

ПРИМЕНЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ПОДХОДА ДЛЯ АНАЛИЗА СИНТЕЗА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Васильева О.В.¹, Будько А.А.¹

¹ФГБОУ ВПО «НИ ТПУ» («Национальный исследовательский Томский политехнический университет»), Томск, Россия (634050, Томск, пр. Ленина, 30), e-mail: vasileva.o.v@mail.ru

Работа посвящена формированию новой методики решения энергетических задач теоретической электротехники, подключающей все современные методы компьютеризации. Предложены такие альтернативные методы, как спектральный и метод минимизации. Для реализации представленных методов применена среда разработки MathCAD. Справедливость спектрального метода для решения энергетических задач подтверждается балансом мощности. Для наглядности приведена очевидная геометрическая интерпретация метода. В методе минимизации расчет контурных токов численно совпал с контурными токами, найденными классическим методом. Показана универсальность метода на примере нелинейной цепи с двумя источниками ЭДС. Предложенные методы позволяют оптимизировать электротехническую систему, раскрывают физическую сущность системы, хороши для синтеза электротехнических схем. На основе рассмотренной методики могут быть реализованы задачи электроэнергетики любой сложности при рассмотрении электромеханических систем, к тому же она позволяет преобразовать векторно-матричные уравнения электрических цепей в скалярные уравнения.

Ключевые слова: спектральный метод, метод минимизации, энергетический инвариант, мощность, баланс мощности, компьютеризация, электротехническая схема.

APPLICATION OF POWER APPROACH FOR THE ANALYSIS OF SYNTHESIS OF ELECTRIC CHAINS

Vasileva O.V.¹, Budko A.A.¹

¹National research Tomsk polytechnic university, Tomsk, Russia (634050, Tomsk, Lenin prospect, 30), e-mail: vasileva.o.v@mail.ru

Work is devoted to formation of a new technique of the solution of power problems of the theoretical electrical equipment connecting all modern methods of a computerization. Such alternative methods, as spectral and a minimization method are offered. The environment of development MathCAD is applied to realization of the presented methods. Justice of a spectral method for the solution of power tasks is confirmed by balance of power. Obvious geometrical interpretation of a method is given for evidentness. In a minimization method calculation of contour currents numeral coincided with the contour currents found a classical method. Universality of method is shown on the example of nonlinear chain with two sources E.M.F. The offered methods allow to optimize the electrical engineering system, expose physical essence of the system, are good for the synthesis of electrical electrotechnical schemes. On the basis of the considered technique problems of power industry of any complexity can be realized by consideration of electromechanical systems, besides it allows to transform the vector-matrix equations of electric chains to the scalar equations.

Keywords: spectral method, minimization method, energetically invariant, power, balance of power, computerization, electrotechnical scheme.

Введение

Единственная значимая основа для построения решений различного класса задач – это энергетические описания сложных систем, параметры которых приняты за порождающие инварианты. Баланс энергии и серьезная энергетическая методология должны быть построены не на топологической или диакоптической комбинаторике, не на анализе токов и напряжений как единственно полезных параметрах, а на энергиях или мощностях [3].

Построению такой теории в настоящее время способствуют как уровень математики, так и роль компьютеризации, сделавшей фундаментальные методы доступными и, как следствие, целесообразными для прикладной и педагогической разработки [2].

Целью данной статьи является формирование новой методики решения энергетических задач теоретической электротехники, подключающей все современные методы компьютеризации.

Методика

При преобразованиях электрических цепей, как известно, мощность не является инвариантом. В свою очередь это может вызывать некоторые неудобства при рассмотрении энергетической задачи, поэтому в работе предлагаются методы преобразования цепей, инвариантами которых является мощность [4].

В качестве примера приведены два новых метода для инженерной электротехники с более конструктивных позиций. Рассмотрим последовательность примеров, наглядно иллюстрирующих фундаментальную роль свойств цепей в формировании их состояний.

Экспериментальная часть

Спектральный метод

Суть спектрального метода – в том, что любая физическая система находится лишь в состояниях, формируемых линейной комбинацией собственных функций этой системы.

Рассмотрим применение спектрального метода на примере тривиальной схемы.

Пусть задана связная цепь (рис. 1) с контурными токами $I_{1к}$, $I_{2к}$ и контурными ЭДС E_{01} , E_{02} . Значения сопротивлений $R_0 = (10 \ 15 \ 30)^T$ Ом, источников ЭДС $E_0 = (10 \ 20)^T$ В.

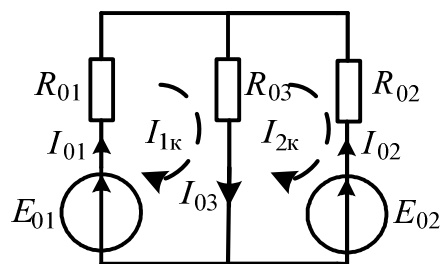


Рис. 1. Схема цепи с контурными токами

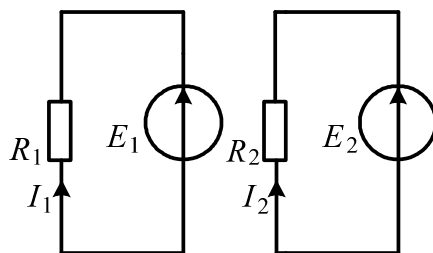


Рис. 2. Схема цепи двух несвязанных контуров

Убеждаемся, что баланс выполняется:

$$\begin{aligned}
 P_{0\Pi} &= I_{1K}^2 \cdot R_{01} + (I_{1K} - I_{2K})^2 \cdot R_{03} + (-I_{2K})^2 \cdot R_{02} = 9.444 \text{ Вт}; \\
 P_{0И} &= E_{01} \cdot I_{1K} + E_{02} \cdot (-I_{2K}) = 9.444 \text{ Вт}; \\
 P_{0\Pi} &= P_{0И} = P_0;
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

где $P_{0\Pi}$ – мощность потребителей, $P_{0И}$ – мощность источников, $I_{1K} = 0,167 \text{ А}$, $I_{2K} = -0.389 \text{ А}$.

Далее необходимо расщепить связную схему до двух простых несвязанных контуров (рис. 2) и найти новые сопротивления и источники ЭДС с помощью специальных программ пакета MathCAD:

$$\begin{aligned}
 \lambda &= \text{eigenvals}(r); \lambda = \begin{pmatrix} 12.396 \\ 72.604 \end{pmatrix} \text{ Ом}; \\
 \Lambda &= \text{eigenvecs}(r); E = \Lambda^T \cdot E_0; \\
 E &= \begin{pmatrix} 6.183 \\ 21.489 \end{pmatrix} \text{ В}; I = \begin{pmatrix} 0.499 \\ 0.296 \end{pmatrix} \text{ А};
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

где $r = \begin{pmatrix} R_{01} + R_{03} & -R_{03} \\ -R_{03} & R_{02} + R_{03} \end{pmatrix}$ – матрица контурных сопротивлений, λ – собственные числа, Λ – собственные вектора, E – новые источники ЭДС, I – токи ветвей.

Здесь (2) после преобразований новые сопротивления являются собственными числами, а соответствующие столбцы ортогональной матрицы – собственными векторами матрицы сопротивлений связной схемы. Собственные вектора позволяют перейти от векторных уравнений к скалярным уравнениям. Затем необходимо найти токи и составить баланс мощностей по известным формулам и проверить инвариантность мощности по (1):

$$\begin{aligned}
 P_{\Pi} &= I_1^2 \cdot \lambda_1 + I_2^2 \cdot \lambda_2 = 9.444 \text{ Вт}; \\
 P_{И} &= E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 = 9.444 \text{ Вт}; \\
 P_{\Pi} &= P_{И} = P_0.
 \end{aligned}$$

Убеждаемся, что баланс мощности выполняется.

Для наглядности на рисунке 3 приведена очевидная геометрическая интерпретация метода.

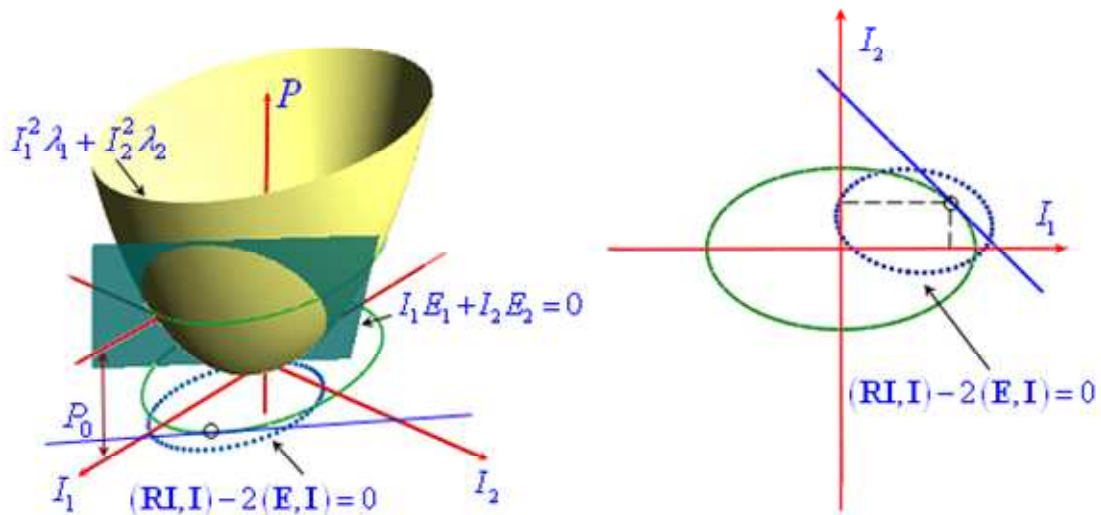


Рис. 3. Геометрическая интерпретация.

В точке касания имеет место баланс мощностей. Вся возникающая на плоскости геометрическая картина является горизонтальной проекцией взаимопересечений трёхмерных поверхностей в трёхмерном пространстве, по вертикальной оси которого откладываются мощности, а горизонтальной системой координат остаётся плоскость токов. Точка состояния цепи есть нижняя точка поверхности (рис. 3) – точка минимума мощности, выделяющейся на резисторах (мощности потерь).

Определяющим элементом всей описанной выше картины является обязательный компонент любого экстремального толкования физических процессов – мощностной или энергетической инвариант, фундаментальный для данного семейства систем. Его существование делает тривиальной логику формирования конкретной точки состояния системы в любой системе координат. Таким инвариантом в данном случае является неизменный по форме эллиптический параболоид мощности потерь данного порождающего набора резисторов R_1, R_2 .

В рассмотренном примере из группы унитарных преобразований оказалось достаточным использование ортогонального преобразования, соответствующего повороту эллиптического параболоида потерь в однородном координатном базисе [7].

Метод минимизации энергии

Метод минимизации энергии – один из альтернативных методов решения задач электротехники. Любая физическая система стремится к минимуму энергии [5].

Если записать функционал энергии для электротехнической системы с последующей его минимизацией, то можно получить уравнения для интересующих нас обобщенных координат [6].

В зависимости от того, что выбирается в качестве обобщенных координат, функционал S записывается по-разному.

Если в качестве обобщенных координат выбираются контурные токи (рис. 1), функционал мощности может быть записан в зависимости от контурных токов:

$$S(I_{1K}, I_{2K}) = I_{1K}^2 \cdot R_{01} + (-I_{2K})^2 \cdot R_{02} + (I_{1K} - I_{2K})^2 \cdot R_{03} - 2 \cdot (E_{01} \cdot I_{1K} + E_{02} \cdot (-I_{2K})).$$

Минимизировать функционал $S(I_{1K}, I_{2K})$ можно, взяв частную производную по I_{1K} и I_{2K} и приравняв ее к нулю. Полученная система и даст нам интересующие нас контурные токи:

$$\begin{cases} \frac{\partial S(I_{1K}, I_{2K})}{\partial I_{1K}} = 0 \\ \frac{\partial S(I_{1K}, I_{2K})}{\partial I_{2K}} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Минимизировать функционал возможно так же и с помощью программы Minimize программно-интегрированной среды MathCAD:

$$\text{Minimize}(S, I_{1K}, I_{2K}), \quad (4)$$

где $I_{1K} = 0,167$ А, $I_{2K} = -0,389$ А.

Ниже продемонстрирована универсальность метода на примере нелинейной цепи с двумя источниками ЭДС (рис. 4).

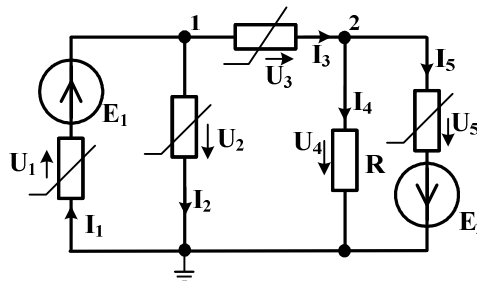


Рис. 4. Нелинейная цепь.

Значения источников ЭДС $E = (6 \ 2)^T$ В.

Зависимость токов ветвей от напряжений ветвей:

$$I(U) = \left(\left(\frac{27}{2} (U + E_1) \right)^{\frac{1}{3}} \sqrt{\frac{U}{4}} \ (8 \cdot U)^{\frac{1}{3}} \ \frac{U}{6} \ \sqrt{(U + E_2) \cdot \frac{9}{20}} \right)^T.$$

Мощность ветвей:

$$k = 1..5 \quad Q(U, k) = \int_0^U I(U)_k dU;$$

$$q(U) = (Q(U, 1) \ Q(U, 2) \ Q(U, 3) \ Q(U, 4) \ Q(U, 5))^T.$$

Функционал мощности в зависимости от потенциалов записан ниже, где в качестве обобщенных координат выбраны потенциалы:

$$S(\varphi_1, \varphi_2) = q(-\varphi_1)_1 + q(\varphi_1)_2 + q(\varphi_1 - \varphi_2)_3 + q(\varphi_2)_4 + q(\varphi_2)_5 . \quad (5)$$

Минимизация функционала (5) осуществлена по (3). Полученная система даст интересные потенциалы:

$$\begin{cases} \frac{\partial S(\varphi_1, \varphi_2)}{\partial \varphi_1} = 0 \\ \frac{\partial S(\varphi_1, \varphi_2)}{\partial \varphi_2} = 0 \end{cases} ,$$

где $\varphi_1 = 5,981$ В, $\varphi_2 = 4,271$ В.

Минимизировать функционал возможно так же и с помощью программы Minimize (4).

Результаты

Реализация данных методов является идеалом с точки зрения электромагнитной совместимости устройств, включая совместимость по симметрии сети, из-за отсутствия в этом случае “набросов” мощности, идущей обычно как на формирование сетевой, так и высокочастотной помех [8]. Представляется весьма высокой и учебно-методологическая ценность предлагаемого подхода, раскрывающая электротехническое содержание собственных векторов и собственных чисел матриц описаний состояний электротехнических устройств.

Отметим основные достоинства использованных выше методов:

- позволяют оптимизировать электротехническую систему;
- раскрывают физическую сущность системы;
- хороши для синтеза электротехнических схем;
- позволяют получить схему с наперед заданными свойствами.

Это актуально в задачах электроэнергетики при рассмотрении электромеханических систем. Также выше описанные методы дают возможность не только определять множества цепей с постоянной мощностью, но и позволяют преобразовать векторно-матричные уравнения электрических цепей в скалярные уравнения [1].

Список литературы

1. Воеводин В.В, Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. – М.: Наука. –1984. – 318 с.
2. Грамм М.И. Вариант дедуктивной организации курса теоретической электротехники // Электричество. – 1996. - №10. – С. 8–13.

3. Исаев Ю.Н., Васильева О.В., Колчанова В.А. Влияние индуктивности индуктора коаксиального магнитоплазменного ускорителя на кинетическую энергию системы // *Электричество*. – 2012. - №6. – С. 33а–35.
4. Крон Г. Тензорный анализ сетей. – М.: Сов. радио. – 1978. – 420 с.
5. Лукутин Б.В., Шандарова Е.Б. Качество напряжения микрогидроэлектростанции с вентильной балластной нагрузкой // *Современные проблемы науки и образования*. – 2012. - № 3 [Электронный доступ]. – URL: www.science-education.ru/103-6326 (дата обращения: 07.04.2014).
6. Носов Г.В., Кулешова Е.О. Расширенный метод эквивалентного генератора при постоянных токах // *Известия Томского политехнического университета*. – 2011. – Т. 310. - №4. – С. 73–75.
7. Потапов А.А., Гуляев Ю.В., Никитов С.А., Пахомов А.А., Герман В.А. Новейшие методы обработки изображений. – М.: Физматлит. – 2008. – 496 с.
8. Хэпп Х. Диакоптика и электрические цепи. – М.: Мир. – 1974. – 344 с.

Рецензенты:

Сивков А.А., д.т.н., профессор кафедры ЭПП ЭНИН ФГБОУ ВПО «НИ ТПУ», Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск.

Лукутин Б.В., д.т.н., заведующий кафедрой ЭПП ЭНИН ФГБОУ ВПО «НИ ТПУ», Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск.