

ОСОБЕННОСТИ ТЕЧЕНИЙ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ, СОПРОВОЖДАЮЩИХСЯ ОБРАЗОВАНИЕМ ГАЗОГИДРАТА

¹Хасанов М.К., ¹Доровская М.С.

¹Стерлитамакский филиал ФГБОУ ВПО «Башкирский государственный университет», Стерлитамак, Россия (453103, Стерлитамак, проспект Ленина, 49), e-mail: mari-animiya@mail.ru

Исследованы основные закономерности образования газогидратов в пористой среде при инъекции газа в зависимости от параметров пористой среды и закачиваемого газа. В автомодельном приближении построены аналитические решения прямолинейно-параллельной задачи, описывающие распределение температуры и давления в пласте. Показано, что при инъекции холодного газа в пористую среду, насыщенную газом и водой, в зависимости от параметров нагнетаемого газа и параметров, характеризующих исходное состояние системы, возможны два принципиально различных вида решения, соответствующие гидратообразованию как с фронтальной поверхностью фазовых переходов, так и с формированием объемной области образования гидрата. Исследованы условия, определяющие разные режимы образования газогидрата. Установлено, что режим с фронтальной поверхностью образования гидрата характерен для низкопроницаемых пористых сред с низким пластовым давлением и высокой начальной температурой.

Ключевые слова: газогидраты, гидратообразование, пористая среда

FEATURES OF CURRENTS IN THE POROUS ENVIRONMENTS, BEING ACCOMPANIED FORMATION OF GAS HYDRATE

¹Khasanov M.K., ¹Dorovskaja M.S.

¹Sterlitamak branch of Bashkir State University, Sterlitamak, Russia (453103, Sterlitamak, Lenin Avenue, 49), e-mail: mari-animiya@mail.ru

The main regularities of formation of gas hydrates in the porous environment are investigated at gas injection depending on parameters of the porous environment and pumped gas. In automodel approach analytical decisions rectilinearly - the parallel task, temperatures describing distribution and pressure in layer are constructed. It is shown that the injection of cold gas into the porous medium saturated with gas and water, depending on the parameters of the discharge gas and the parameters characterizing the initial state of the system, there are two fundamentally different types of solutions, the corresponding hydrate as a front surface of the phase transitions, and to form bulk region of the hydrate. The conditions defining different modes of formation of gas hydrate are investigated. It is established that the mode with a frontal surface of formation of hydrate is characteristic for low-permeability porous environments with low reservoir pressure and high reference temperature.

Keywords: gas hydrate, hydrateformation, porous medium

Введение

В настоящий момент наблюдается значительный интерес к исследованию течений в пористых средах, сопровождающихся фазовыми переходами. Это обусловлено необходимостью теоретического изучения большого круга вопросов, возникающих, например, при решении вопросов добычи углеводородного сырья [2, 3]. В частности, многие процессы в нефтегазовой отрасли сопровождаются образованием газогидратов. В настоящий момент гидратообразование носит чаще негативный характер, вследствие аварийных остановок оборудования из-за «склероза». Однако процессы гидратообразования могут иметь и положительный аспект, например, могут быть использованы для увеличения емкости подземных резервуаров для хранения газа [4, 5, 6].

Данная возможность обусловлена резким увеличением содержания газа в газогидратном состоянии [9, 10].

Постановка задачи и основные уравнения

Рассмотрим прямолинейно-параллельную задачу об образовании газогидрата в полубесконечном пористом пласте. Пусть пористый пласт в начальный момент времени насыщен газом и водой, давление p_0 и температура T_0 которых в исходном состоянии соответствуют термодинамическим условиям существования гетерогенной смеси газа и воды в свободном состоянии, т.е. $p_0 < p_{s0}$, где $p_{s0} = p_s(T_0)$ – равновесное давление, соответствующее исходной температуре T_0 . Положим, что через границу пласта нагнетается газ, одноименный исходному, причем его давление p_e и температура T_e соответствуют термодинамическим условиям образования газогидрата и поддерживаются на этой границе постоянными. При постановке задачи будем полагать, что в результате инъекции газа от границы вглубь пористой среды начинает распространяться фронтальная граница образования гидрата, разделяющая пласт на две области. В ближней области, находящейся вблизи границы пласта, вода полностью перешла в газогидратное состояние, вследствие чего поры насыщены только газом и газогидратом, а в дальней области поры насыщены водой и газом.

Система основных уравнений, описывающая процессы фильтрации и теплопереноса, сопровождающиеся образованием газогидрата в пористой среде представляет собой законы сохранения масс и энергии, закон Дарси и уравнение состояния для газа [8]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho_g m S_g + \rho_h m S_h G) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_g m S_g v_g) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t}(m \rho_l S_l + m(1-G)\rho_h S_h) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho c T) + \rho_g c_g m S_g v_g \frac{\partial T}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial t}(m \rho_h S_h L_h), \\ m S_g v_g &= \frac{k_g}{\mu_g} \frac{\partial p}{\partial x}, \\ p &= \rho_g R_g T, \end{aligned} \quad (1)$$

где m – пористость; G – массовая концентрация газа в гидрате; ρ_j и S_j ($j = h, l, g$) – истинные плотности и насыщенности пор j -ой фазы; v_g , k_g , c_g и μ_g – соответственно скорость, проницаемость, удельная теплоемкость и динамическая вязкость газа; p – давление; T – температура; L_h – удельная теплота гидратообразования; ρc и λ – удельная объемная теплоемкость и коэффициент теплопроводности системы; индексы h , l и g относятся к параметрам гидрата, воды и газа соответственно.

На границе между областями для температуры и давления выполняется условие фазового равновесия [7]:

$$T_s = T_0 + T_* \ln\left(\frac{p_{(s)}}{p_{s0}}\right), \quad (2)$$

где T_0 – исходная температура системы, p_{s0} – равновесное давление, соответствующее исходной температуре, T_* – эмпирический параметр.

Будем полагать, что в начальный момент давление p_0 и температура T_0 во всех точках пласта одинаковы: $p_{(2)} = p_0$, $T_{(2)} = T_0$ ($t = 0$, $x \geq 0$).

Условия на границе пласта запишем, полагая, что газ нагнетается при постоянных значениях давления и температуры: $T_{(1)} = T_e$, $p_{(1)} = p_e$ ($t > 0$, $x = 0$).

Систему уравнений (1) после преобразований можно записать в виде:

$$\frac{\partial p_{(i)}}{\partial t} = \frac{k_{(i)}}{mS_{g(i)}\mu_g} \frac{\partial}{\partial x} \left(p_{(i)} \frac{\partial p_{(i)}}{\partial x} \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial T_{(i)}}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T_{(i)}}{\partial x} \right) + \frac{c_g k_{(i)} \rho_{g(i)}}{\rho c \mu_g} \frac{\partial p_{(i)}}{\partial x} \frac{\partial T_{(i)}}{\partial x}. \quad (4)$$

Здесь параметры первой (ближней) и второй (дальней) областей снабжены нижними индексами в скобках $i = 1, 2$.

Система уравнений для нахождения координаты $x_{(s)}$ границы фазовых переходов и значений параметров на ней имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{k_{(2)}}{\mu_g} \frac{\partial p_{(2)}}{\partial x} - \frac{k_{(1)}}{\mu_g} \frac{\partial p_{(1)}}{\partial x} &= mS_{h(1)} \left[\frac{\rho_h G}{\rho_{g(s)}} + \frac{\rho_h (1-G)}{\rho_l} - 1 \right] \dot{x}_{(s)}, \\ \lambda \frac{dT_{(1)}}{dx} - \lambda \frac{dT_{(2)}}{dx} &= mS_{h(1)} \rho_h L_h \dot{x}_{(s)}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $\dot{x}_{(s)}$ – скорость движения границы фазового перехода (нижний индекс s в скобках относится к параметрам на границе гидратообразования)

Автомоделное решение

Сформулированная таким образом задача имеет автомоделное решение. Введем автомоделную переменную $\xi = x / \sqrt{\aleph^{(T)} t}$, где $\aleph^{(T)} = \frac{\lambda}{\rho c}$ – коэффициент температуропроводности.

Тогда уравнение пьезопроводности (3), после применения метода линеаризации Лейбензона [5], запишется следующим образом:

$$-\xi \frac{dp_{(i)}^2}{d\xi} = 2\eta_{(i)} \frac{d}{d\xi} \left(\frac{dp_{(i)}^2}{d\xi} \right), \quad (6)$$

где $\eta_{(i)} = \frac{\kappa_{(i)}^{(p)}}{\kappa_{(i)}^{(T)}}$, $\kappa_{(i)}^{(p)} = \frac{k_{(i)} p_0}{\mu_g m S_{g(i)}}$.

Уравнение температуропроводности (4) в автомодельных переменных можно представить в виде:

$$-\frac{1}{2} \xi \frac{dT_{(i)}}{d\xi} = \frac{1}{2} \frac{\text{Pe}_{(i)}}{p_0^2} \frac{dp_{(i)}^2}{d\xi} \frac{dT_{(i)}}{d\xi} + \frac{1}{\xi} \frac{d}{d\xi} \left(\xi \frac{dT_{(i)}}{d\xi} \right), \quad (7)$$

где $\text{Pe}_{(i)} = \frac{\rho_{g0} c_g k_{(i)} p_0}{\lambda \mu_g}$ – число Пекле.

На основе соотношений (5) запишем систему уравнений для нахождения автомодельной координаты $\xi_{(s)}$ границы фазовых переходов и значений параметров на ней:

$$\begin{aligned} \frac{dT_{(1)}}{d\xi} - \frac{dT_{(2)}}{d\xi} &= \frac{\Delta T S_{h(1)}}{2} \xi_{(s)}, \\ k_{(2)} \frac{dp_{(2)}^2}{d\xi} - k_{(1)} \frac{dp_{(1)}^2}{d\xi} &= K S_{h(1)} \xi, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\Delta T = \frac{m \rho_h L_h}{\rho c}$, $K = m \mu_g \kappa_{(T)} p_{(s)} \left(\frac{\rho_h G}{\rho_{g(s)}} + \frac{\rho_h (1-G)}{\rho_l} - 1 \right)$.

Проинтегрировав уравнения (6) и (7) можно получить следующие аналитические решения, описывающие распределения давления и температуры в пласте:

$$p_{(1)}^2 = p_{(s)}^2 + \frac{(p_e^2 - p_{(s)}^2) \int_{\xi}^{\xi_{(s)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4\eta_{(1)}}\right) d\xi}{\int_0^{\xi_{(s)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4\eta_{(1)}}\right) d\xi}, \quad 0 < \xi < \xi_{(s)}, \quad (9)$$

$$T_{(1)} = T_{(s)} + \frac{(T_e - T_{(s)}) \int_{\xi}^{\xi_{(s)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4} - \frac{\text{Pe}_{(1)}}{2p_0^2} p_{(1)}^2\right) d\xi}{\int_0^{\xi_{(s)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4} - \frac{\text{Pe}_{(1)}}{2p_0^2} p_{(1)}^2\right) d\xi}, \quad 0 < \xi < \xi_{(s)};$$

$$p_{(2)}^2 = p_0^2 + \frac{(p_{(s)}^2 - p_0^2) \int_{\xi}^{\infty} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4\eta_{(2)}}\right) d\xi}{\int_{\xi_{(s)}}^{\infty} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4\eta_{(2)}}\right) d\xi}, \quad \xi_{(s)} < \xi < \infty, \quad (10)$$

$$T_{(2)} = T_0 + \frac{(T_{(s)} - T_0) \int_{\xi}^{\infty} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4} - \frac{\text{Pe}_{(2)}}{2p_0^2} p_{(2)}^2\right) d\xi}{\int_{\xi_{(s)}}^{\infty} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4} - \frac{\text{Pe}_{(2)}}{2p_0^2} p_{(2)}^2\right) d\xi}, \quad \xi_{(s)} < \xi < \infty,$$

где $\eta_{(i)} = \frac{\kappa_{(i)}^{(p)}}{\kappa_{(i)}^{(T)}}$, $\kappa_{(i)}^{(p)} = \frac{k_{(i)} p_0}{\mu_g m S_{g(i)}}$, $\text{Pe}_{(i)} = \frac{\rho_{g0} c_g}{\lambda} \frac{k_{(i)} p_0}{\mu_g}$.

Система граничных условий (8) после подстановки решений (9) и (10) примет вид:

$$k_{(2)} \frac{(p_0^2 - p_{(s)}^2) \exp\left(-\frac{\xi_{(s)}^2}{4\eta_{(2)}}\right)}{\int_{\xi_{(s)}}^{\infty} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4\eta_{(2)}}\right) d\xi} - k_{(1)} \frac{(p_{(s)}^2 - p_e^2) \exp\left(-\frac{\xi_{(s)}^2}{4\eta_{(1)}}\right)}{\int_0^{\xi_{(s)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4\eta_{(1)}}\right) d\xi} = KS_{h(1)} \xi_{(s)}, \quad (11)$$

$$\frac{(T_{(s)} - T_e) \exp\left(-\frac{\xi_{(s)}^2}{4} - \frac{\text{Pe}_{(1)}}{2p_0^2} p_{(s)}^2\right)}{\int_0^{\xi_{(s)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4} - \frac{\text{Pe}_{(1)}}{2p_0^2} p_{(1)}^2\right) d\xi} - \frac{(T_0 - T_{(s)}) \exp\left(-\frac{\xi_{(s)}^2}{4} - \frac{\text{Pe}_{(2)}}{2p_0^2} p_{(s)}^2\right)}{\int_{\xi_{(s)}}^{\infty} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4} - \frac{\text{Pe}_{(2)}}{2p_0^2} p_{(2)}^2\right) d\xi} = \frac{\Delta T_{h(1)}}{2} \xi_{(s)}. \quad (12)$$

Записанная система уравнений может быть решена следующим образом. Выражая из уравнения (11) величину $p_{(s)}$ и подставляя ее в соотношение (12), получаем с учетом условия (2) трансцендентное уравнение с одной неизвестной $\xi_{(s)}$. Решая данное уравнение (например, методом половинного деления), определяем величину $\xi_{(s)}$, а затем находим распределение давления и температуры в первой и второй области, в том числе и значения данных параметров на границе между областями.

Результаты расчетов

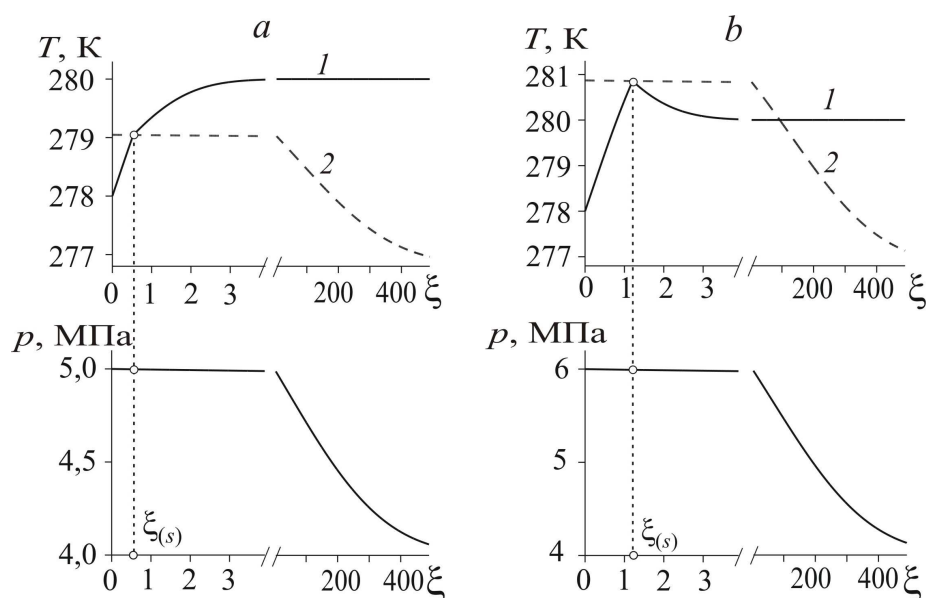


Рис. 1. Распределения температуры пласта (1), равновесной температуры (2) и давления.

a – непротиворечивый случай: $p_e = 5$ МПа, $T_e = 278$ К;

b – случай «переохлаждения» воды за фронтом: $p_e = 6$ МПа, $T_e = 278$ К.

На рис. 1а представлены распределения температуры и давления при нагнетании метана под давлением $p_e = 5$ МПа с температурой $T_e = 278$ К в пласт с начальным давлением $p_0 = 4$ МПа и исходной водонасыщенностью $S_{i0} = 0,2$. Для остальных параметров, характеризующих систему, приняты следующие значения: $G = 0,12$, $m = 0,1$, $T_0 = 280$ К, $T_* = 10$ К, $p_{s0} = 5,5$ МПа, $k_0 = 10^{-14}$ м², $R_g = 520$ Дж/(К · кг), $\rho_l = 1000$ кг/м³, $c_g = 1560$ Дж/(К · кг), $\rho c = 2,5 \cdot 10^6$ Дж/(К · м³), $\lambda = 2$ Вт/(м · К), $\mu_g = 10^{-5}$ кг/(м · с), $L_h = 5 \cdot 10^5$ Дж/кг. Штриховая линия 2 показывает равновесную температуру, соответствующую полученному распределению давления. Из данного рисунка видно, что температура пласта перед фронтом гидратообразования ниже равновесной температуры, а за фронтом – выше этой температуры. Следовательно, в этом случае решение с фронтальной поверхностью образования гидрата является непротиворечивым.

На рис. 1б приведены распределения температуры и давления при нагнетании метана под давлением $p_e = 6$ МПа с температурой $T_e = 278$ К. В соответствии с рисунком температура пласта за фронтом гидратообразования опускается ниже равновесной температуры (штриховая линия 2), что соответствует переохлаждению воды в этой области. Таким образом, при данном давлении нагнетания газа модель с фронтальной поверхностью образования гидрата не позволяет построить физически непротиворечивое решение. В этом

случае для построения термодинамически непротиворечивого решения необходимо рассматривать объемную область образования газогидрата.

Для определения критического значения давления нагнетания газа, при превышении которого фронтальная поверхность переходит в объемную область образования гидрата, были проведены вычислительные эксперименты в широком диапазоне параметров. В результате было установлено, что фронтальный режим реализуется в низкопроницаемых пористых средах, а также в высокотемпературных пластах с низким пластовым давлением.

Выводы

Разработана математическая модель инъекции холодного газа в пористую среду, сопровождающаяся гидратообразованием. Установлено, что образование газогидрата может происходить как на фронтальной поверхности, так и в протяженной области.

Работа поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований.

Список литературы

1. Гималтдинов И.К., Мусакаев Н.Г., Хасанов М.К., Столповский М.В. Особенности разложения газовых гидратов при тепловом и депрессионном воздействиях в пластах конечной протяженности // Вестник Тюменского государственного университета. – 2011. - №7. – С. 6 – 13.
2. Доровская М.С., Хасанов М.К. Динамика разложения газогидрата в пористой среде // Сборник научных трудов Sworld. – 2013. – Т. 4. - №4. – С. 4–6.
3. Доровская М.С., Хасанов М.К. Математическая модель фильтрации газа с учетом гидратообразования // Сборник научных трудов Sworld. – 2013. – Т. 4. - №4. – С. 3-4.
4. Доровская М.С., Хасанов М.К. Математическое моделирование образования газогидратов в пористой среде // Сборник научных статей международной молодежной школы семинара «Ломоносовские чтения на Алтае». – 2013. – Т. 1 – С. 125-128.
5. Лейбензон Л.С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. – М.: ОГИЗ, 1947.
6. Хасанов М.К. Гималтдинов И.К., Столповский М.В. Особенности образования газогидратов при нагнетании холодного газа в пористую среду, насыщенную газом и водой // Теоретические основы химической технологии. – 2010. – Т. 44. - № 4. – С. 442–449
7. Хасанов М.К., Столповский М.В., Кильдибаева С.Р. Численное моделирование образования газогидрата в пористой среде при инъекции газа // Вестник Башкирского университета. – 2013. – Т. 18. - №4. – С. 969-972.

8. Шагапов В.Ш., Хасанов М.К., Гималтдинов И.К., Столповский М.В. Особенности разложения газовых гидратов в пористых средах при нагнетании теплого газа // Теплофизика и аэромеханика. – 2013. – Т. 20. - № 3. – С. 347-354
9. Шагапов В.Ш., Хасанов М.К., Гималтдинов И.К., Столповский М.В. Численное моделирование образования газогидрата в пористой среде конечной протяженности при продувке газом // Прикладная механика и техническая физика. – 2011. – Т. 52. - №4. – С.116-126.
10. Шагапов В.Ш., Хасанов М.К., Мусакаев Н.Г. Образование газогидрата в пористом резервуаре, частично насыщенном водой, при инъекции холодного газа // Прикладная механика и техническая физика. – 2008. – Т.49. - №3. – С.462-472.

Рецензенты:

Мустафина С.А., д.ф.-м.н., профессор, декан физико-математического факультета Стерлитамакского филиала Башкирского государственного университета, г. Стерлитамак.

Михайлов П.Н., д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой «Алгебры, геометрии и методики обучения математике» Стерлитамакского филиала Башкирского государственного университета, г. Стерлитамак.