

УДК 621.317.4

## ТОПОГРАФИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ОКРЕСТНОСТЯХ ОБРАЗЦА ИЗ МАГНИТОМЯГКОГО МАТЕРИАЛА

Ланкин М.В.<sup>1</sup>, Наракидзе Н.Д.<sup>1</sup>, Ланкин А.М.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Федеральное государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова», Новочеркасск, Россия (346428, Новочеркасск, ул. Просвещения, 132), e-mail: lankinjohn@rambler.ru

В статье описан метод получения топографии магнитного поля в окрестностях образца из магнитомягкого материала с помощью множественного регрессионного анализа (МРА) при его испытании в полуразомкнутой магнитной системе (МС). Для построения модели был использован множественный регрессионный анализ, задача которого состоит в построении уравнения такой поверхности в трехмерном пространстве, которая располагается на минимальном расстоянии от результатов наблюдений. В результате было получено уравнение модели поверхности в трехмерном пространстве для образца из стали Э330 со всеми значащими коэффициентами и незначащим отношением остаточных дисперсий. Таким образом, проведенный эксперимент подтверждает, что изменение напряженности магнитного поля вдоль оси  $x$  от поверхности образца из магнитомягкого материала при испытаниях в полуразомкнутых магнитных системах носит нелинейный характер.

Ключевые слова: топография магнитного поля, магнитная система, магнитомягкие материалы, регрессионный анализ

## TOPOGRAPHY OF THE MAGNETIC FIELD AROUND SAMPLE SOFT MAGNETIC MATERIAL

Lankin M.V.<sup>1</sup>, Narakidze N.D.<sup>1</sup>, Lankin A.M.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Federal State Budget Educational Institution of Higher Professional Educational “Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI)”, Novocherkassk, Russia (346428, Novocherkassk, st. Prosvjashenija, 132), e-mail: lankinjohn@rambler.ru

The article describes a method of obtaining the topography of the magnetic field in the vicinity of the sample magnetic material using multiple regression analysis (MRA) when tested in a semi-open magnetic system (MS).

To build the model was used multiple regression analysis, the task of which is to develop an equation of such a surface in three-dimensional space, which is located at a minimum distance from the observation results. The result was obtained by the equation model of the surface in three dimensions of the sample became meaningless E330 all insignificant coefficients and the residual dispersion. Thus, the experiment confirms that the change in the magnetic field along the  $x$  axis from the sample surface of the magnetic material when tested in a semi-open magnetic system is nonlinear.

Keywords: топография магнитного поля, магнитная система, магнитомягкие материалы, регрессионный анализ

В [2] с помощью нелинейного регрессионного анализа была получена модель топографии магнитного поля (МП) постоянного магнита при его испытании в полуразомкнутой магнитной системе (МС). Для разработки метода, позволяющего измерять напряженность МП поля на поверхности изделий из магнитомягких материалов (МММ) при их испытаниях в полуразомкнутых МС, необходимо решить задачу построения математической модели изменения напряженности МП.

Такая математическая модель в случае неизменности зазора  $\delta$  между полюсами намагничивающей системы (НС) и изделия из ферромагнитного материала (ФММ) и его геометрических размеров  $\lambda$  ( $\lambda$  – параметр, характеризующий геометрические размеры изделия

из ФММ;  $\lambda = l/d_{max}$ , где  $l$  – длина изделия из ФММ;  $d_{max}$  – максимальный размер поперечного сечения изделия из ФММ) имеет вид  $H = f(x, I)$ , где  $x$  – расстояние от испытуемого образца,  $I$  – ток НС.

Для построения модели топографии МП изделия из МММ при помощи пакета Femm 4.0 [1] была рассчитана зависимость напряженности МП от тока НС и расстояния  $x$  от центра на поверхности изделия из МММ (сталь Э330) (рис. 1 и рис. 2) с размерами образцов  $29 \times 15 \times 15$  мм и зазором между полюсами НС и изделия из МММ 3 мм ( $\lambda=2$ ;  $\delta=3$ ;  $\lambda/2\delta=0,33$ ).

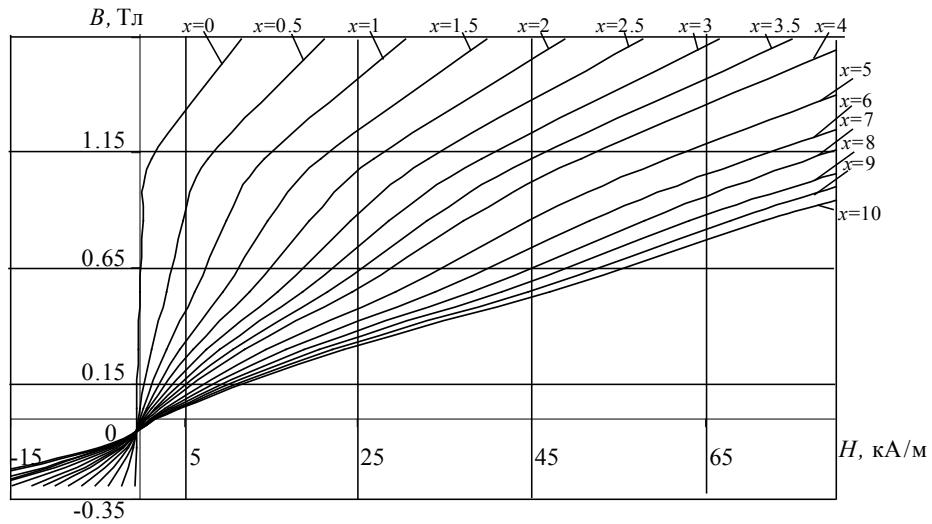


Рис. 1. Семейство КР образца из стали Э330 при различных значениях расстояния  $x$  (мм)

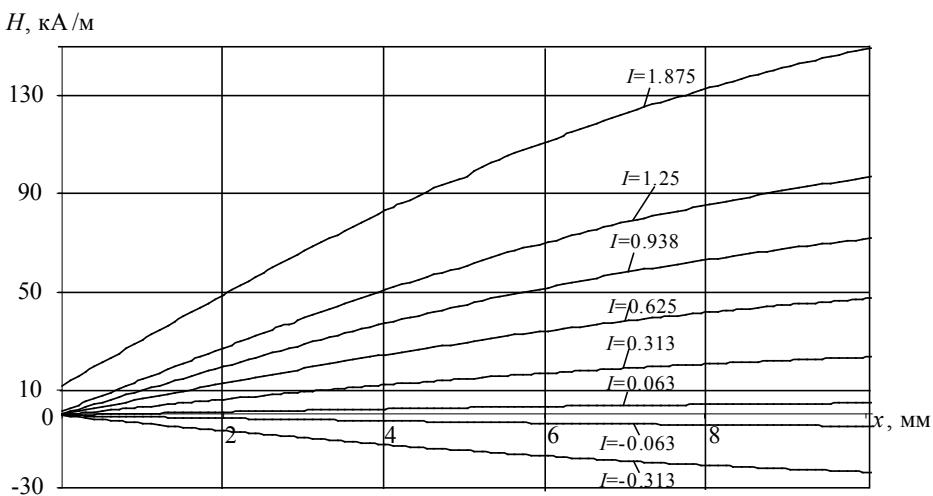


Рис. 2. Зависимость тангенциальной составляющей напряженности  $H_t$  образца из стали Э330 от расстояния  $x$  при различных значениях тока  $I$

Для построения модели был использован множественный регрессионный анализ (MPA). Задача МРА состоит в построении уравнения такой поверхности  $\hat{H} = f(x, I)$  в трехмерном пространстве, которая располагается на минимальном расстоянии от результатов наблюдений  $H_i$ . Для определения этого расстояния воспользуемся выражением остаточной

дисперсии  $S_{\text{ост}}^2$  [4]:

$$S_{\text{ост}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (H_i - \hat{H}_i)^2}{m \cdot n - p - 1},$$

где  $n$  – количество значений тока  $I$ , при которых измерялась напряженность МП  $H_i$ ;  $m$  – количество точек пространства, в которых измерялась напряженность МП;  $p$  – количество

слагаемых в уравнении поверхности;  $\hat{H}_i$  – расчетное значение напряженности МП,

$$\hat{H} = f(x, I)$$

Для определения коэффициентов уравнения регрессии  $b_i$  использовалось выражение в матричном виде [3]:

$$\mathbf{B} = (X^T X)^{-1} X^T \mathbf{Y}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{B}$  – вектор-столбец коэффициентов уравнения регрессии  $b_i$ ;  $\mathbf{Y}$  – вектор-столбец результатов наблюдений  $H_i$ ;  $X$  – матрица факторов, причем для определения нулевого коэффициента регрессии в нее добавляется столбец единичных значений, т.е.

$$X = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & I_1 \\ 1 & x_1 & I_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_1 & I_n \\ 1 & x_2 & I_1 \\ 1 & x_2 & I_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_2 & I_n \\ 1 & x_m & I_n \end{vmatrix},$$

$X^T$  – транспонированная матрица  $X$ ,  $(X^T X)^{-1}$  – матрица, обратная  $X^T X$ .

В общем виде нелинейное уравнение регрессии можно представить как:

$$\hat{H} = b_0 + b_1 x + b_2 I + b_{12} xI + b_{11} x^2 + b_{22} I^2 + \dots + b_{jj} x^j + b_{jj} I^j + \dots$$

Обычно задачу решают за несколько шагов путем повышения степени уравнения до

тех пор, пока уменьшение остаточной дисперсии  $S_{\text{ост}}^2$  остается значимым. Для расчета коэффициентов  $b_i$  воспользуемся выражением (1), но, начиная со второго шага перед повышением степени полинома, будем производить замену переменных, линеаризующих функций:  $x_{12}=x^2$ ,  $x_{13}=x^3$ ,  $I_{12}=I^2$ ,  $I_{13}=I^3$  и так далее [4].

Момент прекращения наращивания степени полинома можно определить следующим

образом. После каждой итерации проводится проверка гипотезы об отсутствии различия остаточных дисперсий  $S_{\text{ост}(j)}^2$  и  $S_{\text{ост}(j+1)}^2$ . Для этого используется критерий Фишера:

$$F_p = \frac{S_{\text{ост}(j)}^2}{S_{\text{ост}(j+1)}^2} \leq F_{\text{кр}}$$

где  $F_{\text{кр}}$  – критическое значение критерия Фишера, для числа степеней свободы  $f_1 = (n \cdot m - 1)$ ,  $f_2 = (n \cdot m - p - 1)$  и выбранного уровня значимости  $\alpha = 5\%$  [4].

После проведения нескольких итераций ( $j=5$ ) была построена модель напряженности МП вплоть до пятого порядка и рассчитаны остаточные дисперсии для образца из МММ стали Э330. Результаты вычислений сведены в табл. 1.

Таблица 1 Результаты вычислений остаточной дисперсии

Образец из стали Э330						
$j$	$S_{\text{ост}}^2$	$p$	$f_1$	$f_2$	$F_p$	$F_{\text{кр}}$
1	276.93	2	11 9	11 7	52.85	1.35 6
2	5.24	5	11 9	11 4	116.44	1.35 9
3	0.045	15	11 9	10 4	3.66	1.37 1
4	0.0123	24	11 9	95	<b>1.09</b>	<b>1.38</b> <b>4</b>
5	0.0113	35	11 9	84	–	–

График зависимости остаточных дисперсий  $S_{\text{ост}}^2$  от количества слагаемых в уравнении поверхности  $p$  для образца из стали Э330 показан на рис.3.

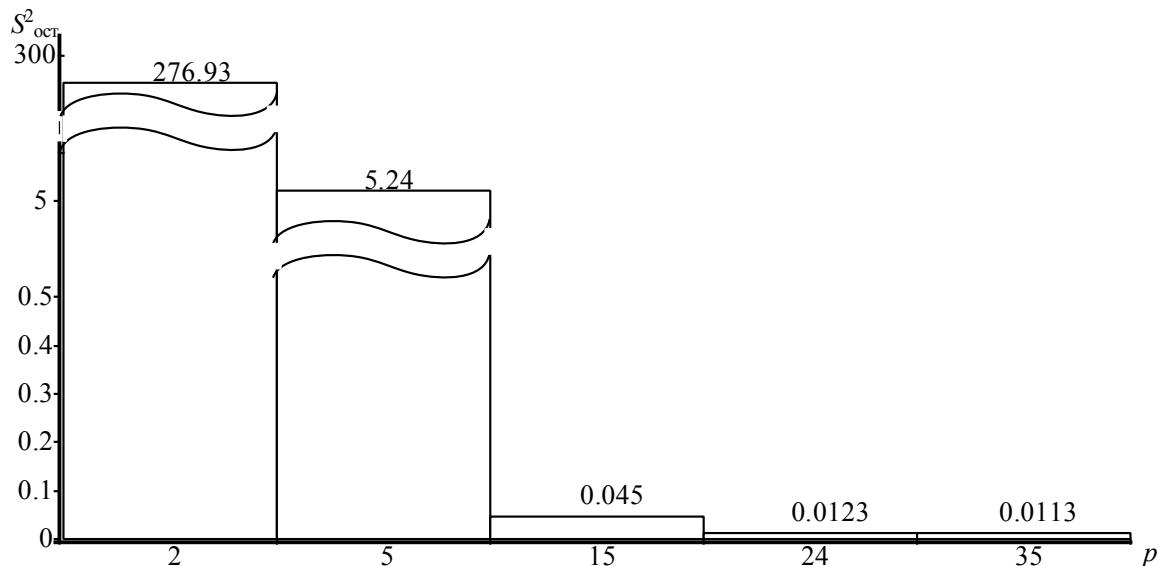


Рис. 3. Зависимость  $S^2_{ост}$  от количества слагаемых в уравнении поверхности  $p$  для образца из стали Э330

Таким образом, в качестве модели изменения напряженности МП при перемагничивании образцов из стали Э330 по кривой размагничивания (КР) может быть использовано уравнение регрессии четвертой степени:

$$\begin{aligned}\hat{H} = & b_0 + b_1 x + b_2 I + b_3 xI + b_4 x^2 + b_5 I^2 + b_6 x^2 I + b_7 xI^2 + b_8 x^2 I^2 + b_9 x^3 + b_{10} I^3 + \\ & + b_{11} x^3 I + b_{12} x^3 I^2 + b_{13} x^3 I^3 + b_{14} x^2 I^3 + b_{15} xI^3 + b_{16} x^4 + b_{17} I^4 + b_{18} x^4 I + b_{19} x^4 I^2 + \\ & + b_{20} x^4 I^3 + b_{21} x^4 I^4 + b_{22} x^3 I^4 + b_{23} x^2 I^4 + b_{24} xI^4.\end{aligned}$$

Результат вычислений коэффициентов уравнения регрессии сведен в табл. 2.

Таблица 2. Результаты вычислений коэффициентов  $b_i$  (сталь Э330,  $t_{kp}=1,661$ )

<i>i</i>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
$b_i$	-0.472	0.050	0.827	10.141	0.00003
$t_{bi}$	<b>-7.550</b>	<b>0.517</b>	4.644	37.022	<b>0.001</b>
<i>i</i>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
$b_i$	0.668	0.013	-0.409	0.131	-0.0002
$t_{bi}$	<b>1.045</b>	<b>0.105</b>	<b>-0.416</b>	<b>0.301</b>	<b>-0.033</b>
<i>i</i>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>
$b_i$	-3.043	-0.048	-0.017	0.016	-0.139
$t_{bi}$	-3.609	-2.530	<b>-0.257</b>	<b>0.174</b>	<b>-0.242</b>
<i>i</i>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>
$b_i$	1.094	0.00001	2.280	0.002	0.001
$t_{bi}$	<b>0.844</b>	<b>0.026</b>	8.036	2.032	<b>0.231</b>
<i>i</i>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>
$b_i$	-0.001	0.0001	-0.002	0.026	-0.457

$t_{bi}$	<b>-0.160</b>	<b>0.057</b>	<b>-0.058</b>	<b>0.136</b>	<b>-1.047</b>
----------	---------------	--------------	---------------	--------------	---------------

Проверка значимости полученных коэффициентов уравнения регрессии  $b_i$  произведена с использованием  $t$ -критерий Стьюдента [5]:

$$t_{b_i} = b_i / S_{b_i}; \quad S_{b_i} = \sqrt{S_{\text{ост}}^2 \cdot c_{ii}},$$

где  $c_{ii}$  – диагональный элемент матрицы обратной к матрице нормальных уравнений  $(XTX)^{-1}$ ;

$S_{b_i}$  – погрешность коэффициента регрессии.

Результаты вычислений  $t_{b_i}$  – коэффициентов сведены в табл. 2. Из данных табл. 2 можно сделать вывод о незначимости восемнадцати коэффициентов полученного уравнения регрессии. Поэтому согласно [5], был произведен постепенный отсев незначащих коэффициентов, у которых  $t_{bi} < 0,5$ , а затем  $t_{bi} < 1$  и, кроме того, по критерию Фишера проводилась оценка значимости отношений остаточных дисперсий. В результате такого отсея было получено уравнение модели поверхности в трехмерном пространстве для образца из стали Э330 со всеми значащими коэффициентами и незначащим отношением остаточных дисперсий (табл. 3).

Таблица 3. Результаты вычислений коэффициентов  $b_i$  (сталь Э330,  $t_{\text{kp}} = 1,659$ )

<i>i</i>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	$S^2_{\text{ост}}$
$b_i$	-0.422	0.034	0.791	10.196	-1.961	0.01 4
$t_{bi}$	-17.098	7.226	8.045	411.583	-11.753	
<i>i</i>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	
$b_i$	-0.047	0.483	1.893	0.002	-0.268	
$t_{bi}$	-64.270	15.050	24.561	30.452	-18.079	

После исключения незначащих коэффициентов уравнение модели для образца из стали Э330 выглядит следующим образом:

$$\widehat{H} = b_0 + b_1 x + b_2 I + b_3 xI + b_4 I^3 + b_5 I + b_6 xI^3 + b_7 I^4 + b_8 x^4 I + b_9 xI^4.$$

При подстановке  $b_i$ :

$$\hat{H} = -0.422 + 0.034x + 0.791I + 10.196xI - 1.961I^3 - 0.047I + 0.483xI^3 + \\ + 1.893I^4 + 0.002x^4I - 0.268xI^4$$

На рис. 4 показано распределение напряженности МП для образца из стали Э330, построенное с помощью полученного уравнений регрессии.

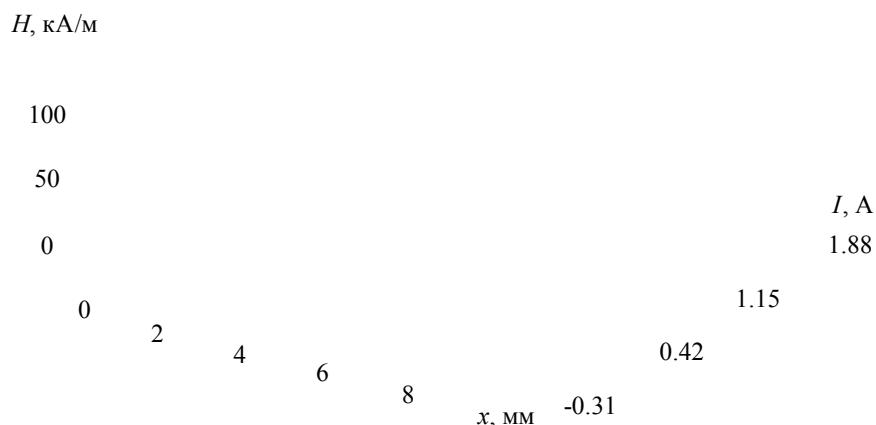


Рис. 4. Регрессионная модель распределения напряженности МП стали Э330

Таким образом, проведенный эксперимент подтвердил, что изменение напряженности МП вдоль оси  $x$  от поверхности образца из МММ при испытаниях в полуразомкнутых МС носит нелинейный характер.

*Статья подготовлена с использованием оборудования ЦКП "Диагностика и энергоэффективное электрооборудование" ЮРГПУ(НПИ).*

### Список литературы

1. Буль, О. Б. Методы расчета магнитных систем электрических аппаратов. Магнитные цепи, поля и программа FEMM / О. Б. Буль. – М.: Академия, 2005. – 336 с.
2. Ланкин, М. В. Приборы и методы контроля магнитных свойств постоянных магнитов: монография / М. В. Ланкин; Юж.-Рос. гос. техн. ун-т. – Новочеркасск: ЮРГТУ (НПИ), 2007. – 292 с.

3. Ланкин, М. В. Оптимизация параметров измерительного преобразователя напряженности магнитного поля / М. В. Ланкин, Н. Д. Наракидзе // Изв. вузов. Электромеханика. – 2008. - №2. – С. 32-35.
4. Львовский, Е. Н. Статистические методы построения эмпирических формул: Учеб. пособие для втузов / Е. Н. Львовский. – М.: Высш. шк., 1988. – 239 с.
5. Львовский, Е. Н. Пассивный и активный эксперимент при исследовании механических характеристик бетона / Е. Н. Львовский. – Кишинев: Картя Молдовеняскэ, 1988.– 176 с.

**Рецензенты:**

Лачин В.И., д.т.н., профессор кафедры «Автоматика и телемеханика», ФГБОУ ВПО «Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова, г.Новочеркасск.

Гречихин В.В, д.т.н., профессор кафедры «Информационные и измерительные системы и технологии», ФГБОУ ВПО «Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова, г. Новочеркасск.