

УДК 621.396.96:621.391

## ИССЛЕДОВАНИЕ СПИНОВОГО, СВЕТОВОГО И ЯДЕРНОГО КВАДРУПОЛЬНОГО ЭХА ПРИ ПОМОЩИ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОГО ИНТЕГРАЛА

Соколов О.В.

*ГОУ ВПО «Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого», Великий Новгород, Россия (173003, Великий Новгород, ул. Большая Санкт-Петербургская, 41), e-mail: o-v-sokolov@mail.ru*

Проведено исследование явлений ядерного квадрупольного, спинового и светового эха с помощью метода мультипликативного интегрирования. Установлено влияние наличия помехи при корреляционной обработке сигнала: при небольшой мощности шума полезный эхо-сигнал достаточно хорошо выделяется на фоне шума, а при значительной – сигнал совершенно не различим на фоне помех. Получена зависимость амплитуды эхо-сигнала от площади радиочастотного импульса при двухимпульсном возбуждении спинового эха в ферромагнитном поликристалле. Аналитически показана возможность усиления эхо-сигнала ядерного квадрупольного резонанса при использовании двухчастотного импульсного возбуждения вместо одночастотного. Найдено условие для получения в спиновых эхо-процессорах спектров сигналов в реальном масштабе времени по трехимпульсной методике без применения дополнительных устройств: либо спектр управляющего импульса должен зависеть определенным образом от характеристик исследуемого импульса, либо при заданном управляющем импульсе в виде линейно-частотно модулированного сигнала исследуемый импульс должен принадлежать соответствующему счетному набору сигналов.

Ключевые слова: спиновое эхо, мультипликативный интеграл, спектр сигнала.

## STUDY OF SPIN, PHOTON AND NUCLEAR QUADRUPOLE ECHO USING A PRODUCT INTEGRAL

Sokolov O.V.

*Yaroslav the Wise Novgorod State University, Novgorod the Great, Russia (173003, Novgorod the Great, Big St. Petersburg street, 41), e-mail: o-v-sokolov@mail.ru*

The phenomena of nuclear quadrupole, spin echo and photon echo were investigated using product integration algorithm. Established the influence of noise during correlation processing: echo-signal is well detected out at low power noise, but at high power noise signal cannot be detected. Obtained the signal amplitude from RF signal area with the double-pulse excitation of spin echo in ferromagnetic polycrystalline. Analytically demonstrated the possibility of amplification of echo-signal of nuclear quadrupole resonance using two instead of a single-frequency pulse excitation. Found a condition for obtaining the spectra of signals on the spin echo processors in real time using three-pulse method without the use of additional devices: range of control pulse should depend on the characteristics of test signal or the test signal must belong countable set of signals for a given control pulse in the form of a linear frequency-modulated signal.

Keywords: spin echo, product integral, signal spectra.

Ядерное квадрупольное, спиновое и световое эхо широко применяются для изучения внутренних движений в кристаллах, природы химической связи, комплексных соединений, дефектов в твердых телах. Эксперименты по ядерному квадрупольному эху, в отличие от экспериментов по обычному ядерному квадрупольному резонансу (ЯКР), позволяют не только получать сведения о константах квадрупольного взаимодействия, параметрах асимметрии и величинах химического сдвига, но и дают возможность исследования неравновесных состояний спин-систем (релаксационные процессы), внутренних электрических и магнитных локальных полей в кристаллах. Импульсные методы ЯКР позволяют наблюдать сигналы в неупорядоченных кристаллах, что существенно расширяет возможности метода.

При исследовании явлений ядерного квадрупольного, спинового и светового эха необходимо решать либо уравнение Шредингера, либо уравнения Блоха. И в том и в другом случае получается система линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами (СЛДУПК), решение которой можно представить с помощью мультипликативного интеграла [4]. Точное вычисление мультипликативного интеграла в большинстве случаев затруднительно, но даже использование нулевого приближения для мультипликативного интеграла позволяет получить необходимые аналитические результаты при исследовании явлений эха.

Ранее рядом авторов рассматривались вопросы резонансной обработки сигналов различными методами [2,3]. Одним из важных методов является корреляционная обработка сигнала. В моей работе исследовано влияние наличия помехи на форму эхосигнала в рамках модели Блоха, пригодной для описания спинового и светового эха в парамагнитных материалах.

В данной работе рассмотрено возникновение эха при трехимпульсном воздействии, когда второй сигнал следует за первым через время  $T_3$ , а третий сигнал следует за первым через время  $T$ . Проанализировано стимулированное эхо, возникающее в момент времени  $T + T_3$ .

Для сигнала стимулированного эха получено следующее выражение

$$E(t) = \int 2 \cdot g(\omega_0) S_{1-1}^*(t_1) \cdot S_{2-2}(t_2) \cdot S_{1-3}(t_3) \cdot b_2(t_2) \cdot b_3(t_3) \cdot \left[ 2 \cdot i \cdot b_1(t_1) \cdot (M_0 + c_{3-1}(t_1)) + \frac{1-a_1(t_1)}{m_1(t_1)} \cdot c_{2-1}(t_1) \cdot S_{2-1}(t_1) + \frac{a_1(t_1)}{m_1(t_1)} \cdot c_{1-1}(t_1) \cdot S_{2-1}^*(t_1) \right] \cdot \exp \left\{ -\frac{t}{T_2} + \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \cdot (T - T_3) + i \cdot \omega_0 \cdot (t - T_3 - T) \right\} d\omega_0, \quad (1)$$

где

$$S_{1-j}(t) = \int_0^t R_j(\tau) \cdot e^{\alpha\tau} \cdot e^{-i\omega_0\tau} d\tau, \quad S_{2-j}(t) = \int_0^t R_j(\tau) \cdot e^{-\alpha\tau} \cdot e^{-i\omega_0\tau} d\tau,$$

$S_{1-j}(t)$  – текущий спектр сигнала с возрастающей экспонентой,  $S_{2-j}(t)$  – текущий спектр сигнала с убывающей экспонентой,  $R_j(\tau)$  – радиочастотный сигнал,  $j = 1, 2, 3$  – номер сигнала;

$t_1, t_2, t_3$  – длительности первого, второго и третьего радиочастотных импульсов;

$$\alpha = \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}, \quad m_j(t) = S_{1-j}(t) \cdot S_{2-j}^*(t) + S_{1-j}^*(t) \cdot S_{2-j}(t), \quad b_j(t) = \frac{\sin\left(\sqrt{\frac{m_j(t)}{2}}\right)}{\sqrt{2 \cdot m_j(t)}}, \quad a_j(t) = \cos\left(\sqrt{\frac{m_j(t)}{2}}\right);$$

$$c_{1\_j}(t) = -2 \cdot i \cdot \beta \cdot M_0 \cdot \int_0^t S_{1\_j}(\tau) \cdot b_j(\tau) \cdot e^{\beta\tau} d\tau,$$

$$c_{2\_j}(t) = 2 \cdot i \cdot \beta \cdot M_0 \cdot \int_0^t S_{1\_j}^*(\tau) \cdot b_j(\tau) \cdot e^{\beta\tau} d\tau,$$

$$c_{3\_j}(t) = \beta \cdot M_0 \cdot \int_0^t a_j(\tau) \cdot e^{\beta\tau} d\tau,$$

$$\beta = \frac{1}{T_1};$$

$g(\omega_0)$  – неоднородно уширенная линия, которую считаем постоянной в пределах ширины спектров радиочастотных импульсов,  $M_0$  – начальная намагниченность,  $T_1$  – время продольной (спин-решеточной) релаксации,  $T_2$  – время поперечной (спин-спиновой) релаксации.

Изучено влияние помех на корреляционную обработку сигналов, в случае, если первый сигнал является радиоимпульсом с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ), второй представляет собой смесь ЛЧМ-сигнала и шума, а третий – очень короткий типа дельта-функции. Ввиду сложности выражения (1) нахождение эхо-сигнала было проведено путем численного интегрирования. На рис. 1 показана зависимость отношения сигнал-шум на выходе ( $S$ ) от отношения сигнал-шум на входе ( $I$ ), оба отношения отложены в дБ. Видно, что при небольших мощностях шума зависимость практически линейная, а с ростом мощности шума, что соответствует уменьшению отношения сигнал-шум, появляется нелинейность, что легко понять из формулы (1), так как при больших шумах сказываются входящие в нее нелинейные члены.

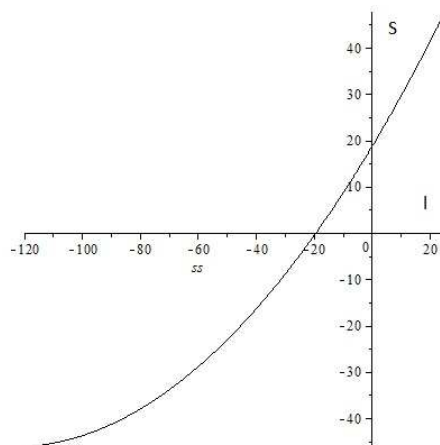


Рисунок 1. Зависимость отношения сигнал-шум на выходе от отношения сигнал-шум на входе. Длительность шумового сигнала в 5 раз больше, чем длительность ЛЧМ

Далее рассмотрим особенности сигналов спинового эха в ферромагнитных поликристаллах. В [1,9] рассматривалось возбуждение спинового эха случайными сигналами типа белого шума. Здесь рассмотрено импульсное возбуждение спинового эха в поликристаллическом образце, в каждом микрокристалле которого существует внутреннее постоянное магнитное поле, направленное случайным образом. Исследован случай, когда ядра имеют спин  $\frac{1}{2}$ . При воздействии на образец двух радиочастотных импульсов наблюдается спиновое эхо. В качестве первого импульса используется произвольный радиочастотный импульс, а второго – очень короткий импульс типа дельта-функции площадью  $\pi$ .

Известно, что в ферромагнетиках величина радиочастотного поля, действующего на ядра, усилена за счет сверхтонкого взаимодействия ядер с электронами в  $\eta$  раз, где  $\eta$  – неоднородный коэффициент усиления [8].  $\eta$  значительно больше для ядер, находящихся в стенках, разделяющих соседние домены, чем в центральных областях доменов. Поэтому основной вклад в эхо-сигнал дают ядра в стенках. Будем считать  $\eta$  константой, и под величиной радиочастотного поля подразумевать уже усиленную в  $\eta$  раз напряженность поля.

В предположении, что все направления внутреннего постоянного поля равновероятны и для возникающего при вычислениях мультипликативного интеграла достаточно ограничиться нулевым приближением, путем усреднения по сферическим углам  $\theta, \varphi$  найдена намагниченность для сигнала двухимпульсного эха во всем поликристаллическом образце

$$\overline{M}_z = \int \frac{i\hbar\gamma}{4} g_0 \left( S^* e^{i\omega_0(t-2T)} - S e^{-i\omega_0(t-2T)} \right) \frac{|S|^2 + (|S|^2 - 3) \left( \frac{1}{2} |S| \tilde{H}_0(|S|) - \tilde{H}_1(|S|) \right)}{|S|^4} d\omega_0, (2)$$

где  $S$  – спектр радиоимпульса, частота заполнения  $\omega_1$  которого близка к центральной частоте  $\omega_0$ , и длительность  $\tau_1 \ll \frac{1}{\omega_1}$ ,  $\tilde{H}_0, \tilde{H}_1$  – специальные функции Струве,  $g_0$  – постоянная в пределах ширины спектра  $S$  неоднородно уширенная линия.

Вместо уравнения Шредингера для волновой функции системы можно использовать уравнения Блоха непосредственно для намагниченности. Был проведен расчет без учета релаксации, и полученное выражение для намагниченности полностью аналогично (2).

На рис. 2 показана зависимость амплитуды спинового эха от площади импульса радиочастотного поля  $A\tau_1$ ,  $A = \gamma H_1$ , рассчитанная для радиочастотного импульса с

прямоугольной огибающей с амплитудой напряженности  $H_1$ ,  $\omega_1 = 10^7 \text{ c}^{-1}$  и длительностью  $\tau_1 = 10^{-5} \text{ c}$ . Величина амплитуды эхо-сигнала отложена в относительных единицах.

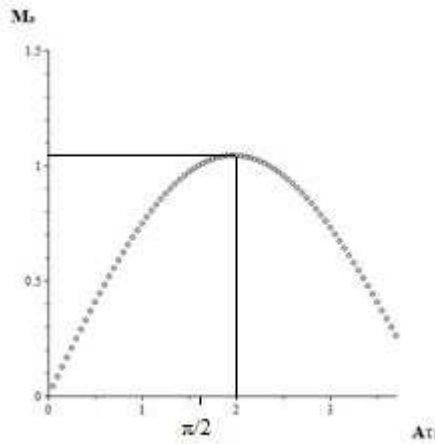


Рисунок 2. Зависимость амплитуды эхо-сигнала от площади радиочастотного импульса.

Так как при вычислении мультипликативного интеграла было использовано нулевое приближение, то полученные результаты справедливы при площади радиочастотного сигнала не более чем  $A\tau_1 = \pi$ . При больших площадях радиочастотного сигнала для расчета величины эха необходимо использовать следующие приближения для мультипликативного интеграла. При этом появятся спектры сигнала на частоте, сдвинутой по отношению к частоте  $\omega_0$ . Величина сдвига будет зависеть от величины радиочастотного сигнала [7].

Также в работе были рассмотрены особенности ЯКР при двухчастотном возбуждении по сравнению с одночастотным. При импульсном возбуждении образец подвергается воздействию радиочастотных импульсов (импульсы с высокочастотным заполнением). Сигналы ЯКР при этом наблюдаются после импульсов. В работе [5] были предприняты попытки рассчитать сигналы эха для радиочастотных импульсов конкретной формы, а впоследствии авторы занимались исследованием конкретных веществ. В данной работе рассматривается воздействие радиочастотных импульсов совершенно произвольной формы.

При воздействии двух импульсов на одинаковой частоте сигнал двухимпульсного эха

$$\langle I_x \rangle = \frac{N}{(2J+1)kT} \frac{i\hbar\omega_2}{2} S_1^*(\omega_2) S_2^2(\omega_2) \left\{ \frac{\sqrt{5} \sin(\sqrt{5}|S_1(\omega_2)|)}{2 |S_1(\omega_2)|} \frac{\sin^2\left(\frac{\sqrt{5}}{2}|S_2(\omega_2)|\right)}{|S_2(\omega_2)|^2} + \right. \\ \left. + \sqrt{2} \frac{\sin(2\sqrt{2}|S_1(\omega_2)|)}{|S_1(\omega_2)|} \frac{\sin^2(\sqrt{2}|S_2(\omega_2)|)}{|S_2(\omega_2)|^2} \right\}, \quad (3)$$

где  $N$  – число частиц в системе,  $T$  – ее температура,  $\omega_{12} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\hbar}$  – собственная частота перехода,  $\lambda_k$  ( $k = 1, 2, 3$ ) – собственные значения невозмущенного гамильтониана системы,  $S_1, S_2$  – спектры первого и второго сигналов.

При воздействии первого импульса на двух частотах

$$\langle I_x \rangle = \frac{N}{(2J+1)kT} \frac{i}{2} S_1^*(\omega_{12}) S_2^2(\omega_{12}) \left[ h\omega_{12} \frac{\sqrt{5} \sin(\sqrt{5}|S_1(\omega_{12})|)}{2 |S_1(\omega_{12})|} \frac{\sin^2\left(\frac{\sqrt{5}}{2}|S_2(\omega_{12})|\right)}{|S_2(\omega_{12})|^2} + \left( 8\lambda_2 \cos\left\{ \frac{1}{2} \sqrt{8|S_1(\omega_{12})|^2 + 9|S_1(\omega_{23})|^2} \right\} - \right. \right. \\ \left. \left. - 8\lambda_1 \frac{9|S_1(\omega_{23})|^2 + 8|S_1(\omega_{12})|^2 \cos\left\{ \frac{1}{2} \sqrt{8|S_1(\omega_{12})|^2 + 9|S_1(\omega_{23})|^2} \right\}}{8|S_1(\omega_{12})|^2 + 9|S_1(\omega_{23})|^2} - 72\lambda_3 |S_1(\omega_{23})|^2 \frac{\cos\left\{ \frac{1}{2} \sqrt{8|S_1(\omega_{12})|^2 + 9|S_1(\omega_{23})|^2} \right\} - 1}{8|S_1(\omega_{12})|^2 + 9|S_1(\omega_{23})|^2} \right) \times \right. \\ \left. \times \frac{\sin\left\{ \frac{1}{2} \sqrt{8|S_1(\omega_{12})|^2 + 9|S_1(\omega_{23})|^2} \right\} \sin^2(\sqrt{2}|S_2(\omega_{12})|)}{\sqrt{8|S_1(\omega_{12})|^2 + 9|S_1(\omega_{23})|^2} |S_2(\omega_{12})|^2} \right] \quad (4)$$

где  $\omega_{23} = \frac{\lambda_3 - \lambda_2}{\hbar}$ .

При двухчастотном воздействии достигается усиление эхо-сигнала по сравнению с одночастотным

$$K = 20 \log \left( \frac{0,32}{0,21} \right) \approx 3,7 \text{ дБ}. \quad (5)$$

В этой работе также установлены условия, при которых может быть выполнен анализ спектров сигналов в спиновых эхо-процессорах в реальном масштабе времени.

Явление спинового эха используется для создания управляемых линий задержек и других устройств обработки сигналов. Спиновые эхо-процессоры (СЭП), принцип действия которых основан на явлениях спинового или светового эха, отличаются простотой изготовления и настройки, относительно малыми габаритами. Было показано [6], что в СЭП возможно осуществить получение спектров сигналов в реальном масштабе времени трехимпульсным методом, используя в качестве третьего управляющего импульса сигнал с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ), при выполнении условия

$$t_1 \leq \sqrt{\frac{\tau}{2\Delta f}}, \quad (6)$$

где  $t_1$  – длительность анализируемого сигнала,  $\tau$  – длительность ЛЧМ,  $2\Delta f$  – величина девиации частоты ЛЧМ импульса. Также при этом необходимо использование фазового детектора.

Целесообразно установить возможность получения в спиновых эхо-процессорах спектров сигналов в реальном масштабе времени по трехимпульсной методике без применения дополнительных устройств.

Показано, что для этого спектр третьего управляющего импульса  $S_3(\omega)$  должен быть равен

$$S_3(\omega) = \frac{\sigma f\left(-\frac{\omega}{\alpha}\right)}{\alpha S_2(\omega)}, \quad (7)$$

где  $\alpha$  – константа, имеющая размерность  $[c^{-2}]$ ,  $\sigma$  – константа, имеющая размерность  $[c^{-1}]$ ,  $f(t) = \gamma H(t)$  – исследуемый сигнал ( $\gamma$  – гиромагнитное отношение,  $H(t)$  – напряженность радиочастотного поля),  $S_2(\omega)$  – спектр исследуемого сигнала.

Из (7) видно, что для спектрального анализа сигнала в реальном времени управляющий сигнал должен определенным образом зависеть от свойств исследуемого сигнала.

Интересен вопрос, каким должен быть спектр исследуемого сигнала, чтобы при использовании в качестве управляющего импульса сигнала ЛЧМ на выходе СЭП получался этот спектр в реальном масштабе времени.

Выяснено, что спектр исследуемого сигнала  $S_2(x)$  должен удовлетворять однородному уравнению Фредгольма 2-го рода

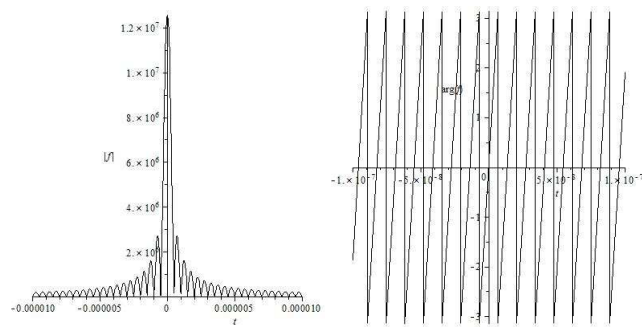
$$\int_0^{\Delta\omega} K(x, s) z(s) ds = \lambda z(x), \quad (8)$$

с ядром

$$K(x, s) = \exp\left\{i\left[-\frac{s^2}{2\beta} + \frac{2\omega_0 s}{\alpha} + \frac{xs}{\alpha}\right]\right\}, \quad (9)$$

где  $z(x) = S_2(x) \exp(-i\omega_0 x / \alpha)$ ,  $\lambda$  – константа, имеющая размерность  $c^{-1}$ ,  $s = \omega - \omega_0$ ,  $x = y - \omega_0$ ,  $\omega_0$  – начальная частота ЛЧМ импульса,  $\Delta\omega$  – ширина спектра ЛЧМ импульса,  $\beta$  – скорость изменения частоты в импульсе. Уравнение (8) имеет счетное множество линейно независимых решений.

Например, для ЛЧМ с параметрами  $\omega_0 = 4,52 \cdot 10^8 c^{-1}$ ,  $\tau = 6,4 \cdot 10^{-5} c$ ,  $\Delta f = 10^6 Гц$  на рис. 3 показаны модуль и фаза одного из решений.



ab

Рисунок 3. Модуль (а) и фаза (b) исследуемого сигнала

Таким образом, установлено, что только для исследуемых радиоимпульсов, принадлежащих определенному счетному множеству, при использовании в качестве управляющего импульса сигнала ЛЧМ на выходе СЭП можно получить спектр исследуемого импульса в реальном масштабе времени.

### Заключение

Найдена зависимость амплитуды эхо-сигнала от площади радиочастотного импульса при двухимпульсном возбуждении в ферромагнитных поликристаллах.

Исследованный эффект усиления эхо-сигнала при двухчастотном воздействии по сравнению с одночастотным воздействием дает возможность разработки более чувствительных эхо-спектрометров и усовершенствования эхо-процессоров.

Найдено условие для получения в спиновых эхо-процессорах спектров сигналов в реальном масштабе времени по трехимпульсной методике без применения дополнительных устройств.

### Список литературы

1. Баруздин С.А. // Квантовая электроника. – 2001. – Т. 31. – № 8. – С. 719-722.
2. Баукин В. Е. Обработка сложных сигналов в системах с неэквидистантным спектром / Ленингр. электротехн. ин-т. – Л., 1989. – 6 с. – Деп. в ВИНТИ 03.04.89, № 2106 – В89.
3. Васильев А. А., Евстигнеев Ю. Ф., Ковалевский М. М. Влияние релаксационных процессов на работу спиновых эхо-процессоров // Техника средств связи, серия Техника радиосвязи. – 1982. – Вып. 2. – С. 103-107.
4. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. – М.: Наука, 1967. – 576 с.
5. Гречишкин В. С., Синявский Н. Я. Новые физические технологии: обнаружение взрывчатых и наркотических веществ методом ядерного квадрупольного резонанса, УФН. – 1997. – Т. 167, № 4. – С. 413-427.



6. Иванов Ю. В. О возможности анализа спектров сигналов в спиновых устройствах в реальном масштабе времени // Радиотехника и электроника. – 1977. – Т. 22, № 5. – С. 1008-1013.
7. Ильин Э.В., Ковалевский М.М. // Известия РАН. Сер. физическая. – 2002. – Т. 66, № 3. – С. 361-364.
8. Петров М. П., Туров Е. А. Ядерный магнитный резонанс в ферро- и антиферромагнетиках. – М.: Наука, 1969. – 260 с.
9. Рассветалов Л.А. // Вестник Новгородского государственного университета. – 2004. – № 26. – С. 81-84.

**Рецензенты:**

Бичурин М.И., д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой ПТРА, ГОУ ВПО «Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого», г. Великий Новгород.

Рассветалов Л.А., д.т.н., профессор, профессор кафедры радиосистем ИЭИС, ГОУ ВПО «Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого», г. Великий Новгород.