

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ 5–6 КЛАССОВ

Ковпак И.О.

Институт математики и информатики ГБОУ ВПО «Московский городской педагогический университет», г. Москва, Россия (127521, Москва, ул. Шереметьевская, д. 29), e-mail: irina-kovpak@yandex.ru.

Рассматривается актуальная проблема методики преподавания математики – поиск эффективных путей преподавания содержательно-методической линии «Анализ данных» в курсе математики 5–6 классов. Главной целью изучения стохастического материала в 5–6 классах является формирование первоначальных вероятностно-статистических представлений. Одним из важных организационных средств их формирования являются статистические исследования на уроках математики в 5–6 классах. На основе выводов исследований российских и зарубежных педагогов и психологов, посвящённых формированию вероятностно-статистического мышления, делается вывод о критериях сформированности первоначальных вероятностно-статистических представлений и предлагается система задач по курсу математики 5–6 классов, включающая статистические исследования, которые можно проводить при изучении темы «Круговые диаграммы». Предлагаемые упражнения отвечают требованиям ФГОС и имеют следующие особенности: 1) для них создан операционализированный перечень планируемых результатов; 2) составлены задания двух уровней сложности (базовый и повышенный); 3) упражнения имеют интересное для учащихся 5–6 классов содержание; 4) задания различаются по форме ответа, используемым средствам, форме проведения работы.

Ключевые слова: стохастика, методика преподавания математики, образовательный стандарт, статистическое исследование, система упражнений, анализ данных.

STATISTICAL RESEARCH AS A MEAN OF FORMING THE PROBABILISTIC THINKING AT MATHEMATICS IN THE 5TH AND THE 6TH FORMS

Ковпак И.О.

Institute of Mathematics and Informatics of Moscow City Teacher Training University, Moscow, Russia (127521, Moscow, Sheremet'yevskaya st. 29), e-mail: irina-kovpak@yandex.ru.

The article looks into the urgent issue of finding an effective way to teach methodological line “Data analysis” at mathematics in the 5th and the 6th forms. The main purpose of the study of stochastic material at the lessons in the 5th and the 6th form is the forming of the initial probabilistic and statistical notions. One of the important means of organizing their forming is statistical research at mathematics in the 5th and the 6th forms. Based on the conclusions of Russian and foreign teachers and psychologists issues devoting to probabilistic and statistical thinking, author concludes the criteria of forming of the initial probabilistic and statistical notions. Author also suggests a system of problems in mathematics in the 5th and the 6th forms, including statistical researches for learning of the subject "Pie chart". The proposed exercises meet the requirements of the government educational standard and have the following features: 1) operationalized list of planned results; 2) two difficulty levels (basic and enhanced); 3) the exercises are interesting for children 10-12 years old; 4) the exercises have differences in forms of a response, the tools you use, the forms of work.

Keywords: stochastics, methods of teaching mathematics, educational standard, statistical researches, system of problems, data analysis.

Одной из приоритетных задач математического образования является развитие вероятностно-статистического мышления учащихся. Функционирование личности в современном обществе не представляется возможным без некоторой вероятностно-статистической подготовки. На страницах газет человек сталкивается с информацией, представленной в виде диаграмм, графиков, с такими понятиями, как средние показатели, тенденция увеличения или уменьшения, шансы, прогноз, возможность, корреляция, опрос

общественного мнения. От степени понимания этих и других терминов зависит уровень восприятия человеком информации и, впоследствии, сделанные им выводы.

Понятие «вероятностное мышление» в 1945 г. ввёл советский психолог, доктор психологических наук Б.М. Теплов. Оно обозначает вид мышления, «в структуру которого входят суждения о степени вероятности ожидаемых событий» [4, с.17]. Наряду с указанным понятием, педагоги и психологи употребляют его синонимы «вероятностно-статистическое» и «статистическое» мышление.

Значительное место в отечественной и зарубежной педагогике и психологии принадлежит исследованиям, посвященным поиску эффективных путей формирования вероятностно-статистического мышления. Одним из наиболее значительных в этой области является исследование доктора педагогических наук В.Д. Селютина. По мнению В.Д. Селютина, формирование первоначальных вероятностно-статистических представлений (автор называет их статистическими представлениями) лежит в основе формирования вероятностно-статистического мышления.

Серия экспериментов, проведённых Женевской психологической школой под руководством Ж. Пиаже, и исследования в области межполушарной асимметрии мозга показали, что формировать первые интуитивные представления у детей следует начинать уже в начальной школе, а наиболее благоприятным для начала оперирования комбинаторными и вероятностными понятиями является возраст 10–13 лет, что примерно соответствует 5–7 классам российской школы.

В то же время, подчёркивает Л.В. Евдокимова, вне специально организованного обучения комбинаторные операции «сохраняют все ограничения, свойственные житейским представлениям» [3,с.10]. Теория, разработанная Ж. Пиаже, не даёт ответа на вопрос о механизмах перехода учащихся с предыдущей на последующую стадию развития мышления и роли обучения в организации этого процесса.

В связи с этим возникает вопрос о поиске путей построения эффективной методики формирования вероятностно-статистических представлений на различных этапах школьного математического образования.

При рассмотрении значительного числа случайных явлений наблюдаются определённые закономерности, называемые статистическими. В их основе лежат сложные взаимодействия причин, как вытекающих из сущности явлений, так и обусловленных случайным стечением обстоятельств. Таким образом, действует известный закон больших чисел: «совокупное действие случайных факторов приводит, при некоторых весьма общих условиях, к результату, почти не зависящему от случая» [7, с. 58].

Важность наглядной демонстрации учащимся действия закона больших чисел подчёркивали многие отечественные педагоги и методисты. Л.О. Бычкова считает формирование представлений о статистической устойчивости одним из важнейших компонентов статистического стиля мышления: «центральное место занимают <...> представления, связанные с различными экспериментальными проявлениями закона больших чисел. На основе этих представлений естественным образом осуществляется переход к восприятию вероятностных понятий» [2, с. 62].

Необходимость постепенного формирования представлений о законе больших чисел отмечает и М.В. Ткачёва: «дети готовы воспринять это понятие сразу после изучения обыкновенных дробей в 5 классе. Но путь до осознания закона больших чисел должен быть долгим <...> К. осознанному восприятию закономерностей в массовых явлениях большинство детей готово лишь к 14-15 годам» [8].

В.А. Болотюк в своём диссертационном исследовании также подробно раскрывает вопросы формирования вероятностно-статистических представлений (ВСП) в курсе алгебры основной школы как процесс поэтапного обучения комбинаторному, вероятностному и статистическому содержанию на уровне, доступном учащимся подросткового возраста [1, с. 63].

В.А. Болотюк выделяет следующие этапы в формировании ВСП:

1. Формирование элементарных ВСП;
2. Систематизация и обобщение элементарных ВСП;
3. Обучение формальному курсу теории вероятностей и математической статистики [1, с. 45].

Основным условием эффективности первого и второго этапов формирования ВСП и В.А. Болотюк, и В.Д. Селютин считают реализацию обучения элементам теории вероятностей и статистики в рамках теории поэтапного формирования умственных действий П.Я. Гальперина. В.А. Болотюк и В.Д. Селютин подробно рассматривают средства, позволяющие оптимизировать процесс обучения стохастическому материалу.

Под *средствами* обучения В.А. Болотюк понимает «совокупность объектов любой природы, для которой характерно, что каждый их них: 1) представляет, полностью или частично заменяет изучаемый факт, понятие; 2) даёт новую информацию об изучаемом понятии» [1, с. 76].

В качестве главного *средства формирования* ВСП в обучении математике В.А. Болотюк выдвигает разработанную им разноуровневую систему сюжетно-практических задач, а в качестве вспомогательных средств на основе общей классификации средств обучения выделяет следующие специальные средства:

- приборы и модели (фишки, карточки, таблицы случайных чисел, генераторы случайного, графы, блок-схемы);
- печатные средства (учебники, учебные и справочные пособия);
- экранные средства (диапозитивы, кинофильмы);
- контрольно-обучающие устройства и ТСО (компьютеры, калькуляторы, педагогические программные средства).

В.Д. Селютин в своём исследовании уделяет большое внимание *организационным средствам* формирования ВСП.

Важными организационными средствами формирования первоначальных ВСП являются стохастические игры и эксперименты. Но работа по формированию первоначальных ВСП не должна ограничиваться только проведением игр и экспериментов, считает В.Д. Селютин, так как в реальности часто имеют место случайные явления, не зависящие от наших действий, возникающие под влиянием большого числа неочевидных для детей факторов. Поэтому одним из важных средств формирования ВСП являются статистические исследования – «изучение явлений из окружающей школьников действительности посредством сбора статистической информации и простейшей её математической обработки, позволяющей сделать выводы об этих явлениях» [7, с. 101].

На необходимость организации целенаправленного наблюдения школьников 5–6 классов за массовыми явлениями окружающей действительности указывает и М.В. Ткачёва: «желательно обучать детей 5–6 классов самостоятельному целенаправленному сбору информации о явлениях окружающей их жизни, подсчёту данных в небольших (объемом до 30 единиц) выборках, систематизации этих данных по различным признакам» [8]. М.В. Ткачёва обращает внимание на то, что организованное наблюдение учащимися неравномерных распределений величин в различных явлениях природы и техники способствует формированию умения распознавать величины, имеющие нормальное распределение.

В.Д. Селютин выделяет в проведении статистического исследования этапы, во многом сходные с этапами статистического эксперимента:

- 1) наблюдение явления;
- 2) учет, запись наблюдаемых фактов;
- 3) систематизация и оформление полученных сведений;
- 4) представление полученных сведений в виде геометрических образов и (или) вычисление некоторых обобщающих характеристик;
- 5) заключение о результатах исследования.

Рассмотрим систему задач, включающую статистические исследования, которые можно проводить при изучении темы «Круговые диаграммы» курса математики 5–6 классов. Предлагаемые упражнения отвечают требованиям ФГОС [5], [6] и имеют следующие особенности:

- создан операционализированный перечень планируемых результатов освоения стохастической линии в 5–6 классах, задающий основные требования к уровню овладения ими;
- к каждому планируемому результату соответствует ряд умений, характеризующих достижение выпускником данного результата;
- содержание заданий является интересным для учащихся 5–6 классов и соответствует их возрастным особенностям;
- составлены задачи двух уровней сложности (базовый и повышенный);
- упражнения различаются по форме ответа, используемым средствам, форме проведения работы.

Планируемый результат:

- строить круговую диаграмму по готовой таблице
- строить круговую диаграмму по самостоятельно заполненной таблице
- проводить статистическое исследование и фиксировать его результаты
- анализировать результаты исследования.

Умение: строить круговую диаграмму по самостоятельно заполненной таблице

№ 15.1. Задача базового уровня

В социологическом исследовании приняли участие 200 пятиклассников. На вопрос «Как ты считаешь, заменит ли в будущем электронная книга бумажную?» Большинство опрошенных школьников так не считают (67%), только 33% респондентов ответили - «да».

а) Заполни таблицу (таблица 1):

Таблица 1

	да	нет
Количество ответов, %		
Сектор диаграммы, градусы		

б) Построй круговую диаграмму по полученной таблице.

в) Посчитай, сколько ребят думает, что электронная книга сможет заменить бумажную книгу и сколько придерживается противоположного мнения, и заполни таблицу (таблица 2):

Таблица 2

	да	нет
Количество ответов, %		
Количество ответов (из 200 опрошенных)		

№ 15.2. Задача повышенного уровня

Результаты соцопроса (см. задачу 8.1.) также показали, что в качестве причин, почему электронная книга не сможет совсем заменить бумажную, ребята называют следующие:

1. «бумажная книга – это лучшее изобретение человека» – 5 % (1-я категория);
2. «бумажную книгу удобнее читать» – 40 % (2-я категория);
3. «от долгого чтения с компьютера устают глаза» – 25 % (3-я категория);
4. «я привык к книге, она для меня друг» – 30 %. (4-я категория).

а) Заполни таблицу (таблица 3):

Таблица 3

	1-я категория	1-я категория	3-я категория	4-я категория
Количество ответов, %				
Сектор диаграммы, градусы				

б) Построй круговую диаграмму по полученной таблице.

в) Воспользуйся ответом пункта в) предыдущей задачи (число школьников, ответивших на вопрос отрицательно) и посчитай количество человек в каждой из четырёх полученных категорий.

г) Заполни таблицу (таблица 4):

Таблица 4

	1-я категория	2-я категория	3-я категория	4-я категория
Количество ответов, %				
Количество ответов (Из ____)				

№ 15.3. Задача базового уровня

а) Проведи аналогичный опрос среди своих друзей и знакомых.

б) Заполни таблицу (таблица 5):

Таблица 5

	да	нет
Количество ответов (Из ___ всего)		
Сектор диаграммы, градусы		

в) Построй круговую диаграмму по полученной таблице.

№ 15.4. Задача повышенного уровня

а) Проведи опрос среди своих друзей и знакомых на тему: «Есть ли у тебя домашние животные?». Возьми список фамилий и рядом с каждой фамилией поставь прочерк, если животных нет, или запиши название животного.

б) Заполни таблицу:

- Посчитай, сколько различных животных в списке и запиши их названия в 1-ю строку таблицы;
- Во 2-ю - запиши, у скольких человек есть дома такое животное, например: кошка – 5 чел., собака – 6 чел., рыбки – 2 чел., попугай – 1 чел. и т.д.;
- Посчитай и запиши в 3-ю строку, округлив до целых, сколько процентов составляет каждое число из 2-й строки от общего числа опрошенных;
- Посчитай, сколько каждое число из 3-й строки составляет градусов, если 360° составляют 100 %, и впиши эти числа соответственно в 4-ю строку таблицы (таблица б).

Таблица б

	Кошка	Собака	Рыбки	Попугай
Количество ответов				
Количество ответов, %				
Сектор диаграммы, градусы				

в) Построй круговую диаграмму по полученной таблице.

Подводя итоги, можно отметить, что

- 1) основой для формирования ВСП является вероятностное прогнозирование, которое осуществляется за счёт работы когнитивных структур, сформировавшихся с помощью механизмов научения и обусловленное отражением объективной действительности;
- 2) формирование ВСП происходит главным образом в процессе решения совокупности сюжетно-практических задач с вероятностно-статистическим содержанием и проходит три этапа, среди которых основным является первый, закладывающий в сознание учащихся эмпирическую базу для последующего изучения материала на более высоком уровне;

- 3) статистическое исследование является одним из важнейших организационных средств формирования ВСП;
- 4) критерием сформированности первоначальных ВСП можно считать достижение определенного уровня умений и навыков, связанных с усвоением элементов наглядной и описательной статистики и основных вероятностных понятий, а также умения формулировать правильные выводы об изучаемом явлении стохастической природы и принимать решения на их основе.

Список литературы

1. Болотюк В. А. Формирование вероятностно-статистических представлений у учащихся в курсе алгебры основной школы: дис. ... канд. пед. наук. – Омск, 2002. – 176 с.
2. Бычкова Л.О. Формирование вероятностно-статистических представлений учащихся при обучении математике в средней школе: дис. ... канд. пед. наук. – М., 1991. – 135 с.
3. Евдокимова Л.В. Формирование комбинаторного мышления у младших школьников и подростков: автореф. дис. ... канд. психол. наук. – М., 2006. – 29 с.
4. Платонов К.К. Краткий словарь системы психологических понятий: учеб. пособие для учеб. заведений профтехобразования. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1984. – 174 с.
5. Примерная основная образовательная программа образовательного учреждения. Основная школа / [сост. Е. С. Савинов]. – М.: Просвещение, 2011. – 342 с.
6. Примерные программы по учебным предметам. Математика. 5–9 классы: проект. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2010. – 67 с.
7. Селютин, В.Д. Научные основы методической готовности учителя математики к обучению школьников стохастике: дис. ... д-ра пед. наук. – Орёл, 2002. – 344 с.
8. Ткачева М.В., Василькова Е.Н, Чуваева Т.В. О готовности учащихся к изучению стохастики // Математика в школе. – 2003. – № 9. – С. 56-61.

Рецензенты:

Мордкович А. Г., д.п.н., профессор кафедры математического анализа и методики преподавания математики Института математики и информатики ГБОУ ВПО МГПУ, г. Москва.

Короткова Л.М., д.п.н., профессор, Институт математики и информатики ГБОУ ВПО МГПУ, г. Москва.