

УДК 519.872; 004.75; 004.67

ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК МНОГОКАНАЛЬНЫХ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С «РАЗОГРЕВОМ» И ПОДХОД К ЕГО ТЕСТИРОВАНИЮ

Гиндин С.И.¹, Хомоненко А.Д.¹, Матвеев С.В.²

¹ФГБОУ ВПО «Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I», Санкт-Петербург, Россия (190031, Санкт-Петербург, Московский пр., 9), e-mail: sgindin@gmail.com

²ФГКВООУ ВПО «Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского» Министерства обороны Российской Федерации, Санкт-Петербург, Россия (197198, Санкт-Петербург, ул. Ждановская, 13), e-mail: sw.matveev@gmail.com

Для многоканальных систем массового обслуживания (СМО) с «разогревом» создан программный комплекс, позволяющий выполнять вычисление вероятностно-временных характеристик на основе матриц интенсивностей переходов между микросостояниями системы. Отличительной особенностью комплекса является использование входных данных в исходном матричном виде, обеспечивающее универсальность применения при анализе СМО различных классов. В статье описывается состав и назначение комплекса, а также результаты взаимного тестирования получаемых результатов на моделях с «разогревом» и аппроксимацией двухфазным гиперэкспоненциальным распределением и двухфазным обобщенным распределением Эрланга. Программный комплекс позволяет повысить точность получаемых вероятностно-временных характеристик за счет учета влияния «разогрева». Комплекс также применим для расчета вероятностно-временных характеристик СМО других классов. Выгодными отличиями комплекса являются возможности по интеграции для программистов и использование в расчетах многоканальных немарковских СМО.

Ключевые слова: программный комплекс, система массового обслуживания с «разогревом», оперативность облачных вычислений, распределенная обработка данных.

PROGRAM FOR PROBABILITY-TIME CHARACTERISTICS CALCULATION IN MULTICHANNEL QUEUEING SYSTEMS WITH “WARM-UP” AND ITS TESTING APPROACH

Gindin S.I.¹, Khomonenko A.D.¹, Matveev S.V.²

¹Petersburg State Transport University, St. Petersburg, Russia (190031, St. Petersburg, Moscow Avenue, 9), e-mail: sgindin@gmail.com

¹Military Space academy n.a. A.F. Mozhaisky, Saint-Petersburg, Russia (197198, Saint-Petersburg, street Zhdanovskaya, 13), e-mail: sw.matveev@gmail.com

For the queueing systems (QS) with “warm-up” a software package has been developed, which enables the calculation of the probability-time characteristics based on the intensity matrix of transitions between microstates of the system. A distinctive feature of the complex is the use of the input data in a matrix form, providing versatility in the analysis of different classes of QS. The paper describes the structure and functions of the complex, as well as the cross-testing results obtained for models with “warm-up” and approximated by two-phase hyperexponential distribution and two-phase generalized Erlang distribution. Software package allows to improve the accuracy of the probability-time characteristics by taking into account the influence of the “warm-up”. The package is also applicable for the calculation of probability-time characteristics of other classes of QS. Favorable package features are complex integration capabilities for programmers and use of multi-Markov queueing in calculations.

Keywords: software, queueing system with “warm-up”, efficiency of cloud computing, distributed data processing.

Введение

Одним из важных требований при проектировании информационно-вычислительных систем

(ИВС) является приемлемый уровень показателей их быстродействия и производительности. Чтобы спланировать затраты на оборудование при заданных параметрах конфигурации ИВС и показателях производительности, необходимо заранее рассчитывать прогнозируемые показатели оперативности их функционирования.

Для построения оценок оперативности функционирования информационно-вычислительных систем используется теория массового обслуживания (ТМО). В рамках ТМО рассматриваются стохастические процессы, для которых вводятся вероятностно-временные характеристики оперативности функционирования моделей систем массового обслуживания (СМО).

Существует несколько методов расчета вероятностно-временных характеристик СМО. Наиболее существенные практические результаты в публикациях связаны с применением итерационных методов для расчета немарковских систем, которые предложены Такахаши-Таками и получили развитие в [6]. Исходные немарковские распределения (длин интервалов между смежными заявками и длительности обслуживания) при названном подходе заменяются распределениями фазового типа. Указанный метод получил широкое распространение, поскольку, как показано Коксом в [8], с использованием распределений фазового типа может быть получена аппроксимация произвольных немарковских вероятностных распределений.

1. Расчет вероятностно-временных характеристик СМО с «разогревом»

Отметим, что актуальность исследований многоканальных немарковских СМО возросла в связи с массовой разработкой и внедрением распределенных и облачных систем различного масштаба – от локальных служб предприятия до глобальных услуг, доступных в сети Интернет.

При исследовании характеристик оперативности функционирования современных информационно-вычислительных систем для повышения точности моделирования в модели СМО зачастую требуется вводить дополнительные предположения, позволяющие учесть важные особенности организации вычислительного процесса. В некоторых работах, например в [3,9, 10], соответствующие модели СМО получили название систем с переменной скоростью обслуживания заявок или с «разогревом».

В работах [1,2,4] авторами настоящей статьи предложены расчетные схемы для вычисления стационарного распределения числа заявок в многоканальных немарковских СМО с аппроксимирующими распределениями фазового типа (гиперэкспоненциальным и обобщенным распределением Эрланга), неограниченной емкостью очереди и «разогревом».

Под «разогревом» понимается некоторая дополнительная работа, выполняемая системой, переходящей из свободного состояния в рабочий режим, но не характерная для обслуживания заявки, поступившей в уже работающую систему. Примером является облачная компьютерная

система, работающая в режиме разделения времени, где при первом подключении после неактивности происходит кеширование данных в области оперативного доступа.

Программный комплекс

Отметим, что ранее на этапе получения результатов расчета моделей многоканальных немарковских СМО предоставляемые программисту возможности были ограничены как возможностями вычислительной техники, так и возможностями языков программирования. Основными языками программирования ранее были Алгол и Фортран, поэтому расчетные программы делались на них и оптимизировались под особенности конкретных рассчитываемых моделей.

Для расчета моделей СМО с «разогревом» потребовалось разработать отдельный программный комплекс, основанный на работах [1, 2, 4], так как существующие комплексы программ либо позволяют рассчитывать только упрощенные марковские системы с пуассоновским входящим потоком и экспоненциальным распределением длительности обслуживания, либо в силу ограничений времени написания оптимизированы под конкретные варианты немарковских систем, например, пакет [5].

Для преодоления указанных недостатков, при разработке одним из требований являлась максимальная применимость для расчета самого широкого класса моделей. С этой целью расчеты в программе проводятся в матричном виде, непосредственно по вычислительной итерационной схеме над абстрагированной СМО, а каждая конкретная модель СМО для расчета задается в отдельном классе, описывающем матрицы переходов над графом микросостояний данной модели и параметры, влияющие на расчет ее характеристик. За счет универсальности абстракции используемой объектной модели удалось обеспечить возможность расчета произвольных СМО, для которых применима используемая итерационная расчетная схема.

1.1 Общая характеристика программного комплекса

Программный комплекс обеспечивает расчет следующих характеристик:

- стационарного распределения вероятностей микросостояний СМО в произвольный момент времени; на момент прихода очередной заявки в систему; на момент обслуживания очередной заявки;
- стационарного распределения числа заявок в СМО.

Входные данные для программы – это свойства рассматриваемой модели. Обозначим через S_j множество всех микросостояний системы, когда на обслуживании находится ровно j заявок, а через σ_j – количество элементов в S_j . Определим матрицы переходов внутри системы из S_j : $A_j[\sigma_j \times \sigma_j + 1]$ – в S_j (прибытие заявки), $B_j[\sigma_j \times \sigma_j - 1]$ – в S_{j-1} (полное завершение обслуживания)

заявки), $C_j[\sigma_j \times \sigma_j]$ – в S_j (конец промежуточной фазы обслуживания), $D_j[\sigma_j \times \sigma_j]$ – ухода из состояний яруса j (диагональная матрица).

Введём векторы-строки $\gamma_j = \{\gamma_{j,1}, \gamma_{j,1}, \dots, \gamma_{j,\sigma_j}\}$ нахождения СМО в стоянии (j, i) , $j = 0, 1, \dots$

Основная задача комплекса состоит в решении системы векторно-матричных уравнений баланса переходов между состояниями

$$\gamma_0 D_0 = \gamma_0 C_0 + \gamma_1 B_1,$$

$$\gamma_j D_j = \gamma_{j-1} A_{j-1} + \gamma_j C_j + \gamma_{j+1} B_{j+1}, \quad j = 1, 2, \dots$$

Решение ищется с учетом заданных граничных условий.

СМО может задаваться либо аналитически указанием матриц переходов между ними, либо диаграммой (графом) микросостояний системы, тогда матрицы можно построить по диаграмме переходов между микросостояниями. Помимо матриц переходов, задающих схему микросостояний системы, для работы программы необходимо задать n – число каналов системы, а также эмпирически полученные параметры распределений длительности интервалов входящего потока заявок, длительности «разогрева» и обслуживания.

2.2. Состав комплекса

Программы содержат следующие основные функции:

TakahashiTakami – функция расчета вероятностей числа заявок в СМО, работающая с входными параметрами модели.

CalculateProb – функция расчета вероятностей микросостояний СМО в произвольный момент времени, на момент прихода очередной заявки в систему, на момент обслуживания очередной заявки. Функция оперирует матрицами переходов модели и результатами расчетов функции TakahashiTakami.

CalculateMean – функция расчета среднего времени пребывания заявки в СМО и среднего времени ожидания заявки в СМО. Функция оперирует параметрами модели и результатами расчетов функции TakahashiTakami.

Вычисления средних значений базируются на рассчитанных вероятностях заявок в системе и основываются на законе Литтла сохранения очереди в СМО.

2. Подход к тестированию комплекса программ

Тестирование программных продуктов является на сегодняшний день отдельной областью знаний и даже отдельной профессией, в которой наработаны многочисленные и достаточно универсальные средства, технологии и инструменты. Лучшие практики тестирования основаны на постоянной проверке определенного набора тестовых сценариев в условиях постоянно

развивающихся программных изменений.

Тем не менее для тестирования функциональной корректности определенного заданного комплекса программ имеет право на применение более простая техника тестирования, которая является не менее информативной и покрывает набор типовых тестовых сценариев.

В основу подхода к тестированию положен принцип взаимности, описанный в работе [5] – теоретический подбор исходных данных моделей таким образом, чтобы получаемые для них показатели давали одинаковые или близкие результаты. Отдельно проверяются граничные условия для входных параметров и особые случаи, если они имеют место в модели. Ниже показано, что распределение E_2 является особым случаем для H_2 -аппроксимации.

3.1. Эквивалентные преобразования вероятностных распределений фазового типа

Несложно показать, что распределение Эрланга k -го порядка E_k является частным случаем распределения k -го порядка Кокса C_k . H_k -распределение может быть преобразовано к виду эквивалентного C_k -распределения. Эквивалентные преобразования используются для подбора параметров при решении задачи аппроксимации произвольного распределения распределениями фазового типа в случае, когда параметры аппроксимации выразимы аналитически одним видом распределения, но не выразимы другим. Решение задачи эквивалентного преобразования H_k -распределения к виду C_k сводится к решению системы разностных уравнений, оно приводится в работе [7].

Таким образом, между вероятностными распределениями фазового типа C_k , H_k и E_k существует взаимосвязь, позволяющая установить соотношение между ними. Заметим, однако, что прямое сопоставление H_k и E_k , невозможно, поскольку E_k -распределение не имеет эквивалентного гиперэкспоненциального распределения k -го порядка.

Схема выполнения взаимной проверки результатов с использованием различных типов распределений иллюстрируется на рисунке 1, где реализованные модели показаны по степени общности от базовой экспоненциальной слева до наиболее общей с использованием двухэтапного распределения Кокса (не рассматривается в нашей работе).

Общность моделей СМО с «разогревом»



$M/M/M/n$	$E_2/M/M/n$	$H_2/M/M/n$	$C_2/M/M/n$	$C_2/C_2/M/n$
	$M/E_2/M/n$	$M/H_2/M/n$	$M/C_2/M/n$	

Рисунок 1. Схема взаимной проверки результатов вычислений

Модели, расположенные на рисунке левее, являются более частными случаями для моделей, расположенных на рисунке, соответственно, правее. Для совместной проверки вычислений, получаемых с распределениями N_k и E_k , сопоставляются наборы результатов в обоих классах при заранее подобранных значениях параметров, при которых характеристики сравниваемых моделей сходны.

3.2. Результаты расчета стационарных распределений вероятностей состояний системы

Каждый набор входных параметров рассчитывается независимо для распределений N_k и E_k , данные представлены в таблице 1.

Таблица 1. Входные параметры для моделей $E_2/M/M/3$ и $H_2/M/M/3$

Входные параметры модели $E_2/M/M/3$						Входные параметры модели $H_2/M/M/3$								
μ_F	μ	λ_1	λ_2	f_1	ν_F	μ_F	μ	a_1	a_2	λ_1	λ_2	f_1	f_2	ν_F
2,5	2,3	1,434	1,719	1,278	0,7	2,5	2,3	0,6	0,4	2,22	0,399	1,270	6,558	1,5
2,5	2,3	1,022	3,321	1,278	0,8	2,5	2,3	0,6	0,4	4,606	0,351	1,270	7,442	1,75
2,5	2,3	0,875	7,355	1,278	0,9	2,5	2,3	0,6	0,4	11,701	0,328	1,270	15,191	1,9
2,5	2,3	0,789	77,791	1,278	0,99	2,5	2,3	0,79	0,21	103,665	0,166	1,270	26,169	2,9
						2,5	2,3	0,88	0,12	50,157	0,095	1,270	40,376	3,9
						2,5	2,3	0,93	0,07	11,336	0,059	1,270	6,558	4,9

Сопоставление полученных стационарных распределений числа заявок в исследуемых моделях СМО $E_2/M/M/3$ и $H_2/M/M/3$ приведено на рисунке 2.

Результаты расчета стационарных распределений числа заявок в системах массового обслуживания $E_2/M/M/n$ и $H_2/M/M/n$ с «разогревом» для различных значений коэффициента вариации входящего потока заявок, показанные на рисунке 2, свидетельствуют о следующем. Семейство указанных распределений образует плавно изменяющийся набор распределений в пропорциональной зависимости от значений коэффициента вариации входящего потока заявок.

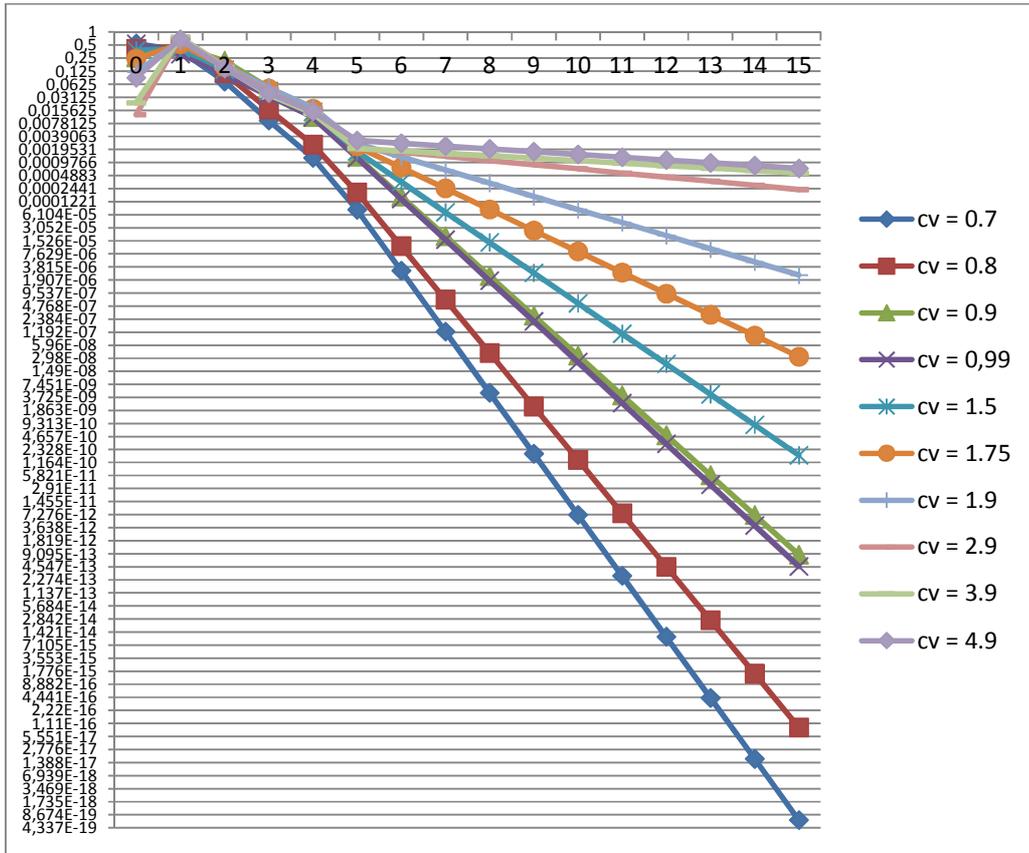


Рисунок 2. Стационарные распределения вероятностей состояний систем $E_2/M/M/3$ и $H_2/M/M/3$

Модель многоканальной СМО $E_2/M/M/n$ с обобщенным распределением Эрланга входящего потока заявок покрывает совокупность значений коэффициента вариации в диапазоне от 0,7 до 0,99, модель многоканальной СМО $H_2/M/M/n$ покрывает совокупность значений коэффициента вариации в диапазоне от 1,5 до 4,9 соответственно. Пограничным значением коэффициента вариации является 1. Все это позволяет сделать вывод о согласованности результатов расчета стационарных распределений с помощью указанных моделей многоканальных СМО с «разогревом».

Еще один вариант проверки корректности моделей $E_2/M/M/n$ и $H_2/M/M/n$ с «разогревом» заключается в следующем: задаем для этих моделей при проведении численных расчетов очень большое значение интенсивности «разогрева», например, $\mu_r = \mu^{10^5}$. Фактически это означает, что «разогрев» СМО происходит мгновенно, и соответствующие СМО можно сравнивать с многоканальной немарковской СМО $GI/M/M/n$ с рекуррентным входящим потоком заявок и без «разогрева».

Заключение

Программный комплекс позволяет повысить точность получаемых вероятностно-временных характеристик за счет учета влияния «разогрева». Комплекс также применим для расчета вероятностно-временных характеристик СМО других классов. Выгодными отличиями комплекса являются возможности по интеграции для программистов и использование в расчетах многоканальных немарковских СМО.

Систематичность и полнота тестирования комплекса, положительные результаты тестирования позволяют считать программную реализацию корректной в рассмотренном диапазоне значений входных параметров. Согласованность полученных практических результатов на различных моделях говорит о надежности и верности теоретических основ выбранных алгоритмов.

Развитие комплекса предусматривает добавление возможностей: по работе с моделями, где аппроксимирующие распределения фазового типа имеют комплексно-сопряженные параметры; расчета временных характеристик (распределения времени ожидания заявки в очереди, распределения длин интервалов между заявками выходящего потока).

Список литературы

1. Гиндин С.И., Хомоненко А.Д., Ададунов С.Е. Численный расчет многоканальной системы массового обслуживания с рекуррентным входящим потоком и «разогревом» // Известия Петербургского университета путей сообщения. – 2013, № 4 (37). – С. 92-101.
2. Гиндин С.И., Хомоненко А.Д., Яковлев В.В., Матвеев С.В. Модель оценивания оперативности распределенной обработки данных с учетом затрат на обеспечение информационной безопасности // Проблемы информационной безопасности. Компьютерные системы. – 2013. – № 4. – С. 59-67.
3. Калиниченко С.В., Хомоненко А.Д. Модель оценки оперативности функционирования распределённых автоматизированных систем при интеграции данных. [Электронный ресурс]://Бюллетень результатов научных исследований: электронный научный журнал. – СПб.: ПГУПС, 2012. – Вып. 5 (4). – С. 47-57.
4. Матвеев С. В., Хомоненко А. Д. Оценка оперативности функционирования узлов систем облачных вычислений с учетом затрат по защите информации // Информационные и управляющие системы на транспорте и в промышленности: Материалы всероссийской научно-

технической интернет-конференции с международным участием / Омский гос. ун-т путей сообщений. – Омск, 2014. – С. 68-76.

5. Рыжиков Ю.И. Пакет программ для расчета систем с очередями и его тестирование // Труды СПИИРАН. – 2008. – № 7. – С. 265-284.
6. Рыжиков Ю. И., Хомоненко А. Д. Итерационный метод расчёта многоканальных систем с произвольным законом обслуживания // Проблемы управления и теории информации. – 1980. Т. 9. – № 3. – С. 32-38.
7. Bubnov V.P., Khomonenko A.D., Tyrva A.V. Software Reliability Model with Coxian Distribution of Length of Intervals Between Errors Detection and Fixing Moments. In proceedings of 35th Annual IEEE Computer Software and Applications Conference (COMPSAC 2011), Munich, 18-22 July 2011. – P. 310-314.
8. Cox D.R. A use of complex probabilities in the theory of stochastic processes / Proc. Cambr. Phil. Soc. – 1955. – V. 51, № 2. – P. 313-319.
9. Kaczynski, William H. Transient Queueing Analysis. // INFORMS Journal on Computing. Vol. 24, no. 1, Winter 2012, pp. 10–28
10. Sun Bin, Dudin A. N. The MAP/PH/N multi-server queueing system with broadcasting service discipline and server heating. // Automatic Control and Computer Sciences July 2013, vol. 47, issue 4, pp. 173-182.

Рецензенты:

Арсеньев В.Н., д.т.н., профессор, профессор кафедры Бортовых информационно-измерительных комплексов, ФГКВОУ ВПО «Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского» Министерства обороны Российской Федерации, г. Санкт-Петербург.

Ходаковский В.А., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой «Математика и моделирование» ФГБОУ ВПО «Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I», г. Санкт-Петербург.