

МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ВЕБЕР–АМПЕРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ, БАЗИРУЮЩИЙСЯ НА РЕШЕНИИ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ МГБ

Ланкин А.М.¹, Ланкин М.В.¹, Наракидзе Н.Д.¹

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова», Новочеркасск, Россия (436428, г. Новочеркасск, ул. Просвещения, 132), e-mail: lankinjohn@rambler.ru

Описан метод измерения вебер–амперной характеристики электротехнических устройств. Метод заключается в том, что на катушку электротехнического устройства подается синусоидальное напряжение с известной амплитудой и частотой, затем измеряются амплитуды гармоник протекающего тока. На основании этих данных решают обратную задачу метода гармонического баланса и определяются коэффициенты аппроксимации выражения, описывающего искомую вебер-амперную характеристику. Проведены исследования влияния степени аппроксимирующего выражения на погрешность результата измерения. Применение разработанного метода позволяет упростить выполнение измерительных операций при сохранении приемлемой точности. В работе использованы пакеты прикладных программ схемотехнического моделирования *MicroCap* и математического моделирования *Maple*.

Ключевые слова: вебер-амперная характеристика, электротехнические устройства, методы измерения, метод гармонического баланса.

METHOD OF MEASUREMENT WEBER - AMPERE CHARACTERISTICS BASED ON THE RULING OF THE INVERSE PROBLEM OF THE MGB

Lankin A.M.¹, Lankin M.V.¹, Narakidze N.D.¹

¹ Federal State Budget Educational Institution of Higher Professional Educational “Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI)”, Novochoerkassk, Russia (436428, Novochoerkassk, st. Prosvjashenija, 132), e-mail: lankinjohn@rambler.ru

Describes a method for measuring the weber - ampere characteristics of electrical devices. The method consists in the fact that the coil of the electrical device is supplied a sinusoidal voltage with a certain amplitude and frequency, and then measuring the amplitudes of the harmonics of current flowing. Based on these data, solve the inverse problem of the harmonic balance method and the coefficients of the desired approximation expressions describing Weber - voltage characteristic. The effect of the degree of approximation expression for the error of the measurement result. Application of this method allows to simplify measuring operations while maintaining acceptable accuracy. We used the software packages *MicroCap* circuit simulation and mathematical modeling *Maple*.

Keywords: weber - ampere characteristic, electrical devices, methods of measurement, harmonic balance method.

Вебер-амперная характеристика (ВАХ) электротехнического устройства (ЭУ) содержит важную диагностическую информацию, позволяющую судить о работоспособности ЭУ. Нами предложен метод, базирующийся на измерении формы тока и амплитуды питающего ЭУ напряжения. В данном методе определение ВАХ основано на решении обратной задачи метода гармонического баланса (МГБ) [1].

Цель работы: разработка метода измерения ВАХ электротехнических устройств, позволяющего упростить процедуру измерения, при сохранении приемлемой точности.

Материал и методы исследований: методы гармонического баланса, теории измерений, математического моделирования в пакетах *Microcap 9*, *Maple 15*.

Результаты и обсуждение

Для получения ВАХ конкретного образца ЭУ необходимо воздействовать на магнитопровод внешним изменяющимся магнитным полем и измерять возникающий в его сечении магнитный поток. В большинстве случаев разборка ЭУ недопустима, поэтому разработан ряд методов получения ВАХ [2], где в качестве источника внешнего магнитного поля используется катушка ЭУ, а поток получают косвенным образом из уравнения цепи.

Недостаток этих методов в том, что в их основе лежит операция интегрирования, кроме того, активное сопротивление катушки изменяется из-за нагрева. Необходимость нивелирования этих факторов инициировало ряд работ, в той или иной степени удачно решающих проблему [4; 7]. Погрешность этих методов 5 – 6%.

На наш взгляд, для получения ВАХ ЭУ необходимо использовать решение обратной задачи метода гармонического баланса (МГБ) [5; 6].

Решение прямой задачи МГБ позволяет определить форму тока $i(t)$, протекающего через элемент цепи с нелинейной индуктивностью (НИ), заданную в виде ряда Фурье:

$$i(t) = \sum_{m=0}^n I_{(2m+1)} \sin((2m+1)\omega t), \quad (1)$$

где $I_{(2m+1)}$ – амплитуда $(2m+1)$ -й гармоники тока, ω – угловая частота. При этом должна быть известна форма напряжения, приложенного к НИ:

$$U(t) = U_a \sin(\omega t), \quad (2)$$

где U_a – амплитуда приложенного к нелинейной индуктивности напряжения;

а также ее ВАХ, заданная аппроксимирующим выражением:

$$\psi = \sum_{m=0}^n k_{(2m+1)} i^{2m+1}, \quad (3)$$

где ψ – значение магнитного потокосцепления через НИ, $k_{(2m+1)}$ – коэффициенты аппроксимирующего ВАХ выражения, $m = \overline{0, n}$, $(n+1)$ – количество слагаемых в аппроксимирующем выражении, i – сила тока через НИ.

Обратная задача МГБ формируется следующим образом.

Имеется НИ с неизвестной ВАХ, известны законы изменения, приложенного к НИ напряжения (2) и протекающего по ней тока (1). Требуется определить коэффициенты $k_{(2m+1)}$ аппроксимирующего ВАХ выражения (3).

Уравнение цепи с НИ, обладающей активным сопротивлением R , имеет вид:

$$U = Ri + \frac{d\psi}{dt}.$$

Запишем уравнение цепи с учетом известных законов изменения тока (1) и напряжения (2):

$$U_a \sin(\omega t) = R \sum_{m=0}^n I_{(2m+1)} \sin((2m+1)\omega t) + \frac{d}{dt} \left(\sum_{m=0}^n k_{(2m+1)} \left(\sum_{m=0}^n I_{(2m+1)} \sin((2m+1)\omega t) \right)^{2m+1} \right). \quad (4)$$

Зная степень $(2n+1)$ аппроксимирующего ВАХ выражения, зададим $(n+1)$ значение аргумента функции синуса в выражении (4). Значения аргумента берем из интервала $]0;\pi/2]$.

Таким образом, получаем систему из $(n+1)$ линейных уравнений. В полученной системе уравнений известны амплитуда напряжения U_a , амплитуды гармоник тока $I_{(2m+1)}$, значение активного сопротивления R и значение круговой частоты протекающего тока ω , так как данные параметры цепи с НИ могут быть измерены в процессе испытания ЭУ.

Решая эту систему уравнений, получаем коэффициенты $k_{(2m+1)}$ аппроксимирующего ВАХ выражения (3):

$$k_{(2m+1)} = \frac{R(\sum_{n=0}^p A_{(2n+1)}^{(2m+1)} I_{(2m+1)}) + A_1^{2m+1} U_a}{I_{(2m+1)}^{(2m+1)} \omega},$$

где $A_{(2n+1)}^{(2m+1)}$ – коэффициенты (рассчитываются заранее), зависящие от номера учитываемой гармоники тока $(2n+1)$ и номера коэффициента аппроксимирующего ВАХ выражения $(2m+1)$, $(2p+1)$ максимальная учитываемая гармоника тока.

В таблице 1 приведены значения коэффициентов $A_{(2n+1)}^{(2m+1)}$ для аппроксимирующих выражений от третьей до семнадцатой степеней.

Таблица 1

Значения коэффициентов $A_{(2n+1)}^{(2m+1)}$ для аппроксимирующих выражений

$2p+1$	k_{2m+1}	A_1	A_3	A_5	A_7	A_9	A_{11}	A_{13}	A_{15}	A_{17}
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	k_1	-5,77E-01	-1,15E+00	-	-	-	-	-	-	-
	k_3	9,40E-02	1,28E-01	-	-	-	-	-	-	-
5	k_1	-5,11E-01	-1,43E+00	-2,78E-01	-	-	-	-	-	-
	k_3	1,53E-01	1,61E-01	-2,51E-01	-	-	-	-	-	-
	k_5	-6,10E-02	1,10E-02	8,00E-02	-	-	-	-	-	-
7	k_1	-4,77E-01	-1,33E+00	-3,59E-01	2,40E+00	-	-	-	-	-
	k_3	1,73E-01	2,01E-01	-3,86E-01	-1,28E+00	-	-	-	-	-
	k_5	-6,90E-02	1,40E-02	1,10E-01	9,80E-02	-	-	-	-	-
	k_7	-4,20E-05	-4,00E-05	7,00E-06	-2,25E-04	-	-	-	-	-
9	k_1	-4,21E-01	-1,29E+00	-2,95E-01	2,11E+00	5,31E-01	-	-	-	-
	k_3	1,51E-01	1,76E-01	-3,43E-01	-1,28E+00	1,26E-01	-	-	-	-
	k_5	-6,30E-02	1,10E-02	9,10E-02	9,80E-02	4,00E-03	-	-	-	-
	k_7	-3,90E-05	-3,50E-05	6,00E-06	-2,13E-04	2,10E-05	-	-	-	-
	k_9	-1,20E-07	2,30E-07	1,40E-07	3,00E-07	2,00E-07	-	-	-	-
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
11	k_1	-3,87E-01	-1,21E+00	-2,98E-01	2,40E+00	5,31E-01	3,78E-01	-	-	-
	k_3	1,43E-01	2,01E-01	-3,86E-01	-1,28E+00	1,26E-01	5,90E-01	-	-	-
	k_5	-5,70E-02	1,40E-02	1,10E-01	9,80E-02	4,00E-03	2,00E-03	-	-	-
	k_7	-2,10E-05	-3,10E-05	5,00E-06	-4,12E-04	2,60E-05	1,20E-05	-	-	-
	k_9	-9,00E-08	1,90E-07	1,70E-07	2,41E-07	8,90E-07	1,40E-07	-	-	-
	k_{11}	-4,00E-08	-2,00E-08	-1,20E-08	2,40E-08	4,00E-08	5,10E-08	-	-	-
13	k_1	-2,57E-01	-1,11E+00	-1,78E-01	1,49E+00	8,13E-01	-1,82E-01	8,91E-01	-	-

	k_3	1,03E-01	3,11E-01	-3,16E-01	-2,01E+00	1,16E-01	4,48E-01	3,21E-01	-	-
	k_5	-6,00E-02	1,12E-02	1,44E-01	9,71E-02	3,21E-03	1,90E-03	7,30E-02	-	-
	k_7	-1,11E-05	-4,54E-05	4,65E-06	-5,05E-04	1,62E-05	3,40E-05	7,80E-06	-	-
	k_9	-9,11E-08	2,17E-07	1,90E-07	1,99E-07	7,81E-07	2,04E-07	1,10E-07	-	-
	k_{11}	-4,67E-08	-2,90E-08	-2,10E-08	3,17E-08	3,95E-08	4,98E-08	4,20E-07	-	-
	k_{13}	-2,30E-09	1,30E-08	4,70E-08	7,30E-10	5,30E-10	8,90E-11	9,30E-11	-	-
15	k_1	-3,07E-01	-9,55E-01	-1,53E-01	1,28E+00	6,99E-01	-1,57E-01	7,66E-01	1,14E+00	-
	k_3	8,86E-02	2,67E-01	-2,72E-01	-1,73E+00	9,98E-02	3,85E-01	2,76E-01	4,76E-02	-
	k_5	-5,16E-02	9,63E-03	1,24E-01	8,35E-02	2,76E-03	1,63E-03	6,28E-02	7,29E-02	-
	k_7	-9,55E-06	-3,90E-05	4,00E-06	-4,34E-04	1,39E-05	2,92E-05	6,71E-06	-3,88E-05	-
	k_9	-7,83E-08	1,87E-07	1,63E-07	1,71E-07	6,72E-07	1,75E-07	9,46E-08	2,07E-06	-
	k_{11}	-4,02E-08	-2,49E-08	-1,81E-08	2,73E-08	3,40E-08	4,28E-08	3,61E-07	7,72E-08	-
	k_{13}	-1,98E-09	1,12E-08	4,04E-08	6,28E-10	4,56E-10	7,65E-11	8,00E-11	1,05E-07	-
17	k_1	-2,70E-01	-8,40E-01	-1,35E-01	1,13E+00	6,15E-01	-1,38E-01	6,74E-01	1,00E+00	1,26E+00
	k_3	7,80E-02	2,35E-01	-2,39E-01	-1,52E+00	8,78E-02	3,39E-01	2,43E-01	4,19E-02	8,59E-02
	k_5	-4,54E-02	8,47E-03	1,09E-01	7,35E-02	2,43E-03	1,43E-03	5,53E-02	6,42E-02	7,51E-02
	k_7	-8,40E-06	-3,43E-05	3,52E-06	-3,82E-04	1,22E-05	2,57E-05	5,90E-06	-3,41E-05	-2,91E-05
	k_9	-6,89E-08	1,65E-07	1,43E-07	1,50E-07	5,91E-07	1,54E-07	8,32E-08	1,82E-06	2,04E-06
	k_{11}	-3,54E-08	-2,19E-08	-1,59E-08	2,40E-08	2,99E-08	3,77E-08	3,18E-07	6,79E-08	8,22E-08
	k_{13}	-1,74E-09	9,86E-09	3,56E-08	5,53E-10	4,01E-10	6,73E-11	7,04E-11	9,24E-08	1,03E-07
	k_{15}	3,70E-08	4,84E-08	1,01E-07	-2,66E-08	-3,38E-08	-4,36E-08	-3,70E-07	1,16E-07	1,45E-07
k_{17}	8,62E-08	9,88E-08	1,90E-07	-6,10E-08	-7,73E-08	-9,93E-08	-8,40E-07	1,59E-07	1,87E-07	

Продemonстрируем работу метода измерения ВАХ ЭУ, проведя вычислительный эксперимент. Используем в качестве модели ЭУ схему, построенную при помощи пакета MicroCap (рис. 1).

Для демонстрации в модель закладывается ВАХ магнитопровода материала 3100В, у которого заданы два варианта зазора 0,4 и 0,9 мм, что приводит к разному наклону ВАХ.

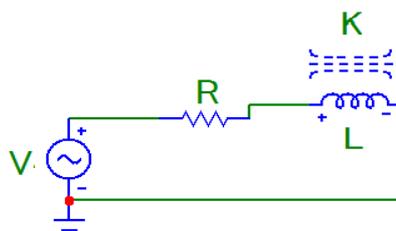


Рис. 1. Модель ЭУ.

Модель ЭУ содержит последовательно соединенные НИ L с количеством витков 95, и активное сопротивление R , равное 0,15 и 0,1 Ом, для указанных выше зазоров соответственно. К ЭУ подключен источник синусоидального напряжения V частотой 50 Гц и амплитудой U_a , равной 1,65 и 1,7 В, для указанных выше зазоров соответственно.

На рисунках 2 и 3 показаны напряжение и ток для выбранных зазоров.

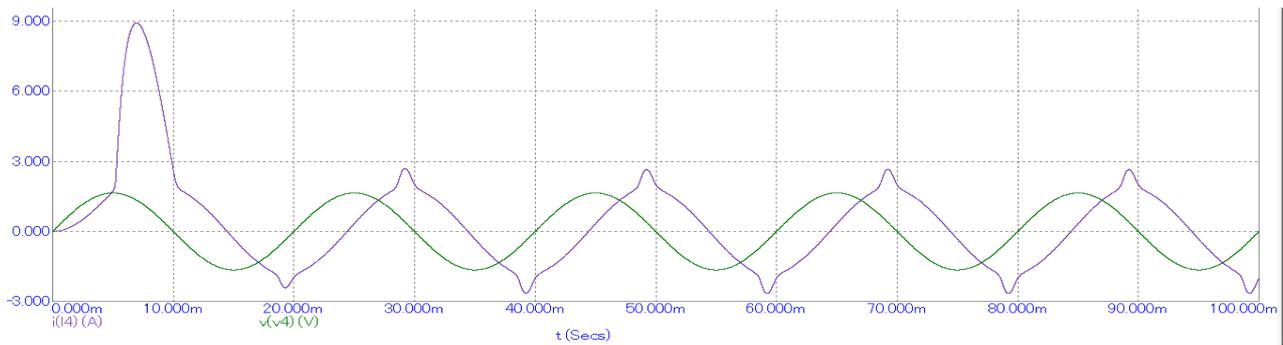


Рис. 2. Напряжение и ток при зазоре 0,4 мм.

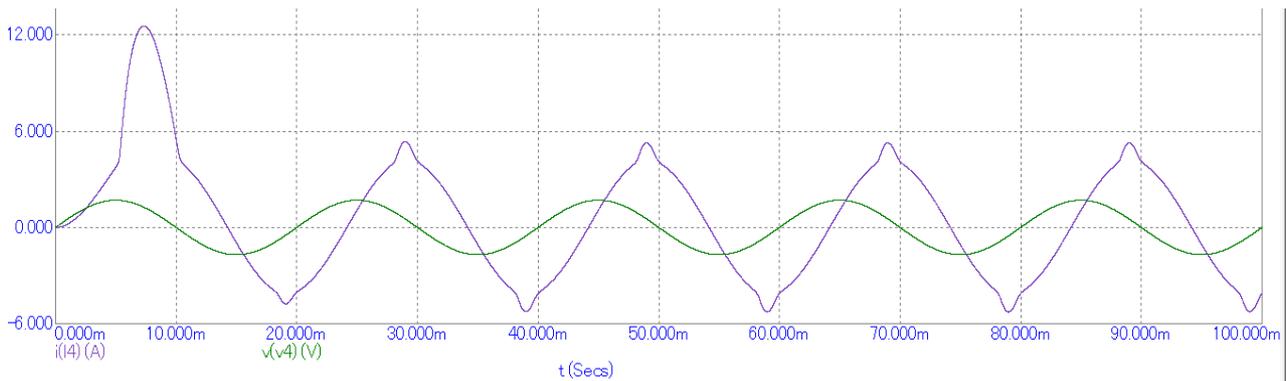


Рис. 3. Напряжение и ток при зазоре 0,9 мм.

Полученные ВАХ ЭУ для различных зазоров и учитываемых (номера указаны в скобках) гармоник тока представлены на рисунке 4.

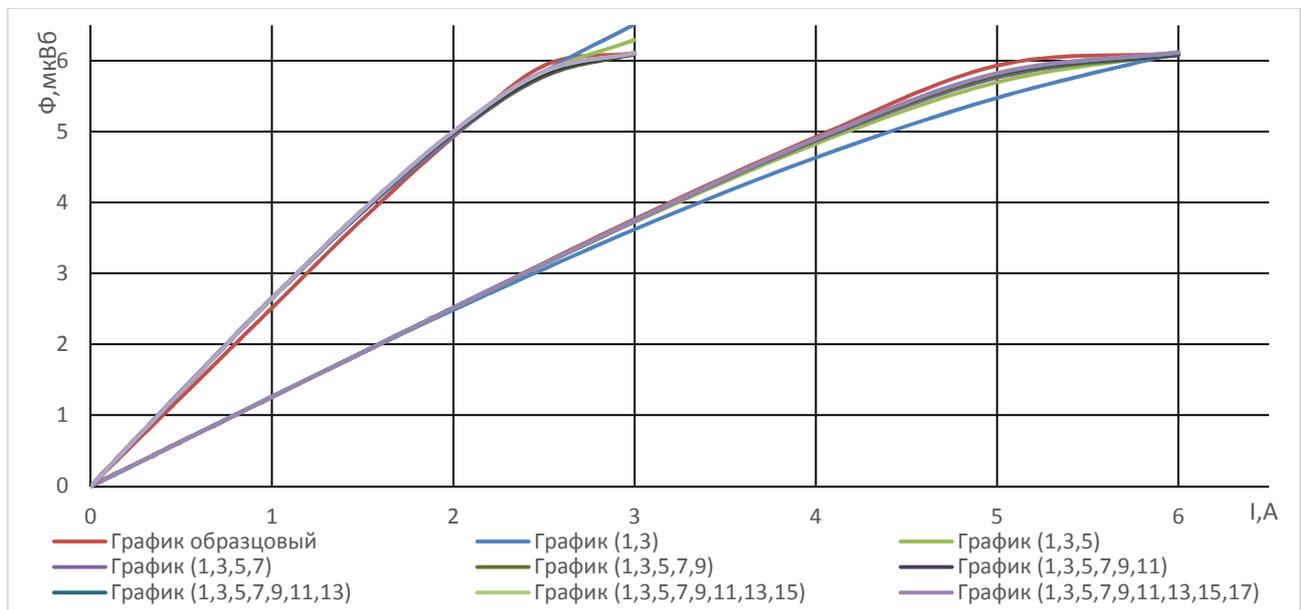


Рис. 4. ВАХ ЭУ при различных значениях зазора магнитопровода.

Рассчитаны погрешности измерения ВАХ при учете различного количества гармоник тока, результаты приведены на рисунке 5 и в таблице 2.

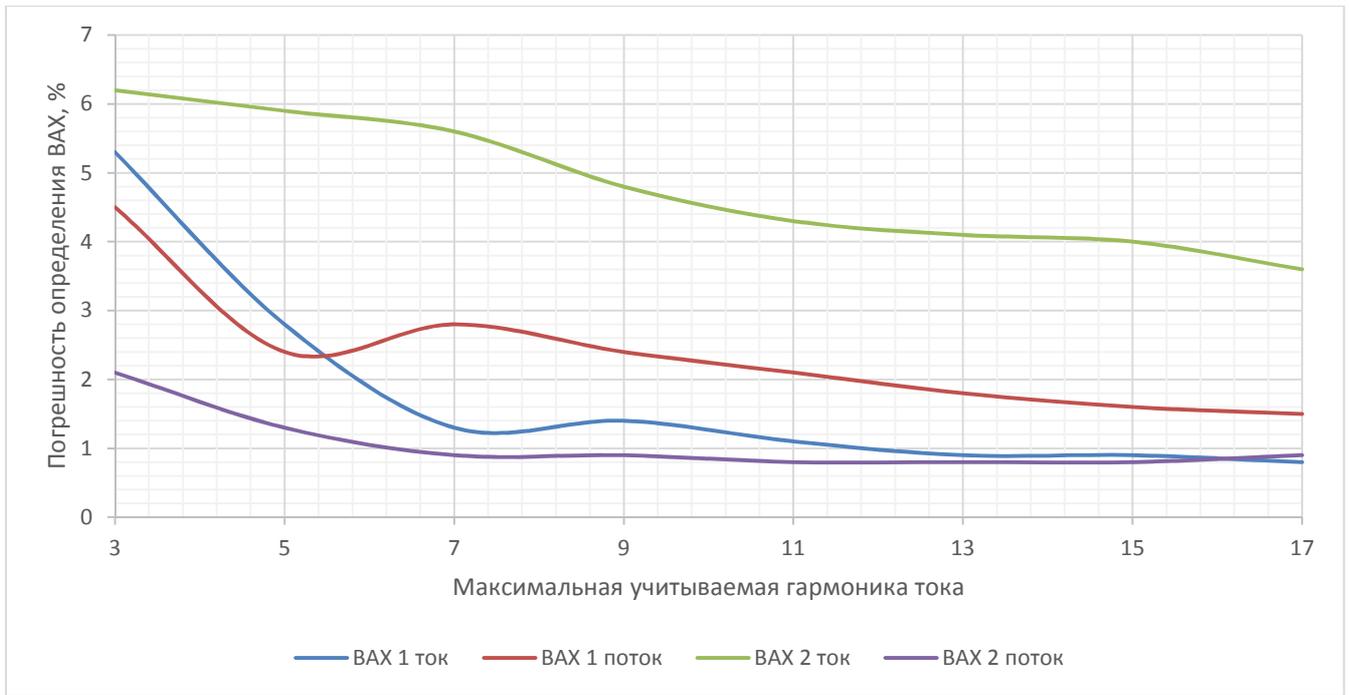


Рис. 5. Зависимость погрешности измерения от номера максимальной учитываемой гармоники тока.

Таблица 2

Погрешности определения ВАХ

Максимальная учитываемая гармоника тока			3	5	7	9	11	13	15	17
Погрешность, %	ВАХ 1	<i>i</i>	5,3	2,8	1,3	1,4	1,1	0,9	0,9	0,8
		ψ	4,5	2,4	2,8	2,4	2,1	1,8	1,6	1,5
	ВАХ 2	<i>i</i>	6,2	5,9	5,6	4,8	4,3	4,1	4,0	3,6
		ψ	2,1	1,3	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8	0,8

Для определения требуемого количества гармоник тока, используемых для получения уравнения аппроксимации ВАХ, используем известный подход [3].

Будем последовательно увеличивать количество гармоник тока и контролировать изменение остаточной дисперсии:

$$S_{\text{ост}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\Psi_i - \widehat{\Psi}_i)^2}{n - q - 1},$$

где n – количество точек, в которых измерялись образцовые значения потока $\widehat{\Psi}_i$, q – количество используемых гармоник тока, Ψ_i – полученные значения потокосцепления.

Момент прекращения добавления гармоник тока определен путем проверки гипотезы об отсутствии различия остаточных дисперсий $S_{\text{ост}(j)}^2$ и $S_{\text{ост}(j+1)}^2$. Для этого использован критерий Фишера, в соответствии с которым расчетное значение определяется по формуле:

$$F_p = \frac{S_{\text{ост}(j)}^2}{S_{\text{ост}(j+1)}^2} \leq F_{\text{кр}},$$

где $F_{\text{кр}}$ – критическое значение критерия Фишера для числа степеней свободы $f_1 = (n - 1)$ и $f_2 = (n - q - 1)$.

Результаты для уровня значимости $\alpha = 5\%$ представлены в таблице 3.

Таблица 3

Выбор степени полинома для различных ВАХ

	$2p+1$	$S_{\text{ост}}^2$	p	f_1	f_2	F_p	$F_{\text{кр}}$
ВАХ 1	3	0,091	2	18	16	-	-
	5	0,022	3	18	15	4,09	2,39
	7	0,0081	4	18	14	2,75	2,44
	9	0,0031	5	18	13	2,67	2,51
	11	0,0012	6	18	12	3,00	2,6
	13	0,00072	7	18	11	1,43	2,71
ВАХ 2	3	0,063	2	18	16	-	-
	5	0,021	3	18	15	3,00	2,39
	7	0,0084	4	18	14	2,50	2,44
	9	0,0058	5	18	13	1,45	2,51

Исходя из полученных результатов можно сказать, что для первой ВАХ требуется использовать пять нечетных гармоник тока, а для второй ВАХ три.

Вывод

Подводя итог, можно утверждать, что предложенный метод измерения вебер-амперной характеристики, основанный на решении обратной задачи МГБ, позволяет получить характеристику ЭУ с приемлемой точностью.

Статья подготовлена с использованием оборудования ЦКП «Диагностика и энергоэффективное электрооборудование» ЮРГПУ(НПИ).

Список литературы

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники: электрические цепи : учеб. для студентов электротехнических, энергетических и приборостроительных специальностей вузов. - М. : Высш. шк., 1978. – 528 с.
2. Испытание магнитных материалов и систем / Е.В. Комаров, А.Д. Покровский, В.Г. Сергеев, А.Я. Шихин. – М. : Энергоатомиздат, 1984. – 376 с.

3. Львовский Е.Н. Статистические методы построения эмпирических формул : учеб. пособие для вузов. – М. : Высш. шк., 1988. – 239 с.
4. Ланкин М.В. Компенсация температурной погрешности при однообмоточном измерении характеристик магнитных материалов / Широков К.М., Баумбах Й. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки - 2009. - Спецвып.: Мехатроника. Современное состояние и тенденции развития : Всерос. науч. школа для молодежи (г. Новочеркасск, 2-15 ноября 2009 г.). - С. 175-176.
5. Ланкин А.М., Ланкин М.В. Метод измерения вебер-амперной характеристики электротехнических устройств // Современные проблемы науки и образования. - 2014. - № 1. - URL: <http://www.science-education.ru/115-12186>.
6. Ланкин А.М. Решение обратной задачи метода гармонического баланса // Междисциплинарные исследования в области математического моделирования и информатики : материалы IV науч.-практ. Internet-конф. - Ульяновск : SIMJET, 2014. - С. 117-122.
7. Сахавова А.А., Широков К.М., Январёв С.Г. Применение метода косвенного определения вебер-амперных характеристик в автоматизированной системе бессенсорной диагностики электромагнитных механизмов // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 5. - URL: www.science-education.ru/111-10234.

Рецензенты:

Нагай В.И., д.т.н., профессор кафедры «Электрические станции и электроэнергетические системы», ФГБОУ ВПО «Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова, г. Новочеркасск.

Горбатенко Н.И., д.т.н., профессор кафедры «Информационные и измерительные системы и технологии», ФГБОУ ВПО «Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) им. М.И. Платова, г. Новочеркасск.