УДК 657.213:658:338.26.015

ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ О ВЫДАЧЕ КРЕДИТА В УСЛОВИЯХ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Бамадио Б., Семенчин Е.А.

ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный университет», Краснодар, Россия (350040, Краснодар, ул. Ставропольская,149), email: anadama@mail.ru

В работе описана методика построения количественной оценки принятия решения о выдаче кредитующей организацией (банком) кредита предприятию-заемщику в условиях многокритериальной оптимизации. Математическая модель принятия такого решения представляет собой двухкритериальную задачу: первый критерий, который необходимо максимизировать, описывает средний доход кредитующей организации, второй критерий, который необходимо минимизировать – величина риска не получить желаемый доход. Данная двухкритериальная задача решается методом линейной свертки, в которой коэффициенты выбираются не экспертами, а с помощью специально разработанного алгоритма. Использование указанной методики на практике позволяет экспертам кредитующей организации (банку) ускорить принятие решения о возможности выдачи предприятию требуемого кредита, принимать более обоснованные и взвешенные решения о его выдаче.

Ключевые слова: принятие решения, многокритериальная оптимизация, финансовое состояние предприятия, банкротство, матрица последствий, средний ожидаемый доход, свертка критериев.

THE DECISION TO GRANT CREDIT EXPANSION IN MULTI OBJECTIVE OPTIMIZATION

Bamadio B., Semenchin E.A.

Kuban state university, Krasnodar, Russia (350040, Krasnodar, ul. Stavropolskaya, 149), email : anadama@mail.ru

In this paper, we describe a method to construct a quantitative assessment, the decision to grant credit to organizations (from banks), credit company – the borrower, in terms of multi-objective optimization. A mathematical model of such a decision represents two – criteria problems: the first criteria, which are necessary to maximize – the average income credit organizations, the second criteria, which must be minimized - the amount of risk does not get the desired income. The given two – criteria problem is solved by a linear convolution, in which the coefficients are chosen not by experts, but with the help of a specially developed algorithm. The use of this technique in practice allows experts creditor institutions (from banks) to expedite the decision about the possibility of issuing the credit, company required, make more informed and weighted solutions for his issuance.

Keywords: decision making, multicriteria optimization, financial condition of the company, bankruptcy, and matrix effects, the expected return, the convolution of criteria.

Цель данной работы: разработать математическую модель принятия решения кредитором о выдаче кредита предприятию – заемщику, основанную на методике свертки критериев в многокритериальных задачах.

Пусть предприятие обращается к кредитору с просьбой предоставить ему кредит на срок от m_1 до m_2 лет, $m_1 = 1,2,\cdots$, $m_2 = 1,2,\cdots$, $m_1 \le m_2 \le 5$. На момент выдачи кредита t оно может принадлежать одной из трех групп: группа I – благополучное финансовое состояние предприятия, группа II – финансовое состояние предприятия таково, что оно находится в состоянии «за 5 лет до банкротства», группа III – «за год до банкротства». Принадлежность кредитуемого предприятия к одной из трех групп I, II, III определяется с помощью показателей Бивера k_i, $i = 1,\cdots,5$, [1]: к каждой из этих групп предприятие может принадлежать, если не менее трех показателей Бивера указывают на принадлежность к этой группе.

Предположим, что лицо, принимающее решения (ЛПР) со стороны кредитующей организации (банка), рассматривает (m_2+1) возможных варианта принятия решения (стратегии): x_1 – выдавать, x_s – выдавать, не более, чем на $s=1,\cdots,(m_2-1)$, $m_2>1$, лет, x_{m_2} – не выдавать кредит. Обозначим через A_i^j – событие, означающее, что i-й показатель (коэффициент Бивера) k_i принадлежит j-й группе, $i=1,\cdots,5$, $j=1,\ 2,3$.

Если известны статические (бухгалтерские) данные предприятия на протяжении n лет, $n=1,2,\cdots$, то на основе этих данных можно вычислить коэффициенты У. Бивера k_i, $i=1,\cdots,5$, и вероятности $p(A_i^j)$ того, что коэффициент k_i принадлежит j-й группе, $i=1,\cdots,5$, $j=1,2,3$ [2 – 6,9].

В теории принятия решений предлагается, что ЛПР принимает решения, исходя из состояний некоторой среды, которая полностью определяется этими состояниями (состояния среды часто называют её стратегиями). В данном случае среда может находиться в одном из следующих состояний (иметь стратегии): всевозможные стратегии $(y_1^1,\ y_2^1,\cdots,y_{16}^1)$ для первой группы –

$$y_1^1=A_1^1\cdot A_2^1\cdot A_3^1\cdot\overline{A_4^1}\cdot\overline{A_5^1},\qquad y_2^1=A_1^1\cdot A_2^1\cdot\overline{A_3^1}\cdot A_4^1\cdot\overline{A_1^1},\qquad y_3^1=A_1^1\cdot\overline{A_2^1}\cdot A_3^1\cdot A_4^1\cdot\overline{A_5^1},$$

$$y_4^1=\overline{A_1^1}\cdot A_2^1\cdot A_3^1\cdot A_4^1\cdot\overline{A_5^1},\qquad y_5^1=A_1^1\cdot A_2^1\cdot\overline{A_3^1}\cdot\overline{A_4^1}\cdot A_5^1,\qquad y_6^1=A_1^1\cdot\overline{A_2^1}\cdot A_3^1\cdot\overline{A_4^1}\cdot A_5^1,$$

$$y_7^1=\overline{A_1^1}\cdot A_2^1\cdot A_3^1\cdot\overline{A_4^1}\cdot A_5^1,\qquad y_8^1=A_1^1\cdot\overline{A_2^1}\cdot\overline{A_3^1}\cdot A_4^1\cdot A_5^1,\qquad y_9^1=\overline{A_1^1}\cdot A_2^1\cdot\overline{A_3^1}\cdot A_4^1\cdot A_5^1,$$

$$y_{10}^1=\overline{A_1^1}\cdot\overline{A_3^1}\cdot A_2^1\cdot A_4^1\cdot A_5^1,\qquad y_{11}^1=A_1^1\cdot A_2^1\cdot A_3^1\cdot A_4^1\cdot\overline{A_5^1},\qquad y_{12}^1=A_1^1\cdot A_2^1\cdot A_3^1\cdot\overline{A_4^1}\cdot A_5^1,$$

$$y_{13}^1=A_1^1\cdot A_2^1\cdot\overline{A_3^1}\cdot A_4^1\cdot A_5^1,\qquad y_{14}^1=A_1^1\cdot\overline{A_2^1}\cdot A_3^1\cdot A_4^1\cdot A_5^1,\qquad y_{15}^1=\overline{A_1^1}\cdot A_2^1\cdot A_3^1\cdot A_4^1\cdot A_5^1,$$

$$y_{16}^1=A_1^1\cdot A_2^1\cdot A_3^1\cdot A_4^1\cdot A_5^1;$$

всевозможные стратегии $(y_1^2,\ y_2^2,\cdots,y_{16}^2)$ для второй группы –

$$y_1^2=A_1^2\cdot A_2^2\cdot A_3^2\cdot\overline{A_4^2}\cdot\overline{A_5^2},\qquad y_2^2=A_1^2\cdot A_2^2\cdot\overline{A_3^2}\cdot A_4^2\cdot\overline{A_1^2},\qquad y_3^2=A_1^2\cdot\overline{A_2^2}\cdot A_3^2\cdot A_4^2\cdot\overline{A_5^2},$$

$$y_4^2=\overline{A_1^2}\cdot A_2^2\cdot A_3^2\cdot A_4^2\cdot\overline{A_5^2},\qquad y_5^2=A_1^2\cdot A_2^2\cdot\overline{A_3^2}\cdot\overline{A_4^2}\cdot A_5^2,\qquad y_6^2=A_1^2\cdot\overline{A_2^2}\cdot A_3^2\cdot\overline{A_4^2}\cdot A_5^2,$$

$$y_7^2=\overline{A_1^2}\cdot A_2^2\cdot A_3^2\cdot\overline{A_4^2}\cdot A_5^2,\qquad y_8^2=A_1^2\cdot\overline{A_2^2}\cdot\overline{A_3^2}\cdot A_4^2\cdot A_5^2,\qquad y_9^2=\overline{A_1^2}\cdot A_2^2\cdot\overline{A_3^2}\cdot A_4^2\cdot A_5^2,$$

$$y_{10}^2=\overline{A_1^2}\cdot\overline{A_3^2}\cdot A_2^2\cdot A_4^2\cdot A_5^2,\qquad y_{11}^2=A_1^2\cdot A_2^2\cdot A_3^2\cdot A_4^2\cdot\overline{A_5^2},\qquad y_{12}^2=A_1^2\cdot A_2^2\cdot A_3^2\cdot\overline{A_4^2}\cdot A_5^2,$$

$y_{13}^2 = A_1^2 \cdot A_2^2 \cdot \overline{A_3^2} \cdot A_4^2 \cdot A_5^2$, $y_{14}^2 = A_1^2 \cdot \overline{A_2^2} \cdot A_3^2 \cdot A_4^2 \cdot A_5^2$, $y_{15}^2 = \overline{A_1^2} \cdot A_2^2 \cdot A_3^2 \cdot A_4^2 \cdot A_5^2$,
$y_{16}^2 = A_1^2 \cdot A_2^2 \cdot A_3^2 \cdot A_4^2 \cdot A_5^2$;

всевозможные стратегии $\left(y_1^3, y_2^3, \cdots, y_{16}^3\right)$ для третьей группы –

$y_1^3 = A_1^3 \cdot A_2^3 \cdot A_3^3 \cdot \overline{A_4^3} \cdot \overline{A_5^3}$, $y_2^3 = A_1^3 \cdot A_2^3 \cdot \overline{A_3^3} \cdot A_4^3 \cdot \overline{A_1^3}$, $y_3^3 = A_1^3 \cdot \overline{A_2^3} \cdot A_3^3 \cdot A_4^3 \cdot \overline{A_5^3}$,
$y_4^3 = \overline{A_1^3} \cdot A_2^3 \cdot A_3^3 \cdot A_4^3 \cdot \overline{A_5^3}$, $y_5^3 = A_1^3 \cdot A_2^3 \cdot \overline{A_3^3} \cdot \overline{A_4^3} \cdot A_5^3$, $y_6^3 = A_1^3 \cdot \overline{A_2^3} \cdot A_3^3 \cdot \overline{A_4^3} \cdot A_5^3$,
$y_7^3 = \overline{A_1^3} \cdot A_2^3 \cdot A_3^3 \cdot \overline{A_4^3} \cdot A_5^3$, $y_8^3 = A_1^3 \cdot \overline{A_2^3} \cdot \overline{A_3^3} \cdot A_4^3 \cdot A_5^3$, $y_9^3 = \overline{A_1^3} \cdot A_2^3 \cdot \overline{A_3^3} \cdot A_4^3 \cdot A_5^3$,
$y_{10}^3 = \overline{A_1^3} \cdot \overline{A_3^3} \cdot A_2^3 \cdot A_4^3 \cdot A_5^3$, $y_{11}^3 = A_1^3 \cdot A_2^3 \cdot A_3^3 \cdot A_4^3 \cdot \overline{A_5^3}$, $y_{12}^3 = A_1^3 \cdot A_2^3 \cdot A_3^3 \cdot \overline{A_4^3} \cdot A_5^3$,
$y_{13}^3 = A_1^3 \cdot A_2^3 \cdot \overline{A_3^3} \cdot A_4^3 \cdot A_5^3$, $y_{14}^3 = A_1^3 \cdot \overline{A_2^3} \cdot A_3^3 \cdot A_4^3 \cdot A_5^3$, $y_{15}^3 = \overline{A_1^3} \cdot A_2^3 \cdot A_3^3 \cdot A_4^3 \cdot A_5^3$,
$y_{16}^3 = A_1^3 \cdot A_2^3 \cdot A_3^3 \cdot A_4^3 \cdot A_5^3$.

Таким образом, среда имеет k, $k = 1,2,\cdots,48$, стратегий: $y_1^1,\cdots,y_{16}^1$, $y_1^2,\cdots,y_{16}^2$, $y_1^3,\cdots,y_{16}^3$. Обозначим стратегии среды следующим образом: $z_1 = y_1^1,\cdots,z_{16} = y_{16}^1, z_{17} = y_1^2,\cdots,z_{32} = y_{16}^2, z_{33} = y_1^3,\cdots,z_{48} = y_{16}^3$.

Учитывая независимость A_i^j и вычисленные вероятности $p\left(A_i^j\right)$, легко вычислить вероятности $p_u^j = p\left(y_u^j\right)$, $u = 1, 2,\cdots,16$; $j = 1,2,3$. По вероятностям p_u^j можно определить вероятности $p_k = p(z_k)$, $k = 1,2,\cdots,48$: $p_1 = p(z_1) = p\left(y_1^1\right),\cdots, p_{16} = p(z_{16}) = p\left(y_{16}^1\right)$, $p_{17} = p(z_{17}) = p\left(y_1^2\right),\cdots, p_{32} = p(z_{32}) = p\left(y_{16}^2\right), p_{33} = p(z_{33}) = p\left(y_1^3\right),\cdots, p_{48} = p(z_{48}) = p\left(y_{16}^3\right)$.
Обозначим через a_{vk} – ожидаемый доход в момент t за предоставление кредита, если ЛПР выбрало v– ю, $v = 1, 2,\cdots,(m_2 + 1)$, x_v, а среда – свою k– ю, $k = 1, 2,\cdots,48$, стратегию z_k. Элементы a_{vk} можно упорядочить в виде матрицы последствий $A = (a_{vk})$. Элементы a_{vk}, $v = 1, 2,\cdots,(m_2 + 1)$, $k = 1,2,\cdots,48$, матрицы A обычно задают (указывают) эксперты. Процедуру оценки элементов a_{vk} можно немного упростить, если использовать для этого следующие соображения. Обозначим через a_v – доход, который кредитующая организация (банк) желает получить с кредитуемого предприятия за предоставление ему кредита, если ЛПР (выступающее со стороны кредитора) будет использовать стратегию x_v, $v = 1, 2,\cdots,(m_2 + 1)$. В этом случае для оценки a_{vk} можно использовать очевидное соотношение: $a_{vk} = a_v \cdot p_k$, $v = 1, 2,\cdots,(m_2 + 1)$, $k = 1,2,\cdots,48$.

Пусть Mx_v – средний доход, который получит кредитующая организация, если ЛПР (выступающее от имени этой организации) примет решение использовать стратегию x_v, r_v – величина риска не получить требуемый доход при использовании стратегии x_v, $r_v = \sqrt{Dx_v}$, $v = 1, 2, \cdots, (m_2 + 1)$, где D – символ дисперсии.

Тогда задача принятия решения о выдаче кредита предприятию-заемщику сводится к двухкритериальной задаче:

$$\begin{cases} Mx_v = \sum\limits_{k=1}^{48} a_{vk}\, p_k \to \max\limits_{v}, \\ r_v = \sqrt{M\left(x_v^2\right) - \left(Mx_v\right)^2} \to \min\limits_{v}, \\ \sum\limits_{k=1}^{48} p_k = 1, \\ p_k \geq 0,\ k = 1, 2, \cdots, 48, \quad s = 1, 2, \cdots, (m_2 + 1). \end{cases} \tag{1}$$

Решать такие задачи можно методами свертки критериев, в частности, линейной свертки. Укажем один способ решения такого рода задачи.

Пусть рассматривается задача многокритериальной оптимизации: функции $f_i(x)$, $i = 1, 2, \cdots, n$, определены на D, $D \subseteq R^n$, R^n – n-мерное вещественное пространство, и отображают D соответственно в $Y_i \subset R$ [8]. Требуется найти

$$f_i(x) \to \min_{x \in D},\ i = 1, 2, \cdots, n. \tag{2}$$

Решение данной задачи можно свести к решению задачи с одним критерием (с помощью свертки критериев). В данной работе будем рассматривать линейную свертку критериев $f_i(x)$ (1). Она позволяет объединить в виде линейной комбинации все частные целевые функции $f_1, f_2, \cdots, f_n$ в одну $J(x)$:

$$J(x) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i f_i(x) \to \min_{x \in D};\ \alpha_i = const > 0;\ \sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1. \tag{3}$$

Весовые коэффициенты α_i характеризуют относительную значимость соответствующих критериальных функций f_i. Чем большее предпочтение мы отдаем критерию f_i, тем больший вклад в сумму (3) он должен привносить и, следовательно, тем большее значение α_j должно быть выбрано. Как правило, значения α_i, $i = 1, 2, \cdots, n$, в (3) указывают эксперты. Однако при наличии существенно разнохарактерных частных критериев $f_i(x)$ экспертам сложно указать окончательный набор коэффициентов α_i. Поэтому предложим способ выбора α_i, основанный на других соображениях.

Допустим вначале, что все критерии $f_i(x)$ из (2) не ранжированы. Пусть заданы точки $x^{(1)},\ x^{(2)},...,\ x^{(k)} \in D$. Вычислим значения $J_i\left(x^{(r)}\right) = f_i\left(x^{(r)}\right)$, $i = 1, 2, \cdots, n$, $r = 1, 2, \cdots, k$, и построим линейную комбинацию $J\left(\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n, x^{(r)}\right) = \alpha_1 f_1\left(x^{(r)}\right) + \alpha_2 f_2\left(x^{(r)}\right) + \cdots + \alpha_n f_n\left(x^{(r)}\right)$, $r = 1, 2, \cdots, k$, в которой α_i, $i = 1, 2, \cdots, n$, предлагается выбирать (приближенно) путем решения следующей задачи квадратичного программирования:

$$\sum_{i=1}^{n}\left[\begin{array}{l}\left(J\left(\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n, x^1\right) - J_i^1\right)^2 + \left(J\left(\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n, x^{(2)}\right) - J_i^2\right)^2 + \cdots \\ \cdots + \left(J\left(\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n, x^{(k)}\right) - J_i^k\right)^2\end{array}\right] \to \min_{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n}; \qquad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1; \qquad (5)$$

$$\alpha_i \geq 0,\ i = 1, 2, \cdots, n. \qquad (6)$$

Для численного решения этой задачи можно использовать различные инструментальные средства, например, офисные приложения электронных таблиц Excel.

Пусть теперь критерии $f_i(x)$, $i = 1, 2, \cdots, n$, ранжированы следующим образом:

$$f_1(x) \succ= f_2(x) \succ= \cdots \succ= f_n(x), \qquad (7)$$

где $f_m(x) \succ= f_{m+1}(x)$, $m = 1, \cdots, (n-1)$, означает, что критерий $f_m(x)$ не менее предпочтителен, чем критерий $f_{p+1}(x)$. Однако степень предпочтительности $f_m(x)$ по отношению к $f_{m+1}(x)$ неизвестна (не указана). В этом случае (если $f_i(x)$, $i = 1, 2, \cdots, n$, ранжированы согласно (7)), очевидно, α_i, $i = 1, 2, \cdots, n$, должны удовлетворять, кроме условий (5), (6), дополнительному условию

$$\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \cdots \geq \alpha_n. \qquad (8)$$

Таким образом, решение многокритериальной задачи (2) можно свести, не прибегая к помощи экспертов, к решению одной из задач: (4) – (6), (3) или (4) – (6), (8), (3). В рассматриваемом случае от модели (1) с двумя критериями путем линейной свертки критериев можно перейти к модели с одним критерием:

$$H = \alpha_1\left(\sum_{k=1}^{48} a_{vk} p_k\right) - \alpha_2\left(\sqrt{M\left(x_v^2\right) - \left(Mx_v\right)^2}\right) \to \max_v, \qquad (9)$$

$$\sum_{k=1}^{48} p_k = 1,\ p_k \geq 0. \qquad (10)$$

которая может быть исследована одним из описанных выше способов.

Пример 1. Для принятия решения о выдаче кредита ОАО «Ленмолоко» банком были использованы статические данные за $n = 12$ лет [7], $m_1 = 1$, $m_2 = 2$; рассматриваются стратегии x_1 – выдавать кредит, x_2 – выдавать кредит не более чем на год, x_2 – выдавать кредит не более чем на 2 года, x_3 – не выдавать кредит, $a_v = 5475$ тыс. руб. На основе этих данных проведены вычисления, полученные результаты представлены в табл.1.

Таблица 1. Средние ожидаемые доходы и риски стратегии x_j.

Стратегия	Средние ожидаемые доходы, $f_1(x)$	Риски, $f_2(x)$
x_1	790,59	380,08
x_2	761,65	48,76
x_3	383,96	10,74

Производя свертку в (1), получим выражение (9), для максимизации которого, согласно (4), рассчитаем весовые коэффициенты α_1, α_2. Они оказываются равными $\alpha_1 = 0{,}675$; $\alpha_2 = 0{,}325$. Воспользовавшись офисным приложением электронных таблиц Excel, найдем решение (9) при ограничениях (10): при $x_1 - H = 410{,}12$; при $x_1 - H = 498{,}27$; x_3 – $H = 255{,}68$. Очевидно, что $H = 498{,}27$ является максимальным значением среднего дохода банка. Это означает, что банку рекомендуется придерживаться стратегии x_2, то есть выдавать кредит предлагаемому предприятию на срок не более 2–х лет.

Список литературы

1. Астахов В. П. Анализ финансовой устойчивости фирмы и процедуры, связанные с банкротством. – М.: Ось–89, 1995. – 80 с.
2. Бамадио Б. Оценка кредитоспособности предприятий – заемщиков России и Мали // Известия кубанского государственного университета. Естественные науки. – Вып. № 1 (2). – 2013. – С. 57–61.
3. Бамадио Б. Основные аспекты оценки кредитоспособности предприятий – заемщиков России и Мали // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2013. – № 1. – С. 139–140.
4. Бамадио Б., Семенчин Е.А. Меры нечеткости множеств, порождаемых моделью Альтмана // Фундаментальные исследования. – 2013. – № 1. – С. 750–753.
5. Бамадио Б., Семенчин Е.А. Определение рисков в методике Бивера оценки финансового состояния предприятия / Б. Бамадио, Е.А. Семенчин // Тенденции и

перспективы: Материалы международной научно-практической конференции. Сочи, 24/01 – 26/01. 2013 г. – С. 23–24.

6. Бамадио Б., Семенчин Е.А. Применение нейросетевых технологий для оценки кредитоспособности предприятий // Фундаментальные исследования. – 2013. – № 11 (часть 4). – С. 651–655.

7. Открытое Акционерное Общество «Ленмолоко»: [Электронный ресурс] // – Режим доступа: URL: http://www.len-moloko.spb.ru/documents/balance.html/. (Дата обращения: 01.10.2013).

8. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация: теория, вычисления, приложения. – М.: Радио и связь, 1992. – 504 с.

9. Bamadio B., Semenchin E.A. Beaver's technique of risk assessment in the estimation of the financial positions of companies // European journal of natural history. – 2013. – № 5. – P. 12–14.

Рецензенты:

Уртенов М.Х., д.ф-м.н, профессор, заведующий кафедрой прикладной Математики ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный университет», г. Краснодар.

Луценко Е.В., д.э.н., к.т.н., профессор кафедры компьютерных технологий и систем ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный аграрный университет», г. Краснодар.

Бичурин Мирза Имамович, д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой ПТРА, Новгородский государственный университет, г. Великий Новгород.