

СКОРОСТИ СКОЛЬЖЕНИЯ ТОЧЕК КОНТАКТА ЗВЕНЬЕВ МЕХАНИЗМОВ С ЗСТК С ДИАМЕТРАМИ РАЗНОЙ ВЕЛИЧИНЫ ПРИ ВЕДУЩЕМ НАРУЖНОМ КОЛЬЦЕ И ВВОДЕ ПОПРАВКИ ПО РАДИУСУ ДОРОЖКИ КАЧЕНИЯ ЭТОГО ЖЕ ЗВЕНА

Меснянкин М.В.¹, Мерко М.А.¹, Колотов А.В.¹, Митяев А.Е.¹

¹ФГАОУ ВПО «Сибирский федеральный университет», Красноярск, Россия (660041, г. Красноярск, пр. Свободный, 79), e-mail: markus444@yandex.ru, m.merko@mail.ru

Проведен анализ состояния рассматриваемой проблемы. Приводится решение задачи по определению величин скоростей скольжения точек контакта тел качения с дорожкой качения наружного кольца механизмов с ЗСТК с диаметрами разной величины при ведущем наружном кольце и вводе поправки по радиусу дорожки качения этого же звена для любого вида симметричной структурной схемы. Составлена расчетная модель, получена формула для расчета скоростей скольжения точек контакта и установлены возможные диапазоны их значений. Полученные результаты позволяют обеспечить работоспособность приводов технологического оборудования, разработанных на базе механизма с ЗСТК посредством правильного расчета значения нагружающей внешней силы, действующей на его ведущее звено, а также определить передаточное отношение и коэффициент полезного действия механизма. Разработан программный комплекс «Эксцентрик», зарегистрированный в Реестре программ для ЭВМ Федеральной службы по интеллектуальной собственности России (РОСПАТЕНТ), позволяющий повысить эффективность процесса реализуемых вычислений для механизмов рассматриваемого вида.

Ключевые слова: замкнутая система тел качения, механизм с замкнутой системой тел качения, тела качения, сепаратор, дорожка качения, скорости скольжения.

SLIDING VELOCITY OF THE CONTACT POINTS MECHANISMS WITH A CLOSED SYSTEM OF ROLLING ELEMENTS WITH A DIAMETER OF DIFFERENT SIZE WITH THE LEADING OUTER RING AND INTRODUCE CORRECTIONS ALONG THE RADIUS OF THE RACEWAY OF THE SAME LINK

Mesnyankin M.V.¹, Merko M.A.¹, Kolotov A.V.¹, Mityaev A.Ye.¹

¹Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia (660041, Krasnoyarsk, Svobodny Prospect, 79), e-mail: markus444@yandex.ru, m.merko@mail.ru

The analysis of the status of the problem. We present solving the problem of the determination sliding velocities of the mechanism elements contact points with the closed system of the rolling elements with various diameters of the outer driving ring and using the correction for the radius of the rolling track in this element for any symmetric structural scheme. Calculation model and formula for calculating the sliding velocity of the contact points with the possible value ranges was developed. The obtained results helps to ensure the efficiency of the technological equipment drives with the closed system of the rolling elements by the correct calculation of the external force. In addition, we can define transmission ratio and coefficient of efficiency. Was developed a program "Eccentric", registered in the Register of programs of the Russian Federal Service for Intellectual Property. This program allows improving the efficiency of calculations for the mechanisms of this species.

Key words: rolling body closed system, mechanism with rolling body closed system, rolling body, cage, raceway, sliding speed.

Введение

Работоспособность технологического оборудования обеспечивается рядом параметров механизма привода, основными из которых являются кинематические параметры. Процесс модернизации и дальнейшего развития промышленного потенциала РФ выводит на первый план потребность формирования приводов технологического оборудования на базе механизмов, обладающих достаточно простой структурой, образованной минимально возможным числом подвижных звеньев и кинематических пар. Повышение эффективности технологического оборудования является актуальной задачей,

решение которой возможно обеспечить посредством использования механизмов с замкнутой системой тел качения (ЗСТК), обладающих требуемыми передаточными отношениями и позволяющих реализовать сложное движение выходного звена при минимально возможном числе подвижных звеньев. Механизмы с ЗСТК обладают структурой, которая образована совокупностью двух колец с дорожками качения, сепаратора (водило) и тел качения с диаметрами равной или разной величины, которые могут обладать гладкими рабочими поверхностями (фрикционные) [1; 3-10] или поверхностями с выступами (зубчатые) [1]. Коллектив авторов проводит исследования геометрических и кинематических параметров исполнительных механизмов технологического оборудования, разработанного на базе механизмов с ЗСТК с диаметрами разной (эксцентрикковые) [1-3; 8-10] или равной (соосные) [4-7] величины. В ходе исследований [1-10] установлено, что задача определения номинальных значений геометрических параметров механизмов с ЗСТК имеет решение только при двух направлениях ввода поправки, т.е. либо $R_H \neq \text{const}$, либо $R_B \neq \text{const}$.

Для механизмов с ЗСТК с диаметрами разной величины характерно наличие нескольких видов структурных схем механизмов (рис. 1).

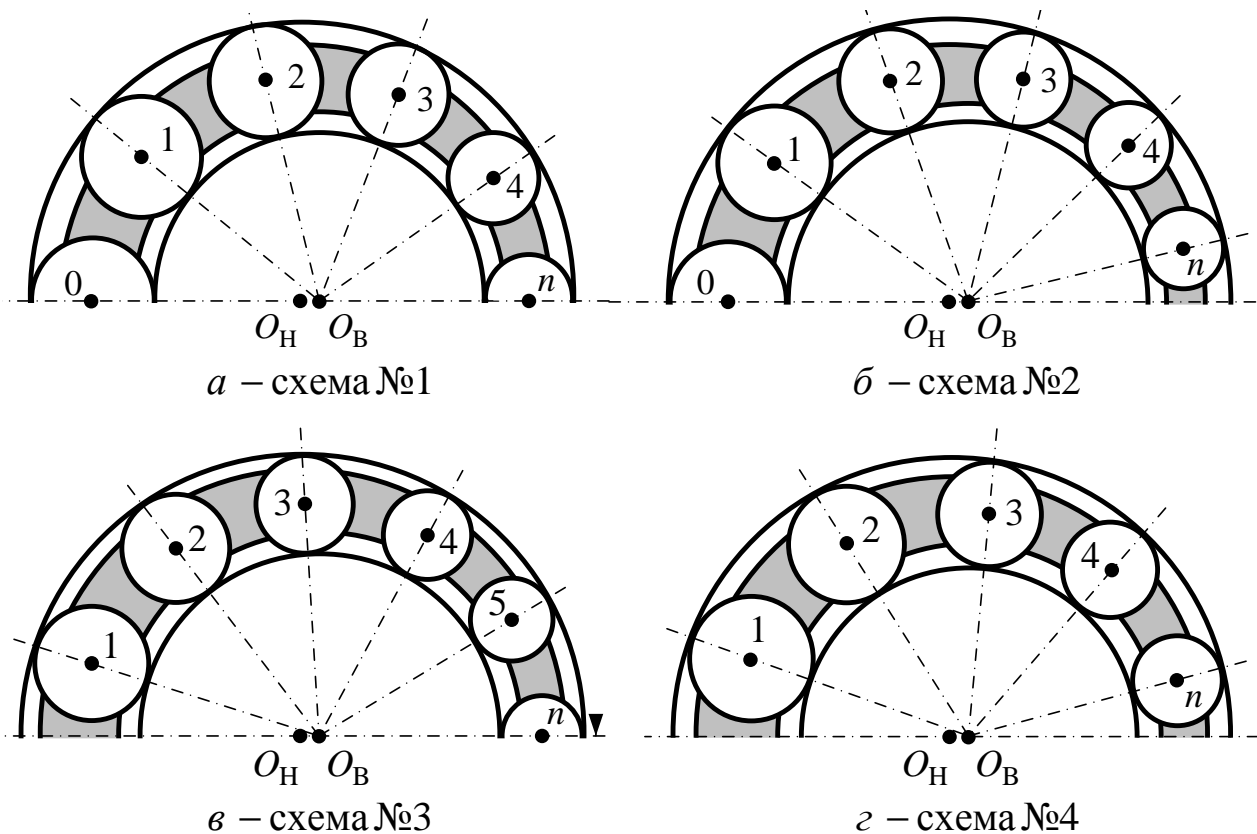


Рис. 1. Виды симметричных структурных схем механизмов с ЗСТК с диаметрами разной величины

Наличие сепаратора в структуре механизмов с ЗСТК (рис. 1) позволяет исключить контакт тел качения друг с другом, обеспечив между ними наличие зазора. Передача движения между звеньями в этом случае осуществляется посредством непосредственного контакта тел качения с дорожками качения обоих колец. Механизмы данного вида относятся к фрикционным эпициклическим механизмам, что указывает на наличие скольжения в зонах контакта их звеньев. Для обеспечения работоспособности механизмов с ЗСТК необходимо создать достаточное прижатие контактирующих поверхностей звеньев. Это невозможно без определения величин скоростей скольжения точек контакта тел качения с дорожками качения обоих колец, непосредственно оказывающих влияние на передаточное отношение.

Настоящее исследование проводится с целью разработки алгоритма определения скоростей скольжения точек контакта звеньев механизмов с ЗСТК с диаметрами разной величины для любого вида симметричной структурной схемы при ведущем наружном кольце и вводе поправки в расчет номинальных величин геометрических параметров по радиусу дорожки качения этого же звена. Полученные результаты позволят обеспечить работоспособность приводов технологического оборудования на базе механизмов с ЗСТК с диаметрами разной величины.

Методы исследования, применяемые в настоящей работе, основаны на принципах кинематического анализа эпициклических механизмов при использовании положений геометрии и тригонометрии.

В соответствии с вышеуказанной целью рассмотрим ход решения поставленной задачи на примере расчета величин скоростей скольжения точек контакта i -го тела качения с дорожками качения обоих колец механизма с ЗСТК с диаметрами разной величины при ведущем наружном кольце и вводе поправки в расчет номинальных величин геометрических параметров по радиусу дорожки качения этого же звена. Для этого составим расчетную модель (рис. 2) и примем следующие исходные условия и обозначения: $ДК_В$, $ДК_Н$ – дорожки качения внутреннего и наружного колец; $R_В$, $R_Н$, $O_В$ и $O_Н$ – радиусы и геометрические центры дорожек качения внутреннего и наружного колец; e – эксцентриситет; S – сепаратор (водило); c – зазор между телами качения; r_0 , r_1 , r_i и O_0 , O_1 , O_i – радиусы и геометрические центры максимального, первого и i -го тел качения; $O_Н$, $1_Н$, $i_Н$ и $O_В$, $1_В$, $i_В$ – точки контакта i -го тела качения с дорожками качения наружного и внутреннего колец; $X_В O_В Y_В$ – неподвижная система координат, жестко связанная с внутренним кольцом; $X_Н O_Н Y_Н$, $X_i i_В Y_i$ и $X_{Вi} i Y_{Вi}$ – подвижные системы координат, жестко связанные с наружным кольцом и i -м телом качения; $\varphi_Н$ – угловая координата наружного кольца в неподвижной системе координат $X_В O_В Y_В$; φ_i и $\varphi_{Вi}$ – угловые координаты точки i -го тела качения в подвижных системах координат $X_i i_В Y_i$ и $X_{Вi} i Y_{Вi}$.

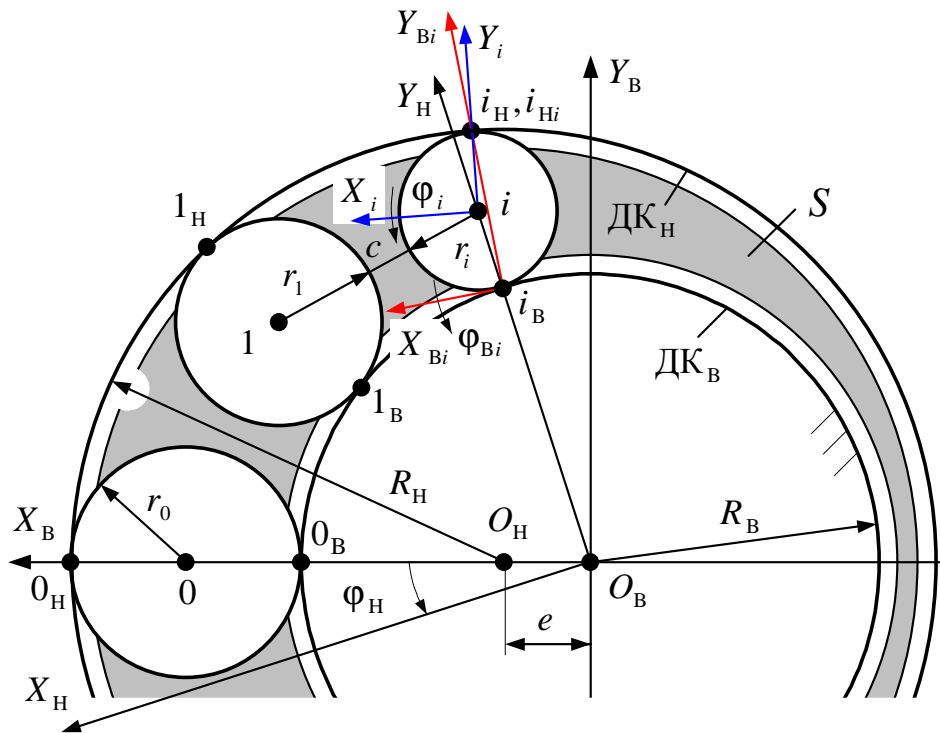


Рис. 2. Расчетная модель механизма с ЗСТК с диаметрами разной величины и зазором

Анализ расчетной модели механизма с ЗСТК (рис. 2) при рассматриваемых условиях показывает, что двойная точка контакта i -го тела качения с дорожкой качения наружного кольца образована совпадением точек i_H и i_{Hi} , расположенных на поверхностях обоих контактирующих звеньев, которые в статическом состоянии механизма совпадают. При движении звеньев точки i_H и i_{Hi} будут перемещаться с разными линейными скоростями. В этом случае положение точки i_H , принадлежащей дорожке качения наружного кольца в подвижной системе координат $X_H O_B Y_H$, определяется при помощи радиус-вектора

$$\tilde{\rho}_0^{(i_H)} = A(\varphi_H) \cdot \tilde{\rho}_0^{(i)}, \quad (1)$$

где $A(\varphi_H)$ – матрица поворота дорожки качения наружного кольца с угловой координатой φ_H ; $\tilde{\rho}_0^{(i)}$ – радиус-вектор, определяющий положение точки i_H , принадлежащей дорожке качения наружного кольца в неподвижной системе координат $X_B O_B Y_B$.

Представим составляющие формулы (1) в виде

$$\tilde{\rho}_0^{(i_H)} = \begin{pmatrix} x_{0H} \\ y_{0H} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$A(\varphi_H) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_H) & -\sin(\varphi_H) & 0 \\ \sin(\varphi_H) & \cos(\varphi_H) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$\tilde{\rho}_0^{(i)} = A_1^{(i)} \cdot A_2^{(i)} \cdot \tilde{r}_i, \quad (4)$$

здесь x_{0H}, y_{0H} – координаты точки i_H , принадлежащей дорожке качения наружного кольца в системе координат $Y_H O_B X_H$; $A_1^{(i)}, A_2^{(i)}$ – матрицы перехода [8] координат дорожки качения наружного кольца в неподвижную систему координат $X_B O_B Y_B$; \tilde{r}_i – единичный вектор.

Абсолютное движение точки i_{Hi} , принадлежащей i -му телу качения, разложим на два составляющих движения (рис. 2). Первым является относительное вращательное движение вокруг оси, проходящей через его центр с угловой координатой φ_i . Вторым является вращательное движение центра i -го тела качения вокруг оси, проходящей через мгновенный центр скоростей (точки i_B) с угловой координатой φ_{Bi} . Тогда положение точки i_{Hi} , принадлежащей i -му телу качения в подвижной системе координат $X_H O_B Y_H$, определяется при помощи радиус-вектора

$$\tilde{\rho}_0^{(i_{Hi})} = A(\varphi_i) \cdot A(\varphi_{Bi}) \cdot \tilde{\rho}_0^{(i)}, \quad (5)$$

где $A(\varphi_i)$ и $A(\varphi_{Bi})$ – матрицы поворота i -го тела качения относительно точек i и i_B ; $\tilde{\rho}_0^{(i)}$ – радиус-вектор, определяемый по равенству (4).

Представим составляющие формулы (5) в виде

$$\tilde{\rho}_0^{(i_{Hi})} = \begin{pmatrix} x_{0i_{Hi}} \\ y_{0i_{Hi}} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$A(\varphi_i) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_i) & -\sin(\varphi_i) & 0 \\ \sin(\varphi_i) & \cos(\varphi_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$A(\varphi_{Bi}) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_{Bi}) & -\sin(\varphi_{Bi}) & 0 \\ \sin(\varphi_{Bi}) & \cos(\varphi_{Bi}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

здесь $x_{0i_{Hi}}, y_{0i_{Hi}}$ – координаты точки i_{Hi} принадлежащей i -му телу качения в подвижной системе $Y_H O_B X_H$.

Подставив равенства (6)-(8) в выражение (5) и преобразовав, получим

$$\tilde{\rho}_0^{(i_{Hi})} = A(\varphi_i + \varphi_{Bi}) \cdot \tilde{\rho}_0^{(i)}, \quad (9)$$

где

$$A(\varphi_i + \varphi_{Bi}) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_i + \varphi_{Bi}) & -\sin(\varphi_i + \varphi_{Bi}) & 0 \\ \sin(\varphi_i + \varphi_{Bi}) & \cos(\varphi_i + \varphi_{Bi}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Абсолютное скольжение в зоне контакта i -го тела качения с дорожкой качения наружного кольца механизма с ЗСТК с диаметрами разной величины определим как

$$\Delta \tilde{\rho}_0^{(i_H)} = \tilde{\rho}_0^{(i_{Hi})} - \tilde{\rho}_0^{(i_H)}. \quad (11)$$

Подставив в формулу (11) равенства (1) и (9) и продифференцировав по времени с учетом (2)-(4), (6)-(8) и (10), получим

$$\frac{d(\Delta \tilde{\rho}_0^{(i_H)})}{dt} = \left[\frac{\partial \tilde{\rho}_0^{(i_{Hi})}}{\partial \varphi_i} \dot{\varphi}_i + \frac{\partial \tilde{\rho}_0^{(i_{Hi})}}{\partial \varphi_{Bi}} \dot{\varphi}_{Bi} - \frac{\partial \tilde{\rho}_0^{(i_H)}}{\partial \varphi_H} \dot{\varphi}_H \right] \cdot \tilde{\rho}_0^{(i)}, \quad (12)$$

здесь

$$\frac{d(\Delta \tilde{\rho}_0^{(i_H)})}{dt} = \begin{pmatrix} \Delta v_{xH} \\ \Delta v_{yH} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \tilde{\rho}_0^{(i_{Hi})}}{\partial \varphi_i} = \begin{pmatrix} -\sin(\varphi_i + \varphi_{Bi}) & -\cos(\varphi_i + \varphi_{Bi}) & 0 \\ \cos(\varphi_i + \varphi_{Bi}) & -\sin(\varphi_i + \varphi_{Bi}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \tilde{\rho}_0^{(i_{Hi})}}{\partial \varphi_{Bi}} = \begin{pmatrix} -\sin(\varphi_i + \varphi_{Bi}) & -\cos(\varphi_i + \varphi_{Bi}) & 0 \\ \cos(\varphi_i + \varphi_{Bi}) & -\sin(\varphi_i + \varphi_{Bi}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \tilde{\rho}_0^{(i_H)}}{\partial \varphi_H} = \begin{pmatrix} -\sin(\varphi_H) & -\cos(\varphi_H) & 0 \\ \cos(\varphi_H) & -\sin(\varphi_H) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Подставив в формулу (12) равенства (13)-(16) и преобразовав, будем иметь

$$\begin{pmatrix} \Delta v_{xH} \\ \Delta v_{yH} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{0H} \\ y_{0H} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} \cdot x_{0H} + a_{12} \cdot y_{0H} \\ a_{21} \cdot x_{0H} + a_{22} \cdot y_{0H} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Приведем равенство (17) к параметрическому виду

$$\begin{cases} \Delta v_{x2} = a_{11} \cdot x_{0H} + a_{12} \cdot y_{0H}, \\ \Delta v_{y2} = a_{21} \cdot x_{0H} + a_{22} \cdot y_{0H}, \end{cases} \quad (18)$$

где

$$a_{11} = \dot{\varphi}_H \sin(\varphi_H) - (\dot{\varphi}_i + \dot{\varphi}_{Bi}) \sin(\varphi_i + \varphi_{Bi}), \quad (19)$$

$$a_{12} = \dot{\varphi}_H \cos(\varphi_H) - (\dot{\varphi}_i + \dot{\varphi}_{Bi}) \cos(\varphi_i + \varphi_{Bi}), \quad (20)$$

$$a_{21} = -\dot{\varphi}_H \cos(\varphi_H) + (\dot{\varphi}_i + \dot{\varphi}_{Bi}) \cos(\varphi_i + \varphi_{Bi}), \quad (21)$$

$$a_{22} = \dot{\varphi}_H \sin(\varphi_H) - (\dot{\varphi}_i + \dot{\varphi}_{Bi}) \sin(\varphi_i + \varphi_{Bi}). \quad (22)$$

В результате решения системы (18) с учетом равенств (19)-(22) получим формулу для расчета скорости скольжения двойной точки контакта i -го тела качения с дорожкой качения наружного кольца механизма с ЗСТК с диаметрами разной величины

$$v_{\text{ск}} = \sqrt{\Delta v_{xH}^2 + \Delta v_{yH}^2}. \quad (23)$$

Используя программный комплекс «Эксцентрик», зарегистрированный в Реестре программ для ЭВМ Федеральной службы по интеллектуальной собственности (РОСПАТЕНТ № 2012614197), выполняем расчет скоростей скольжения двойных точек контакта тел качения с дорожкой качения наружного кольца механизма с ЗСТК с диаметрами разной величины для всех видов симметричных структурных схем. Примем, что $R_H = 100$ мм, $R_B = 50$ мм, $e = 6$ мм, $c = 6$ мм, угловая скорость наружного кольца $\omega_H = 50 \text{ с}^{-1}$. По полученным результатам выполняем синтез диаграммы скоростей скольжения (рис. 3).

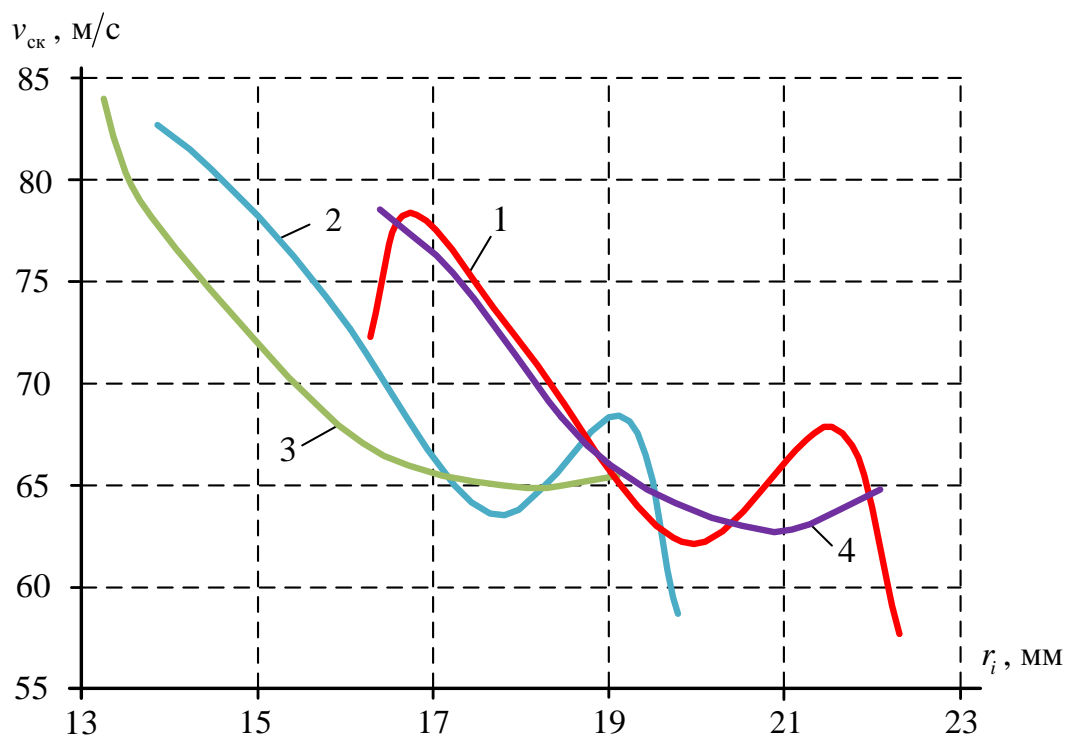


Рис. 3. Диаграмма скоростей скольжения точек контакта тел качения с дорожкой качения наружного кольца механизма с ЗСТК с диаметрами разной величины

Анализ диаграммы (рис. 3) показывает, что рост значений радиусов тел качения приводит к снижению величины скоростей скольжения. Различия в видах кривых скоростей скольжения объясняются особенностями состава структуры каждого вида механизма с ЗСТК. Вид кривой 1 соответствует наличию в структуре механизма на горизонтальной оси симметрии максимального и минимального тел качения (рис. 1а). Особенность кривой 2 является следствием расположения на горизонтальной оси симметрии только максимального

тела качения (рис. 1б). Кривая скоростей скольжения 3 соответствует наличию на горизонтальной оси симметрии только минимального тела качения (рис. 1в), а для кривой 4 характерно отсутствие на горизонтальной оси симметрии и максимального и минимального тел качения (рис. 1г). Сокращение числа тел качения вызывает рост величин скоростей скольжения двойных точек контакта тел качения с дорожкой качения наружного кольца для любого вида симметричной структурной схемы механизма с ЗСТК с диаметрами разной величины. При принятых условиях расчета минимально возможные значения скоростей скольжения имеют место для кривой 1 (рис. 3), что объясняется наличием больших величин радиусов тел качения при схожем их количестве в структуре механизма с замкнутой системой тел качения. Максимально возможные значения скоростей скольжения соответствуют кривой 3, что является следствием уменьшения величин радиусов тел качения при том же их числе. В то же время при принятых условиях значения скоростей скольжения точек контакта звеньев механизма с ЗСТК лежат в интервале 57,7-84,05 м/с.

Заключение. В результате получена формула для расчета величин скоростей скольжения точек контакта тел качения с дорожкой качения наружного кольца для любого вида симметричной структурной схемы механизма с ЗСТК с диаметрами разной величины при ведущем наружном кольце и вводе поправки в расчет номинальных величин геометрических параметров по радиусу дорожки качения этого же звена. Установлен характер изменения и диапазон возможных значений скоростей скольжения при заданных условиях. Это позволяет обеспечить работоспособность приводов технологического оборудования, разработанных на базе механизма с ЗСТК посредством расчета значения нагружающей внешней силы, а также определить передаточное отношение и коэффициент полезного действия механизма.

Список литературы

1. Мерко М.А. Кинематические и геометрические характеристики эксцентрикового механизма качения : автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.02.02. - Красноярск, 2002. - 26 с.
2. Мерко М.А., Беляков Е.В., Колотов А.В., Меснянкин М.В., Митяев А.Е. Повышение качества обработки плоских поверхностей шлифовальной машиной с эксцентриковым эпициклическим механизмом // Сборник научных трудов Sworld по материалам международной научно-практической конференции. - 2013. - Т. 3. - № 1. - С. 15-19.
3. Мерко М.А., Меснянкин М.В., Колотов А.В. Формирование областей существования механизма с ЗСТК с диаметрами равной величины с сепаратором (водило) при вводе поправки по дорожке качения внутреннего кольца // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. - 2013. - № 4. - С. 54-58.

4. Мерко М.А., Меснянкин М.В., Колотов А.В., Кайзер Ю.Ф., Лысянников А.В. Корректировка расчета геометрических параметров механизмов с ЗСТК по радиусу дорожки качения внутреннего кольца // Современные проблемы науки и образования. - 2013. - № 6. - URL: www.science-education.ru/113-11778.
5. Мерко М.А., Меснянкин М.В., Кайзер Ю.Ф., Колотов А.В., Митяев А.Е., Лысянников А.В., Кузнецов А.В. Передаточные отношения планетарных механизмов с ЗСТК с диаметрами равной величины при ведущем внутреннем кольце и вводе поправки по радиусу дорожки качения этого же звена // Современные проблемы науки и образования. - 2014. - № 1. - URL: www.science-education.ru/115-12219.
6. Меснянкин М.В., Мерко М.А., Колотов А.В., Митяев А.Е. Моделирование результатов решения задачи по определению номинальных величин геометрических параметров симметричных структурных схем механизмов с ЗСТК с диаметрами равной величины // Молодой ученый. - 2013. - № 7. - С. 60-65.
7. Меснянкин М.В., Мерко М.А., Колотов А.В., Митяев А.Е. Условия симметрии механизмов с замкнутой системой тел качения // Вестник Таджикского технического университета. - 2013. - № 3. - С. 29-34.
8. Меснянкин М.В., Мерко М.А., Колотов А.В., Митяев А.Е. Результаты решения задачи о положениях звеньев ЭМК при ведущем внутреннем кольце // Вестник Таджикского технического университета. - 2013. - № 1. - С. 35-41.
9. Меснянкин М.В., Мерко М.А., Колотов А.В., Митяев А.Е., Белякова С.А. Определение границ областей существования механизма-прототипа ЭМК без сепаратора при вводе поправки по дорожке качения наружного кольца // Сборник научных трудов Sworld по материалам международной научно-практической конференции. - 2013. - Т. 3. - № 1. - С. 33-38.
10. Меснянкин М.В., Мерко М.А., Митяев А.Е., Колотов А.В., Груздев Д.Е. Особенности геометрии симметричных структурных схем механизмов с ЗСТК с диаметрами разной величины // Сборник научных трудов Sworld по материалам международной научно-практической конференции. - 2013. - Т. 4. - № 2. - С. 55-61.

Рецензенты:

Меновщиков В.А., д.т.н., профессор, профессор кафедры «Прикладная механика», ФГАОУ ВПО «Сибирский федеральный университет», г. Красноярск.

Еркаев Н.В., д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры «Прикладная механика», ФГАОУ ВПО «Сибирский федеральный университет», г. Красноярск.