

ИТЕРАЦИОННЫЙ ПРОЦЕСС РЕШЕНИЯ МОДЕЛИ

Скрыпников А.В., Яковлев К.А.

ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный университет инженерных технологий»(394036, г. Воронеж, Проспект Революции, 19) rivelenasoul@mail.ru

В статье представлен один из путей решения задачи по моделированию и оптимизации параметров и режимов на всех этапах жизненного цикла и на всех уровнях организации, функционирования и управления - привлечение эффективного аппарата многокритериальной оптимизации. При предложенном решении устранен недостаток по узкой направленности, связанной с конкретной предметной областью и жестко заложенными численными схемами алгоритмами, а также случайном выборе или различных способах дискретизации. Итерационный процесс решения модели предлагает наличие нескольких этапов выбора, не теряя общности, формализуется общая модель задачи выбора решений на итерациях поиска. Ситуация отсева решения на итерациях поиска представляет собой двухэтапную процедуру, на каждой итерации которой происходит генерация множества Парето (построение общего множества), а затем отсев для контроля роста его мощности. Определяются механизмы выбора, которые в соответствии со свойствами порождали бы соответственно функции выбора. Проведенный эксперимент подтверждает адекватность построения предложенного алгоритма, причем скорость поиска на множестве Парето большой мощности существенно выше, без потери качества решения, по сравнению с аналогами (в частности, с рассматриваемым в работе методом перераспределения плотности вероятности).

Ключевые слова: численные методы, математическое моделирование, имитационное моделирование, транспортный поток, программа.

ITERATIVE PROCESS FOR SOLVING THE MODEL

Skrypnikov A.V., Yakovlev K.A.

Voronezh State University of Engineering Technology (394036, Voronezh, Prospect Revolution, 8) rivelenasoul@mail.ru

This article presents one of the ways of solving the problem on the modeling and optimization of parameters and modes in all stages of the life cycle and at all levels of the organization, operation and management - attracting effective apparatus multiobjective optimization. If the proposed solution is eliminated by the lack of a narrow focus, associated with a particular subject area and firmly laid schemes numerical algorithms, as well as random selection or different sampling methods. Iterative process for solving the model suggests the presence of several stages of selection, without loss of generality, the general model of the problem is formalized selection decisions on iteration of the search. Situation dropout decisions on iteration search is a two-step procedure, which at each iteration is generated Pareto set (building a common set), and then screening to control the growth of its power. Determined by selection mechanisms, which, in accordance with the properties would generate respectively the selection function. The experiment confirms the adequacy of the proposed algorithm for constructing, and the speed of the search of Pareto set of high power is significantly higher without losing quality solutions, compared to peers (in particular in the work under consideration by the redistribution of probability density).

Keywords: numerical methods , mathematical modeling , simulation , traffic flow program .

Введение. Моделирование и оптимизация параметров и режимов на всех этапах жизненного цикла и на всех уровнях организации, функционирования и управления представляет собой задачу большой размерности. Одним из путей решения таких задач является привлечение эффективного аппарата многокритериальной оптимизации (МКО).

Существующее математическое обеспечение характеризуется узкой направленностью, связанной с конкретной предметной областью и жестко заложенными численными схемами и алгоритмами, и, как правило, основано на случайном выборе или различных способах дискретизации. При этом нет объективных оснований, почему был сделан выбор той

или иной части множества вариантов [1-3].

Теоретический обзор. Итерационный процесс решения модели предполагает наличие нескольких этапов выбора. Не теряя общности, можно формализовать общую модель задачи выбора решений на итерациях поиска, как:

$$3B^i = \langle X^i, Q^i, V^i, C^i \rangle, (1)$$

где i – номер текущей итерации; X^i – исходное множество решений, предъявляемых для выбора; Q^i – вектор показателей качества решений; V^i – совокупность сведений, задающих специфические свойства рассматриваемой модели; C^i – функция выбора.

Требуется в соответствии с свойствами V^i синтезировать механизм выбора M^i , определяющий соответствующую функцию выбора C^i . Если за X^* принять множество решений после применения процедуры отсева на итерации поиска, то можно рассмотреть получение искомого множества X^{*i} из исходного X^i на итерациях поиска как последовательное преобразование (сужение) множества X^i :

$$X^i \rightarrow X_{Don}^i \rightarrow X_{Нед}^i \rightarrow X^{*i},$$

где X_{Don}^i – допустимое множество рассматриваемых решений (альтернатив) на i -й итерации поиска, $X_{Don}^i \subseteq X^i$; $X_{Нед}^i$ – множество недоминируемых альтернатив, $X_{Нед}^i \subseteq X_{Don}^i$.

Таким образом, ситуация отсева решения на итерациях поиска, приведенная на рисунке 1, представляет собой двухэтапную процедуру, на каждой итерации которой происходит генерация множества Парето (построение множества X_{Don}^i), а затем отсев (получение множества $X_{Нед}^i$) для контроля роста его мощности, т.е. необходимо определить механизмы выбора M_1^i и M_2^i , которые в соответствии со свойствами V^i порождали бы соответственно функции выбора $C_1^i(\bullet), C_2^i(\bullet)$ [1-3].

Методика. На первом шаге в качестве механизмов выбора, порождающих функцию выбора $C_1^i(\bullet)$, могут выступать процедуры формирования множества допустимых вариантов, удовлетворяющих соответствующим техническим, технологическим и другим ограни-

чениям области D .

Функция выбора $C_2^i(\bullet)$ на втором шаге порождается классом многоэкстремизационных механизмов выбора $M_2^i = \langle \sigma, \pi \rangle$, в которых роль структуры σ играет вектор V^i , а в качестве правила выбора π могут выступать различные принципы выделения недоминируемых альтернатив [4-7].

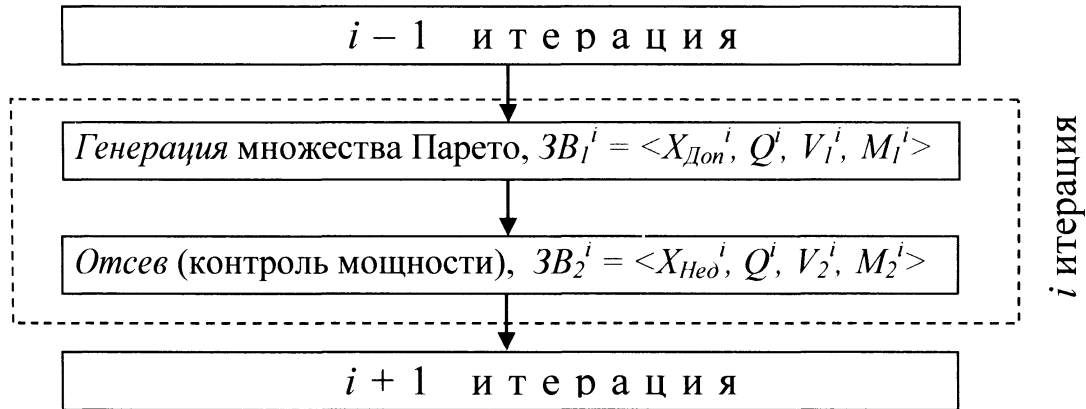


Рисунок 1 – Этапы решения задачи выбора на итерациях

Рассмотрим механизмы выбора, свойства которых позволяют применять их для отбора решений на итерациях поиска в моделях МКО для этапа формирования множества X_{Don}^i и X_{Hed}^i .

Механизм выбора равномерно-распределенных точек. В большинстве численных схем на первом шаге оптимизации применяются различные способы построения первоначального множества вариантов решения. Однако этот процесс также представляет собой типичную ситуацию выбора части вариантов из исходного множества. Поэтому предложим такие условия отбора в виде механизма выбора.

При решении численной схемы МКО на первом шаге каждой i итерации, согласно некоторому генератору Γ , из исходной области решений D предлагается строить текущее множество вариантов решения задачи X : $X_{New}^i = \Gamma(D)$. В качестве генератора Γ предлагается конкретная численная схема в том или ином методе оптимизации, но так как при любом способе построения X_{New}^i , в конечном счете, происходит выбор подмножества из исходного множества вариантов, естественным было бы описание оператора Γ в терминах теории выбора. Если рассмотреть D в качестве множества исходных вариантов, а $X_{New}^i \subseteq D$ - непустое множество, предъявленное для выбора, то механизм выбора из D по некоторому правилу C части вариантов формализуем в виде [2-3]:

$$M_{Ravn}(D) = X_{New}^i \subseteq D (X_{New}^i \neq \emptyset). \quad (2)$$

Множество $X_{New}^i = M_{Ravn}(D) \subseteq D$ в формуле (3.28), это набор элементов, удовлетворяющих условиям:

$$M_{Ravn}(D) = \{X_{New}^i \subseteq D / \Pi\}, \quad (3)$$

где Π – некоторый оператор, задающий условие выбора.

В соответствии с [5], для формализации механизма выбора M необходимо знать структуру исходного множества, а также задать правило выбора π , которое указывает, как построить функцию $C(X)$ для любого $X \subseteq D$ на основе данной структуры. Здесь $D = 2^D \setminus \{\emptyset\}$, т.е. множество всех непустых подмножеств D , $|D| = N$ (мощность D).

Согласно формуле (3), правило выбора π формализуем в виде [6]:

$$\pi_{Ravn} : x_{New}^i \in D / \Pi. \quad (4)$$

Конкретная реализация C и π для механизма выбора равномерно-распределенных точек на примере модели перераспределения плотности вероятности рассмотрена ниже.

Независимо от исходной области поиска (дискретной или непрерывной), на итерациях получается дискретный набор недоминируемых вариантов решения X .

Определим на нем значения критериальных функций $y_i = q_i(x) (i = \overline{1, n})$. Через y_i^j обозначим значение i -й критериальной функции в точке $x^j = (x_1^j, x_2^j, \dots, x_n^j) (j = \overline{1, n})$. Будем считать, что $(y_1^j, y_2^j, \dots, y_n^j) = (y_1^k, y_2^k, \dots, y_n^k)$ тогда и только тогда, когда $j = k$. Прономеруем числа $y_1^j (j = \overline{1, p})$ в порядке убывания. Если при этом встретятся равные, то номеруем их в порядке убывания следующей координаты. Если $(n-1)$ координата двух точек совпадает, то выводим из рассмотрения точку, имеющую меньшую n -ю координату. Аналогично номеруем последующие координаты $y_1^j (j = \overline{1, n})$.

В результате такого отображения мы поставили в соответствие точкам множества допустимых оценок Y , множество $\{k\}$ -точек с координатами (k^1, k^2, \dots, k^n) , каждая из которых принимает целое значение их интервала $[1, \dots, p]$. При этом в каждой из гиперплоскостей размерности $n-1$, параллельных координатным, одна и только одна из точек этого множества. Множество лежит в n -мерном кубе размером $(p-1) \times (p-1) \times \dots \times (p-1)$ [4-6].

В силу построения любая точка множества $\{k\}$ лежит на пересечении n гиперплоскостей

размерности $n - 1$, параллельных координатным гиперплоскостям и проходящим через точки (k^1, k^2, \dots, k^n) . По той же причине из $(y_1^i, y_2^i, \dots, y_n^i) \geq (y_1^j, y_2^j, \dots, y_n^j)$ следует, что $(k_1^i, k_2^i, \dots, k_n^i) \leq (k_1^j, k_2^j, \dots, k_n^j)$, а значит, выше точек, оптимальных по Парето, на множестве значений критериев оптимизации Y эквивалентно аналогичной операции в множестве $\{k\}$, только в смысле сравнения \leq .

Для того чтобы точка множества $\{k\}$ принадлежала множеству Парето, необходимо, чтобы ее координаты удовлетворяли условию [5]:

$$(n - 1 +)p \geq k_1^i + k_2^i + \dots + k_n^i \quad (5)$$

Алгоритм построения множества Парето.

1. Описанным выше способом строим множество $\{k\}$ эквивалентное множеству Y допустимых оценок. При этом каждую из координат упорядочиваем методом деления отрезка пополам.

Каждой точке множества $\{k\}$ ставим в соответствие последовательность счетчиков $\{c_i = 0\} (i = \overline{1, p})$

3. Отбросим точки, не удовлетворяющие условию (5). При каждом отбрасывании координаты точек множества $\{k\}$ большие соответствующей координаты отбрасываемой точки уменьшается на единицу, настолько же уменьшится и соответствующая сумма [7-9].

4. У точки лучше отбрасываемой сумма координат не изменится, хотя число p уменьшится на единицу; а у конфликтующей точки сумма координат уменьшится не более чем на $n-1$, хотя левая часть неравенства уменьшится на $n-1$.

Введем утверждение. Точки лучшие или конфликтующие с отбрасываемой, лежавшие выше границы точек, оптимальных по Парето, никогда не перейдут этой границы.

5. Таким образом, при отбрасывании точки, для которой выполнено неравенство:

$$(n - 1)p + 1 < \sum_{i=1}^n k_i^l$$

обладающие таким же свойством, не перейдут через границу точек,

оптимальных по Парето. После того, как все точки будут удовлетворять условию (5), упорядочим последовательность сумм координат оставшихся точек. Точки, имеющие минимальную сумму, а также сумму, отличающуюся не более чем на $n-1$, оптимальны по Парето. Запоминаем их и выводим из рассмотрения, уменьшая описанным выше способом координаты и суммы координат остающихся точек [10].

При каждом уменьшении координаты некоторой точки увеличиваем на единицу соот-

ветствующий ей счетчик. Если у точки счетчик окажется равным n , то её также отбрасываем, прежде чем приступить к выводу из рассмотрения очередной точки, оптимальной по Парето.

7. Процесс повторяется до тех пор, пока оставшиеся точки будут иметь суммы, отличающиеся от минимальной не более чем на $n - 1$ и удовлетворять условию: $(n - 1)p_k + 1 \geq \sum_{i=1}^n k_i^l$,

где p_k – число оставшихся точек.

Алгоритм выделения множества Парето при $n=2$.

1. Описанным выше способом строим множество (n, k) , эквивалентное множеству Y допустимых оценок. При этом упорядочивание по каждой из двух координат проводим методом деления отрезка пополам.

2. Каждой точке множества (n, k) ставим в соответствие последовательность сумм координат $(n + k)$. Если все $n + k = p + 1$, то любая точка множества, а значит, и множества Y оптимальна по Парето. В противном случае существует, по крайней мере, одна точка, удовлетворяющая условию $p + 1 < n + k$. Пусть эта точка (n_i, k_i) . Отбрасываем ее.

3. Тогда точки с координатами $n > n_i$ или $k > k_i$ будут иметь координаты $n - 1$ или $k - 1$. Каждое уменьшение координаты приводит к уменьшению суммы координат. Число p заменяется $p_1 = p - 1$. Если некоторая точка (n, k) лучше отбрасываемой, то ее сумма координат останется прежней, хотя число $p + 1$ в неравенстве заменится на $p_1 + 1 = p$. Если точка (n, k) хуже отбрасываемой, то ее сумма координат уменьшится на 2; если точка (n, k) конфликтует с отбрасываемой, то неравенство сохранится [].

Отсюда следует, что точки, лучшие или конфликтующие по отношению к отбрасываемой и не являющиеся оптимальными по Парето, будут на некотором шаге отброшены. Остается показать, что ни одна из худших точек по отношению к отбрасываемой на любом и том шаге не достигнет границы $p_u + 1 \geq n + k$. Действительно, если мы отбрасываем точку (n_i, k_i) , то имеет место неравенство: $p_{u-1} + 1 < n_i + k_i$ или $p_{u-1} + 2 < n_i + k_i$.

Так как точка (n_j, k_j) хуже точки (n_i, k_i) , то имеют место неравенства:

$$\begin{cases} n_i < n_j; n_i + 1 \leq n_j \\ k_i < k_j; k_j + 1 \leq k_j. \end{cases}$$

При отбрасывании лучшей точки у худшей сумма координат уменьшается на 2, новая сумма координат точки (n_j, k_j) равна $(n_j + k_j - 2)$, при этом, однако, $n_j + k_j - 2 \geq (n_j + 1) + (k_j + 1) - 2 = n_i + k_i \geq p_{u-1} + 2$. Так как $p_{u-1} = p_u + 1$, то

$n_j + k_j - 2 \geq p_u + 3$, или окончательно $n_j + k_j - 2 \geq p_u + 3$.

5. Таким образом, процесс отбрасывания худших точек продолжается до тех пор, пока не останется точек, удовлетворяющих условию $p_k + 1 < n + k$. Тогда все оставшиеся точки в силу теоремы 4 будут оптимальны по Парето.

Вывод. Проведенный эксперимент подтверждает адекватность построения данного алгоритма, причем скорость поиска на множестве Парето большой мощности существенно выше, без потери качества решения, по сравнению с аналогами (в частности, с рассматриваемым в работе методом перераспределения плотности вероятности).

Список литературы

1. Курьянов, В.К. Пропускная способность регулируемого перекрёстка [Текст] / В.К. Курьянов, А.В. Скрыпников, Е.В. Кондрашова, Т.В. Скворцова // Перспективные технологии, транспортные средства и оборудование при производстве, эксплуатации, сервисе и ремонте: межвуз. сборник науч.тр. Вып.2. – Воронеж, 2007. – С. 201-204.
2. Курьянов, В.К. Управление, основанное на средних характеристиках транспортного потока [Текст] / В.К. Курьянов, А.В. Скрыпников, Е.В. Кондрашова, Т.В. Скворцова // Перспективные технологии, транспортные средства и оборудование при производстве, эксплуатации, сервисе и ремонте: межвуз. сборник науч.тр. Вып.2. – Воронеж, 2007. – С. 204-209.
3. Методы, модели и алгоритмы повышения транспортно-эксплуатационных качеств лесных автомобильных дорог в процессе проектирования, строительства и эксплуатации [Текст] : монография / А.В. Скрыпников, Е.В. Кондрашова, Т.В. Скворцова, А.И. Вакулин, В.Н. Логачев. – М.: Издательство ФЛИНТА: Наука, 2012. – 310 с.
4. Скворцова, Т.В. Критерии качества управления светофорной сигнализацией [Текст] / Т.В. Скворцова, А.В. Скрыпников, Е.В. Кондрашова // Математическое моделирование, компьютерная оптимизация технологий, параметров оборудования и систем управления: межвуз. сб. научн. тр./ под ред. В.С. Петровского. – Воронеж, 2007. – С.179-181.
5. Скрыпников, А.В. Построение процедур выбора управленческих решений на основе оптимизационных моделей [Текст] // Вопросы современной науки и практики. Университет им. В.И. Вернадского. – Тамбов. –2009. - № 10(24)/2009. – С. 217-221.
6. Скрыпников, А.В. Разработка теоретических основ и методов управления лесовозным автотранспортом [Текст] / А.В. Скрыпников // Бюллетень транспортной информации. - № 9 (171) сентябрь, 2009 г. – С. 25-27.
7. Скрыпников, А.В. Теоретические основы и методы организации и управления дорожным

движением [Текст] / Бюллетень транспортной информации. - № 1 (175). – Москва, 2010 – С.10-15 с.

8. Трофимов, Ю.И. Макроскопические модели управления светофорной сигнализацией [Текст] / Ю.И. Трофимов, Е.В. Кондрашова, Ю.В. Лобанов, Д.Ю. Сухов // Деп. в ВИНТИ, №30-В2007, 11.01.07 г. – 42 с.

9. Трофимов, Ю.И. Микроскопические модели движения [Текст] / Ю.И. Трофимов, Е.В. Кондрашова // Перспективные технологии, транспортные средства и оборудование при производстве, эксплуатации, сервисе и ремонте: межвузовский сборник научных трудов. – Вып.1. –Воронеж, 2006 г. – С. 177-182.

10. Трофимов, Ю.И. Макроскопические модели движения [Текст] / Ю.И. Трофимов, Е.В. Кондрашова // Перспективные технологии, транспортные средства и оборудование при производстве, эксплуатации, сервисе и ремонте: межвузовский сборник научных трудов. – Вып.1. –Воронеж, 2006 г. – С. 167-177.

Рецензенты:

Кондрашова Е.В., д.т.н., профессор кафедры технического сервиса и технологии машиностроения ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», г. Воронеж.

Зольников В.К., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой информатики и вычислительной техники ФГБОУ ВПО «Воронежская государственная лесотехническая академия», г. Воронеж.