

## ФАКТОРНЫЙ ПОДХОД КЛАСТЕРИЗАЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ОЦЕНИВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ В СИСТЕМЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**Болтовский Д.В.**

*ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет», Томск, Россия (634050, Томск, пр. Ленина, 30), e-mail: bdv1@tpu.ru*

Проведен многомерный статистический анализ результатов первой сессии по высшей математике студентов очной формы обучения Энергетического института Томского политехнического университета. Рассмотрение проведено в системе 4-х показателей: ВК – результаты тестового входного контроля по математике, АТТ1 – результаты текущей аттестации по высшей математике в середине семестра, АТТ2 – результаты текущей аттестации по высшей математике в конце семестра, ЭКЗ – результат классического экзамена. В рамках корреляционного анализа выявлены высоко значимая положительная корреляционная зависимость между АТТ и ЭКЗ. С учетом корреляционной зависимости показателей на основании факторного анализа построены Ф1 – фактор успеваемости по высшей математике {АТТ1+АТТ2+ЭКЗ} и Ф2 – фактор входного контроля. В построенном 2-х мерном факторном пространстве {Ф1, Ф2} методом К-средних получена 3-х кластерная высококачественная модель, распределяющая 11 групп студентов по 3-м кластерам. В рамках дисперсионного анализа выделены для каждого фактора однородные группы кластеров. Результаты подобной кластеризации результатов оценивания знаний могут быть учтены в процессе обучения для оценки качества образования и контроля знаний.

Ключевые слова: многомерный статистический (корреляционный, факторный, кластерный, дисперсионный) анализ, высшее образование.

## FACTOR APPROACH OF CLUSTERING OF OUTCOMES OF THE ESTIMATION OF MATHEMATICAL KNOWLEDGE IN HIGHER EDUCATION SYSTEM

**Boltovskij D.V.**

*National research Tomsk polytechnic university, Tomsk, Russia (634050, Tomsk, Lenin's avenue, 30), e-mail: bdv1@tpu.ru*

The many-dimensional statistical analysis of outcomes of the first session on higher mathematics of students of a full-time course of study of Power institute of Tomsk polytechnic university is spent. Reviewing is spent in system of 4 indicators: EC – outcomes of test entering control on the mathematician, CERT1 – outcomes of current certification for higher mathematics in the middle of a semestre, CERT 2 – outcomes of current certification for higher mathematics in the end of a semestre, EX – outcome of classical examination. Within the limits of a correlation analysis are revealed highly significant positive correlative association between CERT and EX. Taking into account correlative association of indicators on the basis of a component analysis are constructed F1 - the progress factor on higher mathematics { CERT 1+ CERT 2+ EX } and F2 – the factor of entering control. In constructed 2 measured factor space {F1, F2} the method of K-averages receives 3 cluster high-quality model distributing 11 groups of students on 3rd clusters. Within the limits of an analysis of variance homogeneous groups of clusters are selected for each factor. Outcomes similar кластеризации outcomes of an estimation of knowledge can be considered in the course of training for an estimation of quality of formation and control of knowledge.

Keywords: many-dimensional statistical (correlative, factor, cluster, dispersing) the analysis, higher education.

В условиях модернизации современного российского высшего образования основным направлением его совершенствования является повышение качества обучения и контроля знаний [4, 6, 7, 9, 10].

В данной работе аналогично [1-3] проведен многомерный статистический анализ результатов оценивания знаний по высшей математике (выборка ЭНИН объема  $n = 237$ ) в объеме 1-го семестра (линейная алгебра и аналитическая геометрия + дифференциальное исчисление) студентов очной формы обучения Энергетического института Томского политехнического университета.

ского университета [8]. Рассмотрение проведено в системе 4-х показателей (рис.1): ВК – результаты тестового входного контроля по математике, АТТ1 – результаты текущей аттестации по высшей математике в середине семестра, АТТ2 – результаты текущей аттестации по высшей математике в конце семестра, ЭКЗ – результат классического экзамена.

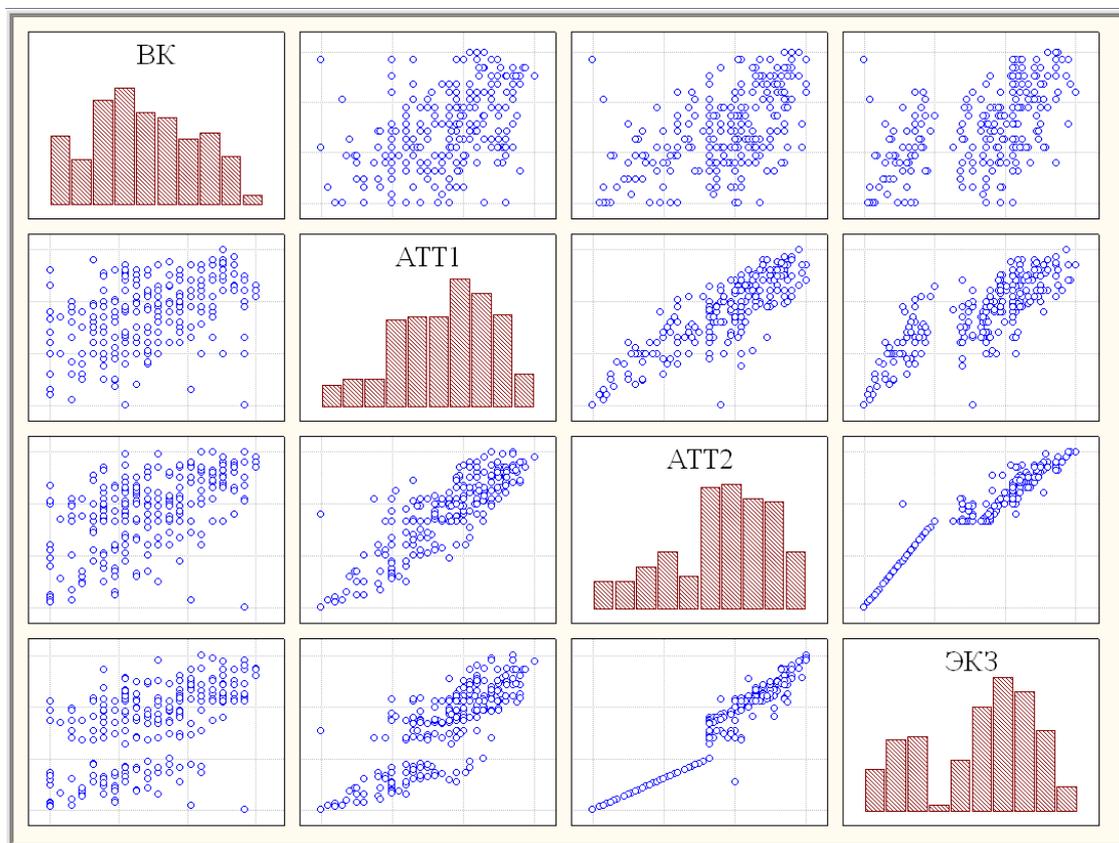


Рис. 1. Диаграммы рассеяния с гистограммами переменных выборки ЭНИН

Все числовые результаты ВТ приведены к единой 5-балльной шкале (делением результата на соответствующий максимальный результат и умножением на пять). Созданная таким образом в MS Excel база данных использовалась далее в пакете Statistica [5] для статистического анализа данных.

В рамках корреляционного анализа выявлены высоко значимые (на уровне значимости  $p < 0,0005$ ) положительная корреляционная зависимость между АТТ1, АТТ2 и ЭКЗ (коэффициенты парных корреляции Пирсона  $r$  и Спирмена  $R > 0,81$ ).

С учетом корреляционной зависимости исходных показателей (АТТ1, АТТ2 и ЭКЗ) на основании факторного анализа проведено сокращение их числа до двух (Ф1 и Ф2) и проведена интерпретация новых переменных по нагрузкам, характеризующим корреляции между факторами и показателями (табл. 1).

Таблица 1

Вращаемые факторные нагрузки в выбранной 2-х факторной модели ЭНИН

Фактор.нагрузки (Варим. исх.)		
Выделение: Главные компон.		
(Отмечены нагрузки > 0,70)		
Перемен.	Фактор 1	Фактор 2
ВК	0,258	<b>0,964</b>
АТТ1	<b>0,915</b>	0,184
АТТ2	<b>0,928</b>	0,308
ЭКЗ	<b>0,905</b>	0,340
Общ. дис.	2,584	1,174
Доля общ	0,646	0,294

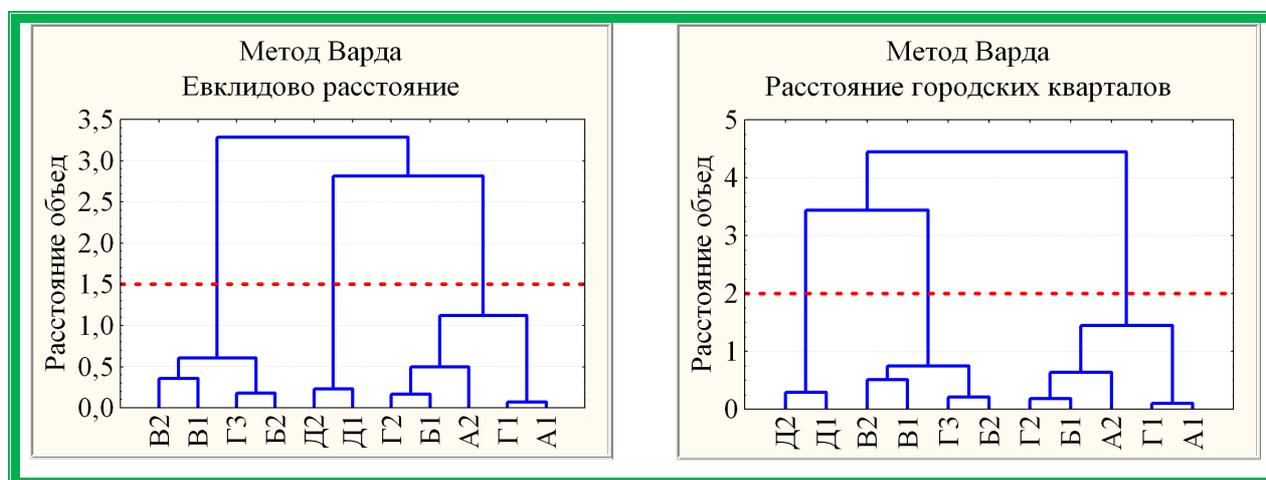
Согласно табл. 1, высокие факторные нагрузки исходных показателей распределились по факторам следующим образом:

Фактор ф1 – фактор текущей успеваемости {АТТ1+АТТ2+ЭКЗ} характеризуется положительной корреляционной связью.

Фактор ф2 – фактор ВК характеризуется положительной корреляционной связью.

Для проведения дальнейшего анализа ЭНИН в рамках построенной 2-х факторной модели вычислены значения наблюдений в новой системе факторных координат.

В построенном 2-х мерном факторном пространстве {ф1, ф2} проведена кластеризация 11-и учебных групп ЭНИН и построено иерархическое дерево (рис. 2).



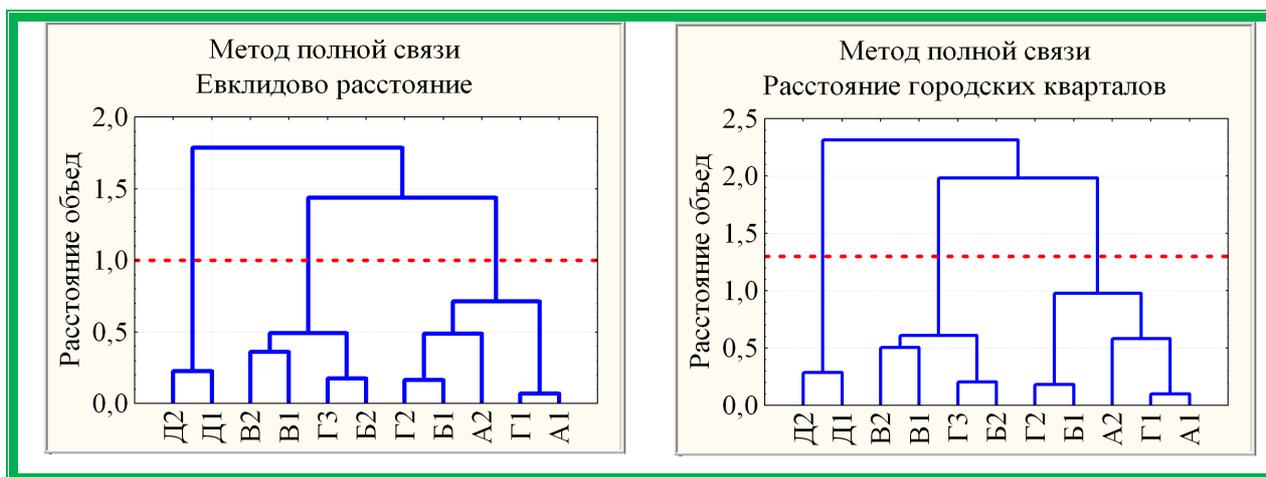


Рис. 2. Дендрограммы наблюдений в пространстве  $\{\phi_1, \phi_2\}$ , построенные с использованием разных мер близости и правил объединения двух кластеров

В результате получено разбиение 11 групп на 3 кластера, обладающее устойчивостью относительно вариации мер близости (расстояние Евклида, Чебышева, городских кварталов) и правил объединения двух кластеров (метод Варда, полной связи, попарного среднего).

В построенном 2-х мерном факторном пространстве  $\{\phi_1, \phi_2\}$  методом  $K$ -средних, проводящим классификацию объектов по заданному количеству кластеров, получена также 3-х кластерная высококачественная модель результатов ЭНИН, распределяющая 11-и учебных групп студентов по 3-м кластерам высоко значимо (на уровне значимости  $p < 0,0005$ ) согласно  $\lambda$ -критерию Уилкса по совокупности показателей  $\phi_1$  и  $\phi_2$  (рис.3).

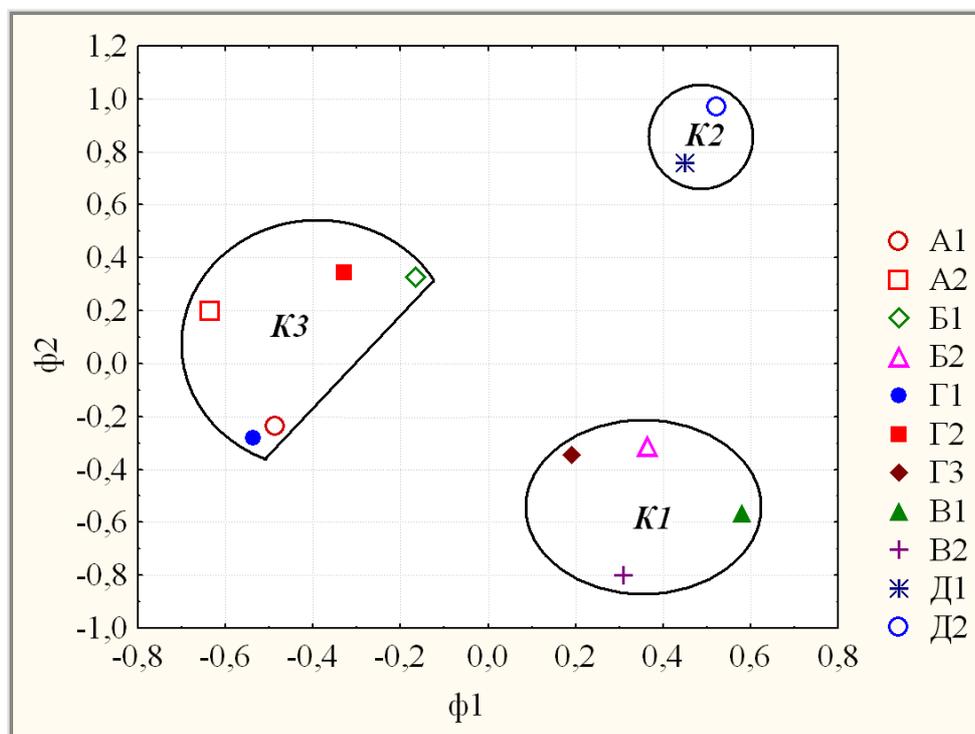


Рис. 3. Диаграмма рассеяния кластеров ЭНИН в факторных координат  $\{\phi_1, \phi_2\}$

Алгоритм метода *K*-средних, перемещая объекты в разные кластеры с целью минимизации изменчивости внутри кластеров и максимизации изменчивости между кластерами, оценивает качество кластеризации наблюдений по каждому фактору посредством параметрического дисперсионного анализа (табл. 2).

Таблица 2

Результаты дисперсионного анализа кластеризации наблюдений по факторам ЭНИН

Дисперсионный анализ (ВК_АТТ_ЭКЗ_ЭНИН_sta)						
перемен.	Между SS	сс	Внутри SS	сс	F	значим. р
φ1	1,918	2	0,220	8	34,837	<b>0,00011</b>
φ2	2,549	2	0,550	8	18,532	<b>0,00099</b>

Согласно табл. 2, три кластера различаются высоко значимо по φ1 (на уровне значимости  $p \approx 0,0001 < 0,0005$ ) и сильно значимо по φ2 (на уровне значимости  $0,0005 < p \approx 0,001 < 0,005$ ).

Кластерные средние по старым {ВК, АТТ1, АТТ2, ЭКЗ} и новым {φ1, φ2} показателям приведены в табл. 3.

Таблица 3

Кластерные средние *m* по ВК, АТТ1, АТТ2, ЭКЗ (5-ти балльная шкала), φ1, φ2 (стандартизированные)

Кластер	АТТ1	АТТ2	ЭКЗ	φ1	φ2	ВК	Состав
К3	2,528	2,614	2,265	-0,437	0,067	2,257	А1, А2, Б1, Г1, Г2
К1	3,253	3,298	2,885	0,358	-0,499	1,845	Б2, В1, В2, Г3
К2	3,538	3,983	3,715	0,484	0,859	3,469	Д1, Д2

Согласно апостериорным критериям (Фишера, Шеффе, Тьюки) можно оформить результаты множественных сравнений кластерных средних в порядке их убывания для каждого фактора:

φ1: {К1, К2}, {К3}, так, что К2 отличается от К3 высоко значимо (на уровне значимости  $p < 0,0005$ ).

φ2: {К2}, {К3}, {К1} так, что К3 отличается как от К1, так и от К2 статистически значимо (на уровне значимости  $0,005 < p < 0,05$ ).

Построенные последовательности неоднородных групп кластеров по каждому фактору находятся в согласии с результатами множественных сравнений по непараметрическому критерию Краскела – Уоллиса, смягчающему для φ1 отличие К2 от К3 до слабо значимого (на уровне значимости  $0,05 < p < 0,10$ ), а для φ2 отличие К1 от К2 до статистически значимо-

го (на уровне значимости  $0,005 < p < 0,05$ ). При этом три кластера по совокупности различаются по каждому фактору статистически значимо (на уровне значимости  $0,005 < p < 0,05$ ).

Графики кластерных средних для каждого фактора приведены на рис. 4.

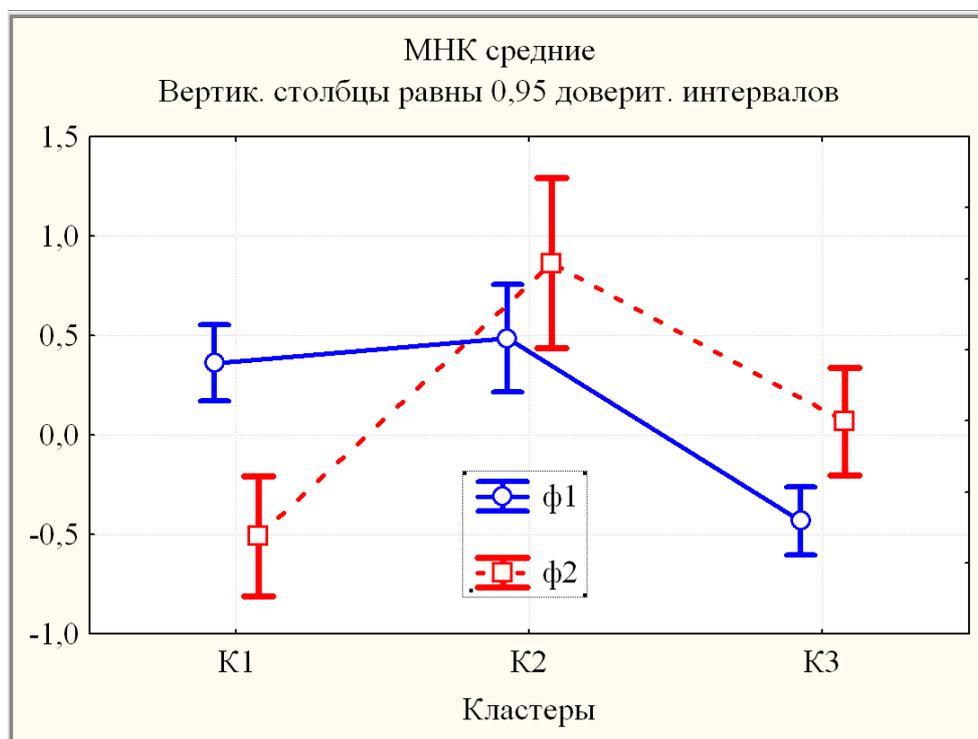


Рис. 4. Линейные графики факторных (стандартизированных) средних с 95 % границами доверительных интервалов для каждого кластера

Результаты кластерного анализа наблюдений по совокупности факторов с учетом результатов множественных сравнений кластерных средних для каждого фактора позволяют провести классификацию наблюдений в порядковой шкале стандартизированных измерений, полагая в качестве уровня «Средний» – стандартизированный интервал  $(-0,25; +0,25)$ , «Выше среднего» –  $(+0,25; +1)$ , «Ниже среднего» –  $(-1; -0,25)$ .

Таблица 3

Классификация наблюдений по совокупности факторов в порядковой шкале стандартизированных измерений

Кластер	Объем кластера	φ1 {АТТ+ЭКЗ}	φ2 {ВК}
К1	4	Выше среднего	Ниже среднего
К2	2	Выше среднего	Выше среднего
К3	5	Ниже среднего	Средний

Согласно рис. 3–4 и табл. 3–4, две группы студентов (К2) демонстрируют стабильный уровень «Выше среднего» ( $m_{ВК} \approx 3,47$  и  $m_{АТТ2} \approx 3,98$ ), четыре группы (К1) – значимую поло-

жительную динамику (от  $m_{\text{ВК}} \approx 1,85$  до  $m_{\text{АТТ2}} \approx 3,30$ ) и пять групп – слабую динамику (от  $m_{\text{ВК}} \approx 2,26$  до  $m_{\text{АТТ2}} \approx 2,61$ ).

## **Выводы**

1. В рамках корреляционного анализа выявлены высоко значимые (на уровне значимости  $p < 0,0005$ ) положительная корреляционная зависимость между АТТ1, АТТ2 и ЭКЗ (коэффициенты парных корреляции Пирсона  $r$  и Спирмена  $R > 0,81$ ).
2. С учетом корреляционной зависимости показателей на основании факторного анализа построены Ф1 – фактор текущей успеваемости {АТТ1+АТТ2+ЭКЗ} и Ф2 – фактор ВК.
3. В 2-х мерном факторном пространстве {Ф1, Ф2} методом  $K$ -средних получена 3-х кластерная значимая модель, распределяющая 11 групп студентов по 3-м кластерам.
4. В рамках дисперсионного анализа выделены для каждого фактора однородные (различающиеся незначимо) группы кластеров.
5. Проведена классификация результатов оценивания усвоенных студентом знаний по высшей математике в номинальной шкале измерений.
6. Результаты подобной кластеризации (по совокупности показателей) результатов оценивания знаний могут быть учтены в процессе обучения для оценки качества образования и контроля знаний.

*Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда.*

## **Список литературы**

1. Арефьев В. П., Михальчук А. А., Филипенко Н. М. Сравнительный статистический анализ входного и текущего контроля математических знаний в рамках классической формы заочного высшего образования // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 5 (Электронный журнал). – URL: [www.science-education.ru/111-10676](http://www.science-education.ru/111-10676) (дата обращения: 22.02.2014).
2. Арефьев В.П., Михальчук А.А., Филипенко Н.М. Многомерные статистические методы оценивания знаний в системе заочного инновационного обучения // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 2 (Электронный журнал). – URL: [science-education.ru/116-12658](http://science-education.ru/116-12658) (дата обращения: 08.04.2014).
3. Арефьев В.П., Михальчук А.А., Филипенко Н.М. Кластерный анализ результатов оценивания знаний в системе заочного обучения с использованием дистанционных образовательных технологий // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 3 (Электронный журнал). – URL: [science-education.ru/109-9506](http://science-education.ru/109-9506) (дата обращения: 22.02.2014).

4. Багаутдинова С.Ф., Левшина Н.И., Санникова Л.Н., Турченко В.И. Разработка и организация системы мониторинга качества образовательной деятельности студентов в высшем учебном заведении // *Фундаментальные исследования*. – 2014. – № 1-0. – С. 109-114.
5. Боровиков В.П. STATISTICA. Искусство анализа данных на компьютере: Для профессионалов. – СПб.: Питер, 2003. – 688 с.
6. Жичкин А.М. Метод применения инструментария контроля качества в организациях высшего профессионального образования // *Высшее образование сегодня*. – 2014. – № 1. – С. 19-25.
7. Куринин И.Н., Нардюжев В.И., Нардюжев И.В. Статистический анализ результатов компьютерного тестирования в кредитной системе обучения // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования*. – 2013. – № 1. – С. 115-125.
8. Образование в ТПУ: итоги 2012/13 учебного года / И. А. Абрашкина [и др.]; Национальный исследовательский Томский политехнический университет (ТПУ). – Томск: Изд-во ТПУ, 2013. – 318 с.
9. Саидова Ф.Б. Проблемы качества высшего образования в контексте трансформации образования // *Педагогические науки*. – 2014. – № 1 (64). – С. 7-9.
10. Степанов В.И. Проблемы обеспечения качества высшего образования в рамках болонского процесса // *Вестник Томского государственного педагогического университета*. – 2013. – № 6 (134). – С. 27-32.

**Рецензенты:**

Трифонов А.Ю., д.ф.-м.н., профессор кафедры высшей математики и математической физики, ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск.

Арефьев К.П., д.ф.-м.н., профессор кафедры высшей математики, ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск.