

ПРИМЕНЕНИЕ ЧАСТОТНОГО МЕТОДА ДЛЯ РАСЧЕТА ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ПАРАМЕТРОВ СКИН-СЛОЯ МАССИВНЫХ ПРОВОДНИКОВ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Носов Г.В.¹, Косилова Д.Ю.¹

¹ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет», Томск, Россия (634050, г. Томск, ГСП пр. Ленина, 30), e-mail: nosov@tpu.ru

Предложена методика определения эквивалентных параметров скин-слоя массивных проводников с учетом их адиабатного нагрева при импульсном электромагнитном поле с заданной магнитной напряженностью на поверхности проводника, которая основывается на частотном методе и может использоваться для расчета токоподводящих шин, электромагнитных экранов, обрабатываемых электромагнитным давлением металлических деталей, роторов и обмоток импульсных электромашинных генераторов. Разработанная методика получена на основе уравнений электромагнитного поля, которые могут быть запрограммированы, например, в среде Mathcad для инженерного расчета эквивалентных параметров массивных проводников импульсных электрофизических устройств при их автоматизированном проектировании. Определяемые толщина скин-слоя и его усредненная температура, активное сопротивление и внутренняя индуктивность проводника, максимальное давление электромагнитного поля на проводник зависят от амплитуды, длительности и формы импульса магнитной напряженности на поверхности проводника.

Ключевые слова: частотный метод, скин-слой, параметры, массивный, проводник, адиабатный нагрев, температура, сопротивление, индуктивность, давление.

APPLICATION OF FREQUENCY METHOD FOR CALCULATION OF EQUIVALENT PARAMETERS OF THE SKIN-LAYER OF MASSIVE CONDUCTORS AT PULSE ELECTROMAGNETIC FIELD

Nosov G.V.¹, Kosilova D.Y.¹

¹Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russia (634050, Tomsk, Lenin Prospect, 30), e-mail: nosov@tpu.ru

Methods proposed for the determination of equivalent parameters of the skin-layer of massive conductors with their adiabatic heating at pulsed electromagnetic field with a given magnetic strength on the surface of the conductor, which is based on the frequency method and can be used to calculate the current-carrying buses, electromagnetic shielding, electromagnetic pressure processed metal, rotors and windings of dynamo-electric pulse generator. The developed method was obtained on the basis of equations of the electromagnetic field, which can be programmed, for example, in Mathcad for engineering calculations of equivalent parameters of massive conductors pulsed electro physical devices, when they aided design. Determined by the thickness of the skin-layer and its average temperature, resistance and internal inductance of the conductor, the maximum pressure of the electromagnetic field on the conductor depends on the amplitude, duration and pulse shape of the magnetic intensity at the surface of the conductor.

Keywords: frequency method, skin-layer, parameters, massive, conductor, adiabatic heating, temperature, resistance, inductance, pressure.

Введение

В настоящее время многие электрофизические устройства, работающие при импульсных электромагнитных полях, имеют такие массивные проводники, как токоподводящие шины, электромагнитные экраны, обрабатываемые электромагнитным давлением металлические детали, роторы и обмотки импульсных электромашинных генераторов. При экспериментальном и теоретическом исследовании таких устройств возникает необходимость учета поверхностного эффекта в массивных проводниках. Для упрощения анализа, особенно при оптимизации, могут быть использованы формулы для расчета

эквивалентных параметров поверхностного слоя (скин-слоя) массивных проводников, которыми являются толщина скин-слоя и его усредненная температура, активное сопротивление и внутренняя индуктивность проводника, максимальное давление электромагнитного поля на проводник [2–4]. Поэтому расчет эквивалентных параметров скин-слоя массивных проводников при импульсном электромагнитном поле представляется актуальной задачей.

Цель данной работы заключается в получении формул для инженерного расчета эквивалентных параметров скин-слоя массивных проводников в переходном режиме при заданном импульсном электромагнитном поле.

Допущения

Для получения расчетных формул сделаем следующие допущения.

1. Скин-слой проводника характеризуется постоянными величинами магнитной проницаемости μ (Гн/м), удельной проводимости γ (1/Ом·м) и усредненной температуры θ (°С), причем [7]:

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{1 + \alpha[\theta - \theta_0]}, \quad (1)$$

где γ_0 – удельная проводимость при температуре θ_0 , которая была у проводника до воздействия импульсного электромагнитного поля;

α – постоянный температурный коэффициент (1/°С).

2. Нагрев скин-слоя происходит адиабатно без учета теплообмена с окружающей средой при постоянных значениях удельной теплоемкости C (Дж/кг·°С) и объемной плотности ρ (кг/м³) проводника [7].

3. Размеры массивных проводников и радиусы кривизны их поверхности существенно превосходят глубину проникновения в них импульсного электромагнитного поля, поэтому будем исходить из представления о плоской одномерной электромагнитной волне, проникающей в проводящее полупространство перпендикулярно его поверхности и полностью затухающей в его теле [2; 6].

4. Импульсное электромагнитное поле задается магнитной напряженностью на поверхности проводника $H_s(t)$ – это импульсная функция времени t длительностью τ .

5. Импульсное электромагнитное поле в проводнике имеет нулевые начальные условия, т.е. при $t=0$ поле в проводнике полностью отсутствует, даже если $H_s(0) \neq 0$.

Методика расчета

Совместим границу проводящего полупространства с плоскостью xOy в декартовой системе координат (рис. 1), так что для плоской одномерной электромагнитной волны

векторы напряженностей электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} полей имеют по одной составляющей, зависящих от координаты z и времени t [2; 6]:

$$\vec{E} = E_x(z, t) \cdot \vec{1}_x; \quad \vec{H} = H_y(z, t) \cdot \vec{1}_y,$$

где $\vec{1}_x, \vec{1}_y$ – единичные векторы, направленные по осям x и y соответственно.

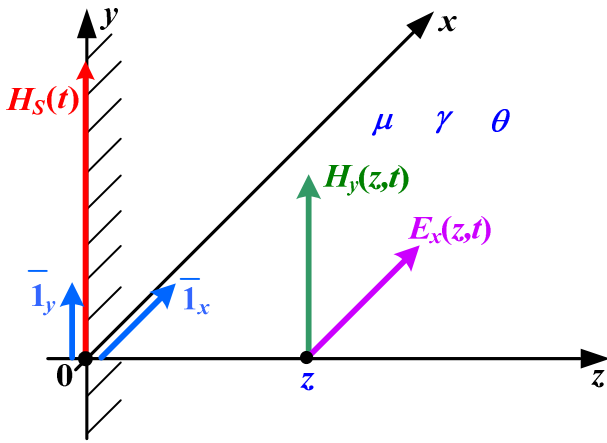


Рис. 1. Проводящее полупространство: $H_s(t) = H_y(0, t)$ – магнитная напряженность на поверхности проводника

В этом случае процесс проникновения электромагнитного поля в проводник описывается следующим уравнением [2; 6]

$$\frac{\partial^2 H_y(z, t)}{\partial z^2} = \mu \gamma \frac{\partial H_y(z, t)}{\partial t} \quad (2)$$

при плотности тока

$$\delta_x(z, t) = \gamma E_x(z, t) = -\frac{\partial H_y(z, t)}{\partial z}. \quad (3)$$

Примем, что при $z \rightarrow \infty$ электромагнитная волна полностью затухает, тогда граничные условия имеют вид:

$$H_y(0, t) = H_s(t); \quad H_y(\infty, t) = 0; \quad \delta_x(\infty, t) = 0. \quad (4)$$

При нулевых начальных условиях воспользуемся спектральным (частотным) методом и по одностороннему прямому преобразованию Фурье найдем спектральную функцию магнитной напряженности на поверхности проводника [5]:

$$H_{sm}(j\omega) = \int_0^{\infty} H_s(t) \cdot \exp(-j\omega t) dt = H_{sm}(\omega) \cdot \exp[j\varphi_s(\omega)], \quad (5)$$

где $H_{sm}(\omega)$ и $\varphi_s(\omega)$ – амплитудная и фазовая спектральные характеристики импульса магнитной напряженности на поверхности проводника;

$j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица.

При этом уравнения (2, 3) в комплексной форме примут вид [2; 6]:

$$\frac{d^2 H_{ym}(z, j\omega)}{dz^2} = j\omega\mu\gamma H_{ym}(z, j\omega); \quad \delta_{xm}(z, j\omega) = -\frac{dH_{ym}(z, j\omega)}{dz}, \quad (6)$$

где $H_{ym}(z, j\omega)$ и $\delta_{xm}(z, j\omega)$ – комплексные амплитуды магнитной напряженности и плотности тока в функции координаты z и угловой частоты ω .

Решение уравнений (6) с учетом (4, 5) будет следующим [2; 6]:

$$H_{ym}(z, j\omega) = H_{sm}(j\omega) \cdot \exp[-p(j\omega) \cdot z]; \quad (7)$$

$$\delta_{xm}(z, j\omega) = p(j\omega) \cdot H_{sm}(j\omega) \cdot \exp[-p(j\omega) \cdot z], \quad (8)$$

где постоянная распространения электромагнитной волны равна

$$p(j\omega) = \frac{1+j}{\Delta(\omega)} \quad (9)$$

при эквивалентной глубине проникновения синусоидальной электромагнитной волны с угловой частотой ω в проводящее полупространство

$$\Delta(\omega) = \sqrt{\frac{2}{\mu\gamma\omega}}. \quad (10)$$

Далее на основании обратного преобразования Фурье [5] с использованием формул (7–10) можно определить магнитную напряженность и плотность тока в проводящем полупространстве:

$$H_y(z, t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \left\{ \operatorname{Re} [H_{ym}(z, j\omega)] \right\} \cos(\omega t) \cdot d\omega; \quad (11)$$

$$\delta_x(z, t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \left\{ \operatorname{Re} [\delta_{xm}(z, j\omega)] \right\} \cos(\omega t) \cdot d\omega. \quad (12)$$

Затем находим усредненные во времени значения мощности тепловых потерь [2; 3; 6]

$$P = \frac{l_x l_y}{\gamma\tau} \int_0^\tau \left[\int_0^\infty \delta_x(z, t)^2 dz \right] dt \quad (13)$$

и энергии магнитного поля

$$W = \frac{\mu l_x l_y}{2\tau} \int_0^\tau \left[\int_0^\infty H_y(z, t)^2 dz \right] dt, \quad (14)$$

l_x и l_y – размеры проводника по осям x и y соответственно (рис. 1).

При среднеквадратичном значении напряженности на поверхности проводника

$$H = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} H_s(t)^2 dt} \quad (15)$$

согласно закону полного тока [6] имеем для тока $i(t)$ среднеквадратичное значение

$$I = H \cdot l_y = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} i(t)^2 dt}. \quad (16)$$

При активном сопротивлении

$$R = \frac{l_x}{\gamma \Delta_R l_y} \quad (17)$$

и внутренней индуктивности

$$L = \frac{\mu \Delta_L l_x}{l_y} \quad (18)$$

запишем усредненные значения мощности тепловых потерь

$$P = I^2 R, \quad (19)$$

и энергии магнитного поля

$$W = \frac{LI^2}{2}, \quad (20)$$

где Δ_R, Δ_L – эквивалентные толщины скин-слоя для расчета сопротивления и внутренней индуктивности соответственно.

Из равенства (13, 19) и (14, 20), с учетом (15–18), определяем эквивалентные толщины скин-слоя для расчета сопротивления

$$\Delta_R = \frac{\int_0^{\tau} H_s(t)^2 dt}{\int_0^{\tau} \left[\int_0^{\infty} \delta_x(z, t)^2 dz \right] dt} \quad (21)$$

и внутренней индуктивности

$$\Delta_L = \frac{\int_0^{\tau} \left[\int_0^{\infty} H_y(z, t)^2 dz \right] dt}{\int_0^{\tau} H_s(t)^2 dt}. \quad (22)$$

При адиабатном нагреве скин-слоя толщиной Δ_R можно записать уравнение [7]:

$$P = C\rho \frac{\theta - \theta_0}{\tau} l_x l_y \Delta_R, \quad (23)$$

тогда с учетом (1, 13, 21) получаем уравнение для усредненной температуры этого слоя

$$\theta = \frac{1 + (\xi - \alpha)\theta_0}{\xi - \alpha} \quad (24)$$

при расчетном параметре (1/°C):

$$\xi = C\rho\gamma_0 \frac{\int_0^\tau H_s(t)^2 dt}{\left\{ \int_0^\tau \left[\int_0^\infty \delta_x(z,t)^2 dz \right] dt \right\}^2}. \quad (25)$$

Уравнение (24) решается методом итераций: задаемся температурой θ ; по (1) находим γ ; по (12) определяем $\delta_x(z,t)$; по (25) рассчитываем ξ ; по (24) получаем θ ; по (1) находим γ и т.д. Расчеты ведем до повторения значений температуры θ .

Давление электромагнитного поля на проводник, которое направлено вдоль оси z (рис. 1), найдем следующим образом [2]:

$$\sigma_z(t) = \mu \int_0^\infty [\delta_x(z,t) H_y(z,t)] dz, \quad (26)$$

причем это давление имеет некоторое максимальное значение σ_m , которое должно быть меньше допустимого значения $\sigma_{\text{аиі}}$, исходя из механической прочности проводника.

Результаты расчета

При угловой частоте $\omega_0 = m\pi/\tau$ радиоимпульса напряженности с синусным заполнением

$$H_s(t) = \begin{cases} H_m \sin\left(\frac{m\pi}{\tau}t\right) & \text{і ðè } 0 < t < \tau; \\ 0 & \text{і ðè } t > \tau \end{cases} \quad (27)$$

при $H_m = 10^7$ (А/м); $\tau = 0,01$ (с) по запрограммированным в среде Mathcad [1] формулам (1–27) проведены расчеты эквивалентных параметров массивного проводника из отожженной меди [3; 7]: $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ (Гн/м); $\theta_0 = 20$ (°C); $\gamma_0 = 58 \cdot 10^6$ (См/м); $\alpha = 0,0043$ (1/°C); $\rho = 8900$ (кг/м³); $C = 385,5$ (Дж/кг·°C); $\sigma_{\text{аиі}} \approx 200$ (МПа) при $\theta_0 < \theta < 200$ (°C).

Рассчитанные эквивалентные параметры массивного проводника из отожженной меди приведены в таблице 1, где также указаны относительные эквивалентные толщины скин-слоя, найденные в [3] операторным методом и в [4] численным методом, причем в таблице обозначены для синусоидального электромагнитного поля с угловой частотой ω_0 в установившемся режиме: глубина проникновения $\Delta_0 = \sqrt{2/\mu\gamma\omega_0}$; максимум давления $\sigma_0 = \mu H_m^2/2 = 62,83$ (МПа).

Таблица 1

Эквивалентные параметры массивного медного проводника

Расчет						Из [3]		Из [4]	
m	θ	σ_m/σ_0	Δ_0	Δ_R/Δ_0	Δ_L/Δ_0	Δ_R/Δ_0	Δ_L/Δ_0	Δ_R/Δ_0	Δ_L/Δ_0
–	°С	–	мм	–	–	–	–	–	–
0,5	40	1,19	14	0,84	0,49	–	–	1,35	0,25
1	40	1,04	9,74	1,20	0,71	1,43	0,56	1,55	0,50
1,5	70	1,18	8,42	0,92	0,56	–	–	1,15	0,45
2	75	1,06	7,35	1,02	0,60	1,12	0,54	1,20	0,50
2,5	103	1,15	6,89	0,93	0,54	–	–	1,07	0,50
3	106	1,08	6,32	1,00	0,59	1,09	0,52	1,05	0,50
3,5	135	1,14	6,11	0,93	0,54	–	–	1,04	0,50
4	139	1,06	5,74	0,98	0,57	1,06	0,52	1,03	0,50
4,5	167	1,13	5,63	0,94	0,54	–	–	1	0,50
5	171	1,07	5,37	0,98	0,56	1,04	0,53	1	0,50

На рис. 2 для напряженности (27) при $m=5$ приведены расчетные графики относительных временных зависимостей магнитной напряженности и плотности тока на поверхности проводника, где также указан график давления электромагнитного поля на проводник.

Заключение

1. Предложена методика определения эквивалентных параметров скин-слоя массивных проводников с учетом их адиабатного нагрева при импульсном электромагнитном поле, которая основывается на частотном методе и может использоваться для расчета токоподводящих шин, электромагнитных экранов, обрабатываемых электромагнитным

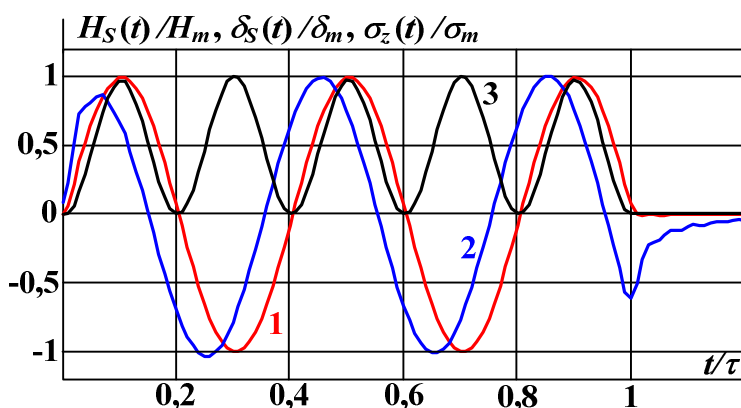


Рис. 2. Относительные временные зависимости: 1 – магнитная напряженность $H_s(t)/H_m$; 2 – плотность тока на поверхности проводника $\delta_s(t)/\delta_m$; 3 – давление электромагнитного поля на проводник $\sigma_z(t)/\sigma_m$; δ_m – максимальная плотность тока

давлением металлических деталей, роторов и обмоток импульсных электромашинных генераторов.

2. Разработанная методика получена на основе уравнений электромагнитного поля, которые могут быть запрограммированы, например, в среде Mathcad для инженерного расчета эквивалентных параметров массивных проводников импульсных электрофизических устройств при их автоматизированном проектировании.

3. Определяемые толщина скин-слоя и его усредненная температура, активное сопротивление и внутренняя индуктивность проводника, максимальное давление электромагнитного поля на проводник зависят от амплитуды, длительности и формы импульса магнитной напряженности на поверхности проводника.

4. Достоверность предлагаемой методики, основывающейся на частотном методе, подтверждается приемлемым совпадением результатов расчета эквивалентных толщин скин-слоя с результатами, полученными операторным и численным методами.

Работа выполнена в рамках государственного задания «Наука» 7.2826.2011 «Разработка и создание гибридной модели энергоблоков электростанций».

Список литературы

1. Дьяконов В.П. Mathcad 8/2000 : специальный справочник. – СПб. : Питер, 2000. – 592 с.
2. Немков В.С. Теория и расчет устройств индукционного нагрева / В.С. Немков, В.Б. Демидович. – Л. : Энергоатомиздат, 1988. – 280 с.
3. Носов Г.В. Эквивалентные параметры скин-слоя массивных проводников: расчет и анализ. – Saarbrücken : LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, 2012. – 195 с.
4. Петров С.Р. Расчет эквивалентных параметров скин-слоя с учетом джоулева нагрева // Электричество. – 1987. – № 6. – С. 61-63.
5. Теоретические основы электротехники : учебник для вузов / К.С. Демирчян, Л.Р. Нейман, Н.В. Коровкин, В.Л. Чечурин. – СПб.: Питер, 2003. – Т. 2. – 576 с.
6. Теоретические основы электротехники: учебник для вузов / К.С. Демирчян, Л.Р. Нейман, Н.В. Коровкин, В.Л. Чечурин. – СПб. : Питер, 2003. – Т. 3. – 377 с.
7. Теория электрических аппаратов / под ред. Г.Н. Александрова. – М. : Высшая школа, 1985. – 312 с.

Рецензенты:

Усов Ю.П., д.т.н., профессор кафедры ЭСиЭ ЭНИН ФГБОУ ВПО «НИ ТПУ», Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск.

Канев Ф.Ю., д.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник Института оптики атмосферы им. В.Е.
Зуева СО РАН, г. Томск.