как отдельные; только нормальные внешние силы действуют на пластину; то достаточно рассматривать только изгибное поведение пластины.

Тогда уравнение плотности потока энергии волны во временной области [7, 8]:

$$I_i = \langle I_i(t) \rangle = \langle -\sigma_{ij}(t)u_j(t) \rangle, I(t) = - \begin{bmatrix} I_x \\ I_y \\ I_z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \overline{\sigma_{xx}u_x} & \overline{\tau_{xy}u_y} & \overline{\tau_{xz}u_z} \\ \overline{\tau_{yx}u_x} & \overline{\sigma_{yy}u_y} & \overline{\tau_{yz}u_z} \\ \overline{\tau_{zx}u_x} & \overline{\tau_{zy}u_y} & \overline{\sigma_{zz}u_z} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где  $I_i$  – интенсивность в направлении  $i$ ,  $u_j(t)$  – скорость частицы в направлении  $j$ ,  $\sigma_{ij}(t)$  – нормальные и касательные напряжения.

Автор работы [8] полагая, что изменение плотности потока энергии волны в детали для гармонических колебаний можно записать как

$$\nabla \cdot I = \frac{\partial I_x}{\partial x} + \frac{\partial I_y}{\partial y} + \frac{\partial I_z}{\partial z}, \quad (2)$$

и, далее подставляя в него выражения для определения  $I_i$  в направлении  $i$ , показал, что в частотной области действительная и мнимая части плотности потока энергии волны связаны с кинетической и потенциальной энергиями следующим образом:

$$\operatorname{Re}(\nabla \cdot I) = -2\xi\Omega e_p, \quad \operatorname{Im}(\nabla \cdot I) = -2\Omega(e_k - e_p), \quad (3)$$

где  $e_k$  и  $e_p$  – это кинетическая и потенциальная энергия волны в детали;  $\nabla$  – оператор Лапласа,  $\xi$  и  $\Omega$  – параметры, зависящие от демпфирования (затухания) колебаний и частоты.

Из выражения (3) следует, что:

- действительная часть кросс-спектра плотности потока энергии волны описывает потенциальную энергию и дает представление о распределении стоячих волн [1] в теле детали;

- мнимая часть кросс-спектра плотности потока энергии волны описывает разницу между кинетической и потенциальной энергиями в системе и дает представление о распределении бегущих волн [1] в теле детали.

Если обозначить преобразование Фурье от скорости частицы  $u(x, y, t)$  как  $\tilde{U}(x, y, \omega)$  :

$$\tilde{U}(x, y, \omega) = F\{u(x, y, t)\}, \quad (4)$$

Тогда, согласно работе [7], выражения для определения плотности потока энергии волны во временной области принимают следующий вид в частотной области (кросс-спектр плотности потока энергии волн):

$$\begin{aligned} \tilde{I}_x(x, y, \omega) &= \operatorname{Im}\{\tilde{\Gamma}_x\} - j \operatorname{Re}\{\tilde{\Gamma}_x\}, \\ \tilde{I}_y(x, y, \omega) &= \operatorname{Im}\{\tilde{\Gamma}_y\} - j \operatorname{Re}\{\tilde{\Gamma}_y\} \end{aligned} \quad (5)$$

и комплексные функции  $\tilde{\Gamma}$  определяется как:

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}_x(x, y, \omega) &= -B' \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \tilde{U}) \tilde{U}^* - \left( \frac{\partial^2 \tilde{U}}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \tilde{U}}{\partial y^2} \right) \frac{\partial \tilde{U}^*}{\partial x} - (1 - \mu) \frac{\partial^2 \tilde{U}}{\partial x \partial y} \frac{\partial \tilde{U}^*}{\partial y} \right], \\ \tilde{\Gamma}_y(x, y, \omega) &= -B' \left[ \frac{\partial}{\partial y} (\nabla^2 \tilde{U}) \tilde{U}^* - \left( \frac{\partial^2 \tilde{U}}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 \tilde{U}}{\partial x^2} \right) \frac{\partial \tilde{U}^*}{\partial y} - (1 - \mu) \frac{\partial^2 \tilde{U}}{\partial x \partial y} \frac{\partial \tilde{U}^*}{\partial x} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

В последних выражениях: знак «\*» указывает комплексное сопряжение величины;  $\operatorname{Im}\{\tilde{\Gamma}_i\}$  – действительная часть плотности потока энергии волны, полученная преобразованием Фурье мнимой части (6);  $\operatorname{Re}\{\tilde{\Gamma}_i\}$  – мнимая часть плотности потока энергии волны, полученная преобразованием Фурье действительной части (6).

Анализируя выражения (3) из работ [5, 6, 8] и выражения (5) из работы [7], можно

сделать следующие выводы.

После перехода из временной области в частотную:

— действительные части выражений (5), обозначенные  $\text{Im}\{\tilde{\Gamma}_i\}$ , описывают мнимую часть плотности потока энергии волны, т.е. стоячие волны, которые, согласно [2, 3], не переносят энергию; т.о., при анализе распределения плотности потока энергии волн в деталях автомобилей при помощи этой составляющей можно выявлять места концентрации и рассредоточения энергии механических волн;

— мнимые части выражений (5), обозначенные  $\text{Re}\{\tilde{\Gamma}_i\}$ , описывают действительную часть плотности потока энергии волны (разницу между кинетической и потенциальной энергиями), т.е. бегущие волны, которые переносят энергию [1, 2]; т.о., при анализе распределения плотности потока энергии волн в деталях автомобилей при помощи этой составляющей можно выявлять пути перемещения энергии механических волн.

Приведенные выше выражения являются математическим описанием физических процессов, происходящих в тонкой оболочке – конечном элементе, на которые разбиваются исследуемые детали рулевого управления автомобилей. И, следовательно, используя такое математическое описание, становится возможным моделировать плотности потоков энергий механических волн в деталях и узлах автомобилей, как для энергии в целом, так для кинетической и потенциальной энергий отдельно.

Чтобы реализовать в практике исследований методику расчета вибрационных параметров автомобиля с учетом плотности потока энергий волн в её деталях, был разработан алгоритм процедуры моделирования (представлен на рисунке 1), который позволил получить поля плотностей потоков потенциальной и кинематической энергий механических волн в деталях рулевой колонки легковых автомобилей.

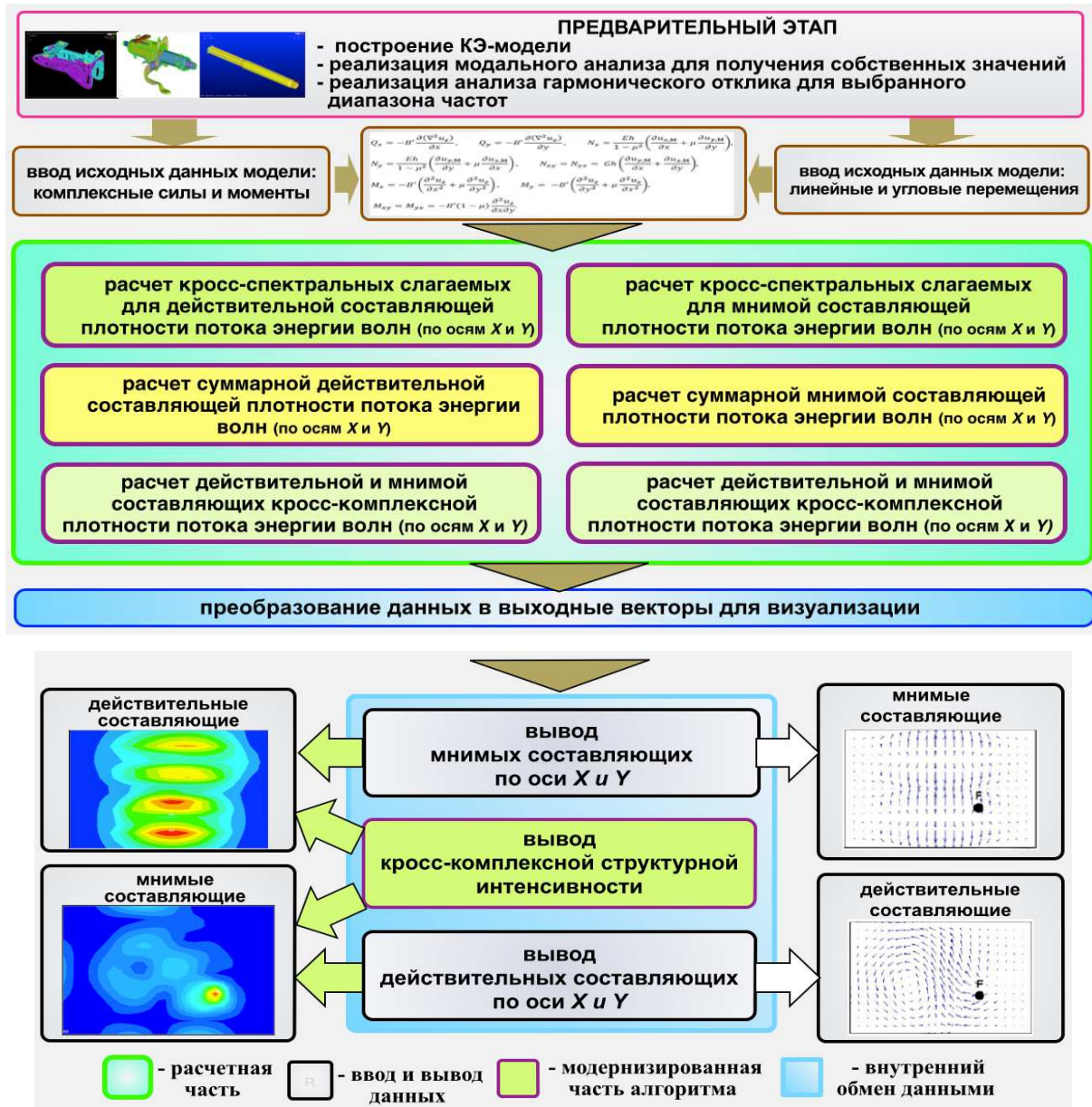
Результаты моделирования плотности потока энергии волн, напряжений и перемещений в верхнем вале рулевой колонки *VW PQ35 GP* приведены на рис. 2 (максимальные значения величин соответствуют красному цвету, минимальные – синему) [3, 4]. Из приведенных на этом рисунке данных можно заключить:

- распределение перемещений и деформаций в вале рулевой колонки соответствует классическим представлениям – напряжения и перемещения элементов вала убывают от места приложения нагрузки к месту крепления (заделки) (см. второй и четвертый ряды на рис. 2);

- при изменении дэмпфирования качественная картина распределения напряжений и перемещений по телу вала сохраняется, меняются лишь значения напряжений и деформаций

(см. второй и четвертый ряды на рис. 2);

- места концентрации потоков вибрационной энергии не соответствуют местам максимальных напряжений и перемещений (сравнение первого и второго, и третьего, и четвертого рядов, соответственно, на рис. 2);



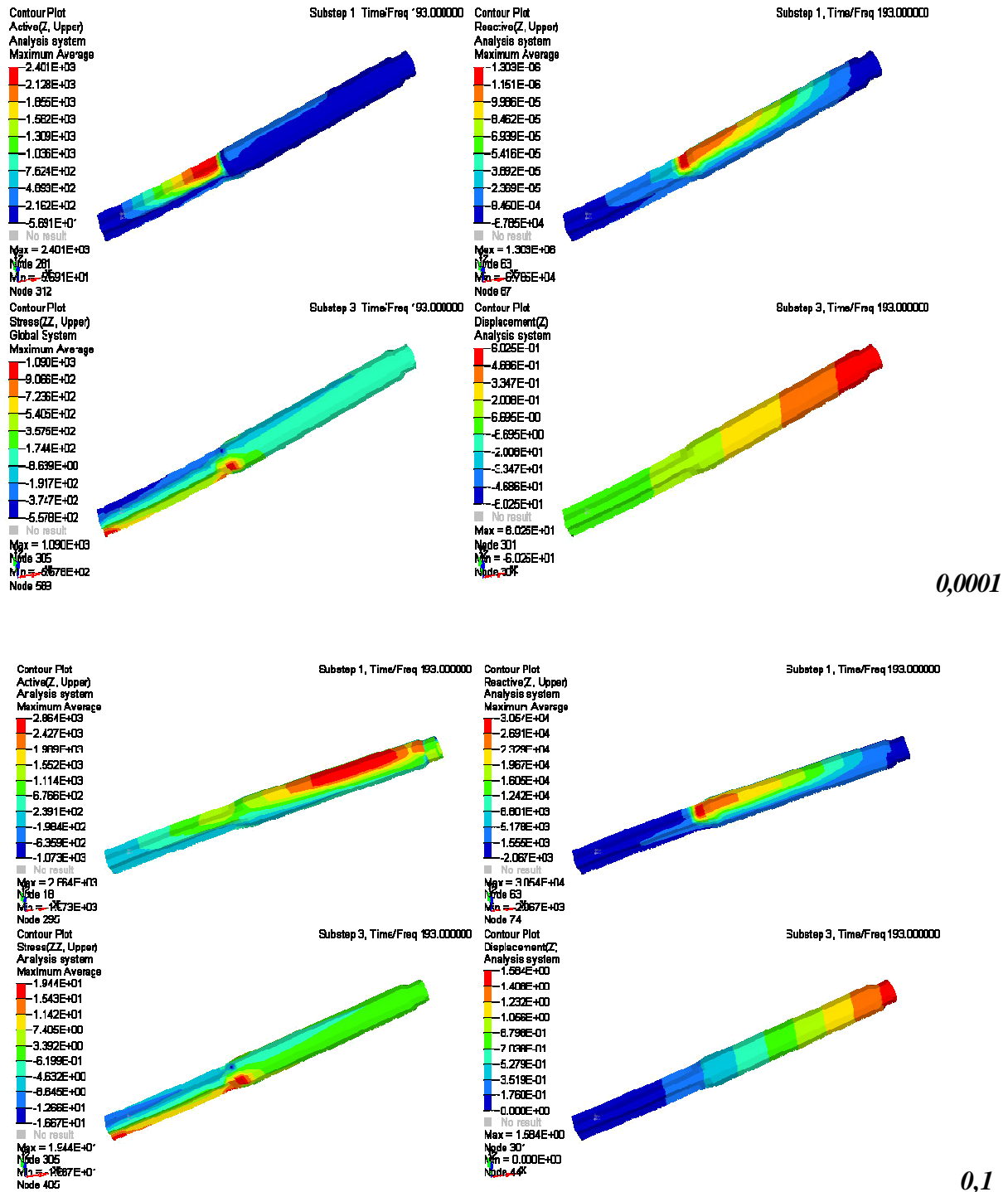
**Рис. 1. Алгоритм для моделирования плотности потока энергии механических волн в деталях автомобилей**

- поле распространения действительной части потоков вибрационной энергии не меняется при изменении демпфирования в тысячу раз; можно заключить, что эта часть потоков вибрационной энергии описывает поведение стоячих волн и описывает потенциальную энергию в деталях (первый и третий ряд, правый рисунок);

- у мнимой части потоков вибрационной энергии происходит перемещение мест концентрации с изменением демпфирования; можно заключить, что эта часть потоков вибрационной энергии описывает поведение бегущих волн, и описывает перемещение

энергии в деталях (первый и третий ряд, левый рисунок);

- при увеличении демпфирования область концентрации действительной части вибрационной энергии увеличивается и перемещается ближе к источнику нагрузки (первый и третий ряд, левый рисунок).



**Рис. 2. Моделирование поведения верхнего вала рулевой колонки VW PQ35 GP («Фольксваген») при двух значениях коэффициента демпфирования: первый и второй ряды - 0,0001, третий и четвертый ряды - 0,1; первый и третий ряды - распределение действительной (активной) части (слева) и мнимой (реактивной) части плотности потока энергии волны;**

## **второй и четвертый ряды - напряжения (слева) и деформации по оси аппликат**

По результатам проведенных исследований [3, 4] было доказано, что векторы плотности потока энергии волны являются идентификаторами вибрационного поведения и позволяют: делать заключения о характере распределения вибрационной энергии в деталях автомобилей, объяснять и описывать появление вибрации в местах, где её источники, согласно традиционному анализу напряжений в деталях, отсутствуют.

### **Список литературы**

1. Седов, Л. И. Механика сплошной среды. Т.1. / Л. И. Седов – М.: Наука, 1970.– 492 с.
2. Седов, Л. И. Механика сплошной среды. Т.2. / Л. И. Седов – М.: Наука, 1970. – 568 с.
3. Шапкина, Ю.В. Применение инновационной системы численного моделирования (*FEM*) для исследования виброакустических характеристик (*NVH*) деталей автомобиля / Ю.В. Шапкина, А.Г. Китов, У.Ш. Вахидов, В.А. Шапкин // Сетевое издание «Вестник Мининского университета» НГПУ, Н. Новгород.– 2013. - № 1 (4). – С. 374-385.
4. Шапкина, Ю.В. Сравнительный анализ картин распределения вибрационной энергии при различных видах нагрузки прилагаемой к модели / Ю.В. Шапкина, У.Ш. Вахидов // Будущее технической науки: материалы XII международной молодежной научно-технической конференции, НГТУ – Н. Новгород, 2013.– С. 147-150.
5. Gavric L., Pavic G. A finite element method for computation of structural intensity by normal mode approach. // Journal of Sound and Vibration. – 1993. - 164(1). – P. 29- 43.
6. Gavric L., Pavic G. Computation of structural intensity in beam-plate structures by numerical modal analysis using FEM, Proc. of the Third Int. Conf. on Intensity Techniques, Senlis, 214, 1990. – pp. 207.
7. Nejade A., Singh R. Flexural intensity measurement on finite plates using modalspectrum ideal filtering //Journal of Sound and Vibration. – 2002. - 256(1). – P. 33-63.
8. Pavic G. The role of damping on energy and power in vibrating systems. //Journal of Sound and Vibration. – 2005. - 281. – P. 45-71.

### **Рецензенты:**

Беляков В.В., д.т.н., профессор кафедры «Автомобили и тракторы» ФГБОУ ВПО «Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева», г. Нижний Новгород.

Слюсарев А.С., д.т.н., профессор кафедры «Прикладной механики и подъемно-транспортных машин» ФГБОУ ВПО «Волжская государственная академия водного транспорта», г. Нижний Новгород.