

ПРОДОЛЬНЫЙ ИЗГИБ ГИБКОЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ СТОЙКИ ПРИ НЕЛИНЕЙНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ

Юхнов И.В.¹, Языев Б.М.¹, Чепурненко А.С.¹, Литвинов С.В.¹

¹ФГБОУ ВПО «Ростовский государственный строительный университет», Ростов–на–Дону, Россия (344022, Ростов–на–Дону, ул. Социалистическая, 162), e-mail: litv_step@mail.ru

Рассматривается гибкая железобетонная стойка, нагруженная продольной силой, приложенной с эксцентриситетом. Приводится вывод основных разрешающих уравнений, решение практической задачи и анализ полученных результатов. Показано, что нелинейная составляющая ползучести преобладает над линейной, кроме того, упругая деформация с течением времени уменьшается, и ее вклад в общую деформацию к концу процесса ползучести оказывается невелик. Кроме того, напряжения в бетоне с учётом нелинейной теории оказываются гораздо ниже, чем с учётом линейной теории. Напряжения в арматуре с учётом нелинейной теории оказываются практически в два раза больше, чем по линейной теории. Так как нелинейная составляющая является полностью необратимой, то после снятия нагрузки в колонне возможно появление остаточных напряжений, которые могут привести к трещинообразованию.

Ключевые слова: продольный изгиб, устойчивость гибких стержней, железобетонная стойка, ползучесть, нелинейность.

BUCKLING OF REINFORCED CONCRETE FLEXIBLE RODS IN NONLINEAR CREEP

Yuhnov I.V., Yaziev B.M.¹, Chepurnenko A.S.¹, Litvinov S.V.¹

¹Rostov state university of civil engineering, Rostov–on–Don, Russia (344022, Rostov–on–Don, Social st., 162), e-mail: litv_step@mail.ru

We considered flexible reinforced concrete rods, loaded longitudinal force applied with the eccentricity. We derive the basic resolving equations, the solution of practical problems and analysis of the results. It is shown that the non-linear component of the creep dominates on linear component, moreover, the elastic deformation decreases with time, and its contribution to the overall deformation process to an end of creep is small. In addition, the stresses in the concrete, taking into account the nonlinear theory are much lower than that in view of the linear theory. Stress in the armature in view of the nonlinear theory are almost in two times more than in the linear theory. Since the nonlinear element is completely irreversible, after removal of the load in the column may cause residual stresses, which may lead to cracking.

Keywords: buckling, stability, flexible rods, reinforced concrete column, creep, nonlinearity.

Рассматривается гибкая шарнирно опертая железобетонная колонна, нагруженная силой F (рис. 1).

Для любого сечения железобетонного стержня можно записать следующие интегральные условия:

$$F = - \int_A \sigma_b dA - \sigma_s A_s - \sigma'_s A'_s; \quad (1)$$

$$M = M_0 + Fv = \int_A \sigma_b y dA - \sigma_s A_s y_s + \sigma'_s A'_s y'_s, \quad (2)$$

где $M_0 = Fe$, если сила F приложена с эксцентриситетом e , или $M_0 = Fv_0$, если стержень имеет начальную погибь $v_0 = f(x)$; σ_b — напряжения в бетоне; σ_s — напряжения в наименее сжатых арматурных стержнях площадью A_s ; σ'_s — напряжения в наиболее сжатой арматуре площадью A'_s ; y_s и y'_s — координаты арматурных стержней (см. рис. 1).

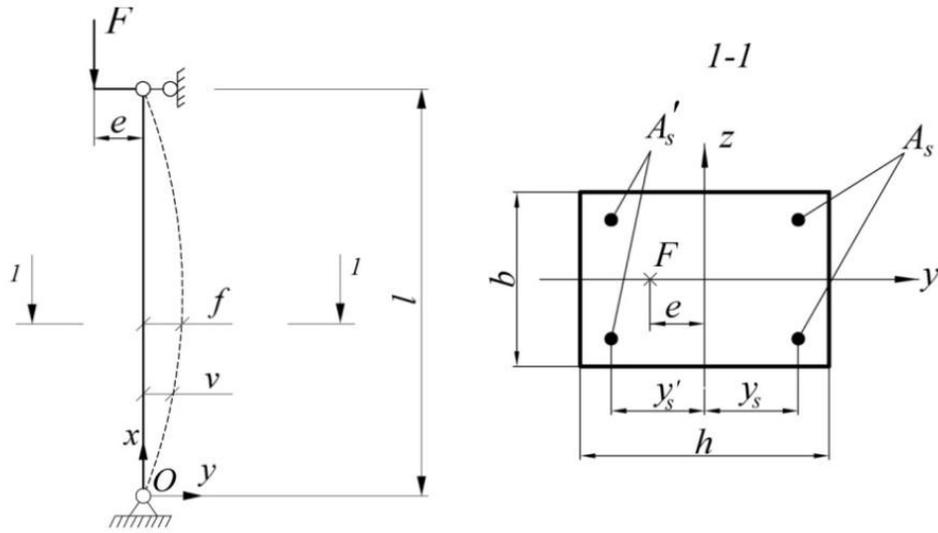


Рис. 1. Расчетная схема и поперечное сечение колонны

Полная деформация бетона представляет собой сумму осевой деформации ε_0 и изгибной деформации, обусловленной изменением кривизны:

$$\varepsilon_b = \varepsilon_0 + y \cdot \chi, \quad (3)$$

где $\chi = -\frac{d^2v}{dx^2}$ — кривизна стержня.

Деформации бетона и арматуры должны быть равны между собой, откуда:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_0 + y_s \frac{d^2v}{dx^2}; \quad \varepsilon'_s = \varepsilon_0 - y'_s \frac{d^2v}{dx^2}. \quad (4)$$

В модели упруго ползучего тела, полная деформация бетона представляется в виде суммы упругой деформации ε_b^{el} и деформации ползучести ε_b^* :

$$\varepsilon_b = \varepsilon_b^{el} + \varepsilon_b^* = \frac{\sigma_b}{E_b} + \varepsilon_b^*, \quad (5)$$

где E_b — модуль упругости бетона, σ_b — напряжения в бетоне.

Из (5) напряжение в бетоне выражается:

$$\sigma_b = E_b(\varepsilon_b - \varepsilon_b^*) = E_b\left(\varepsilon_0 - y \frac{d^2v}{dx^2} - \varepsilon_b^*\right). \quad (6)$$

А для напряжений в арматуре при условии $\varepsilon_s = \varepsilon_b$:

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s = E_s \left(\varepsilon_0 - y_s \frac{d^2v}{dx^2} \right), \quad \sigma'_s = E_s \varepsilon'_s = E_s \left(\varepsilon_0 + y'_s \frac{d^2v}{dx^2} \right). \quad (7)$$

После подстановки (6) и (7) в (2) для случая симметричного армирования ($A_s = A'_s$ и $y_s = y'_s$), основное разрешающее уравнение принимает вид:

$$EI_{red} \frac{d^2v}{dx^2} + Fv = -M_0 - E_b b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \varepsilon_b^* y dy, \quad (8)$$

где $EI_{red} = E_b I_b + E_S I_S$ — приведенная жесткость поперечного сечения при изгибе; $I_b = \frac{bh^3}{12}$ — момент инерции бетона; $I_S = A_S y_S^2 + A'_S (y'_S)^2$ — момент инерции арматуры.

Величина ε_0 определяется подстановкой (6) в (1):

$$\varepsilon_0 = -\frac{F}{EA_{red}} + \frac{E_b b}{EA_{red}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \varepsilon_b^* dy, \quad (9)$$

где $EA_{red} = E_b A_b + E_S A_{S,общ}$ — приведенная жесткость поперечного сечения при растяжении–сжатии.

В качестве уравнения, связывающего деформации ползучести и напряжения, в данной статье будет рассмотрена упрощенная нелинейная теория ползучести нестарееющего бетона Ю. А. Гурьевой [2, 3]. Согласно [2] деформация ползучести бетона представляется в виде суммы линейной и нелинейной составляющей:

$$\varepsilon^* = \alpha_t + \beta_t,$$

где $\alpha_t = -\int_0^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} [C(t-\tau)] d\tau$ — линейная составляющая, определяемая так же, как и в теории Арутюняна–Маслова [1].

Выражение для скорости роста нелинейной составляющей ползучести β_t имеет вид:

$$\frac{\partial \beta_t}{\partial t} = \begin{cases} k_1 k_2 \frac{\sigma(t)/R}{1 - k_1 k_2 \sigma(t)/R} \frac{\partial \alpha_t}{\partial t}, & \text{если } \frac{\partial \alpha_t}{\partial t} \leq 0; \\ 0, & \text{если } \frac{\partial \alpha_t}{\partial t} > 0. \end{cases} \quad (10)$$

Сжимающие напряжения в выражение (10) подставляются со знаком «+». Произведение коэффициентов k_1 и k_2 обычно полагается равным 1.

Если мера ползучести представляется в виде: $C(t-\tau) = C_\infty(1 - e^{-\gamma(t-\tau)})$, то для скорости роста линейной составляющей можно записать:

$$\frac{\partial \alpha_t}{\partial t} = \gamma(C_\infty \sigma(t) - \alpha_t).$$

Методика решения задачи. Поперечное сечение разбивается по высоте на m частей. На первом этапе решается упругая задача ($t = 0$, $\varepsilon^* = 0$). Решение уравнения (8) выполняется методом конечных разностей. Временной интервал, на котором рассматривается процесс ползучести, разбиваем на n шагов Δt . Определив прогиб в каждой точке, можно вычислить по формуле (6) напряжения, и далее определяются скорости роста составляющих деформации ползучести. Деформация ползучести в следующий момент времени находится при помощи линейной аппроксимации:

$$\varepsilon_{t+\Delta t}^* = \varepsilon_t^* + \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial t} \Delta t = \varepsilon_t^* + \left(\frac{\partial \alpha_t}{\partial t} + \frac{\partial \beta_t}{\partial t} \right) \Delta t.$$

Решена задача для железобетонного стержня при следующих исходных данных: бетон класса В25, модуль упругости бетона $E_b = 3 \cdot 10^4$ МПа, призмная прочность $R = 18,5$ МПа, предельная характеристика ползучести $\phi_\infty = C_\infty E_b = 3$, $\gamma = 0,05$ сут $^{-1}$, $k_1 k_2 = 1$, сечение 30×30 см, арматура $4\phi 18$ А400, модуль упругости арматуры $E_s = 2 \cdot 10^5$ МПа, предел текучести арматуры $\sigma_T = 400$ МПа, коэффициент армирования $\mu = \frac{A_{s,общ}}{A} = 0,0113$, $F = 980$ кН, $e = 1$ см, $y_s = y'_s = 12,1$ см, $l = 3,6$ м. Рассматривается интервал времени $t = 100$ сут. Сечение по высоте разбивается на 50 частей, временной интервал разбивается на 100 шагов.

На рис. 2 показан график изменения относительных напряжений $\frac{\sigma'_s}{\sigma_T}$ в середине пролета. Сплошная линия — решение по нелинейной теории; штриховая — по линейной теории. Видно, что напряжения в арматуре существенно возрастают и по нелинейной теории при таких исходных данных могут достигать величины предела текучести.

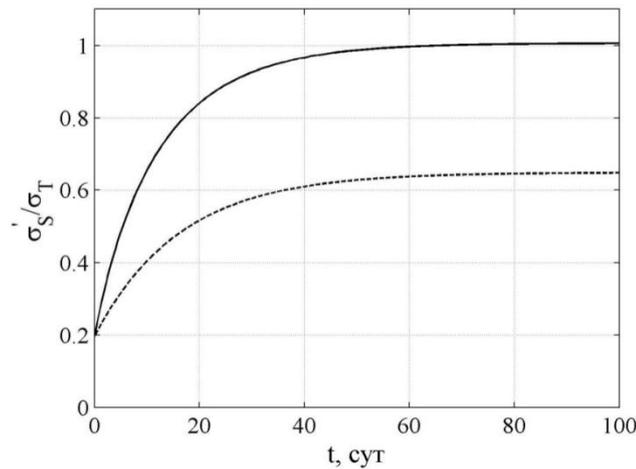


Рис. 2. Изменение относительных напряжений в арматуре

По действующим нормам [5] при эксцентриситете продольной силы $e_0 \leq \frac{h}{30}$ и гибкости $\frac{l_0}{h} \leq 20$ расчет по прочности внецентренно сжатых элементов прямоугольного сечения допускается производить из условия:

$$N \leq N_{ult},$$

где N_{ult} — предельное значение продольной силы, которое может воспринять элемент, определяемое по формуле:

$$N_{ult} = \phi(R_b A + R_{sc} A_{s,tot}). \quad (11)$$

В рассматриваемом случае $e_0 = 1$ см $\leq \frac{h}{30} = \frac{30 \text{ см}}{30}$, $\frac{l_0}{h} = \frac{360 \text{ см}}{30 \text{ см}} = 12 \leq 20$, т.е. использовать формулы для центрального сжатия допускается. Гибкости $\frac{l_0}{h} = 12$ соответствует значение коэффициента продольного изгиба $\phi = 0,886$. Для бетона В25 при коэффициенте $\gamma_{b1} = 0,9$, учитывающем длительное действие нагрузки, расчетное

сопротивление $R_b = 14,5\text{МПа} \cdot 0,9 = 13,05\text{МПа}$. Арматуре А400 соответствует величина расчетного сопротивления при сжатии $R_{sc} = 350\text{МПа}$. Подставляя эти значения в формулу (11):

$$N_{ult} = 0,886(1,305 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \cdot 900\text{см}^2 + 35 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \cdot 0,0113 \cdot 900\text{см}^2) = 1360\text{кН}.$$

Полученное значение предельной нагрузки больше того, которое рассматривалось в задаче (980 кН) почти на 40%. Таким образом, одного коэффициента γ_{b1} для учета длительного действия нагрузки недостаточно. Также величина $e_0 = 1$ см оказалась не такой уж маленькой, чтобы ей пренебрегать.

На рис. 3 приводится график роста прогиба стержня. Скорость роста прогиба с течением времени затухает, т.е. потери устойчивости при ползучести в данном случае не происходит.

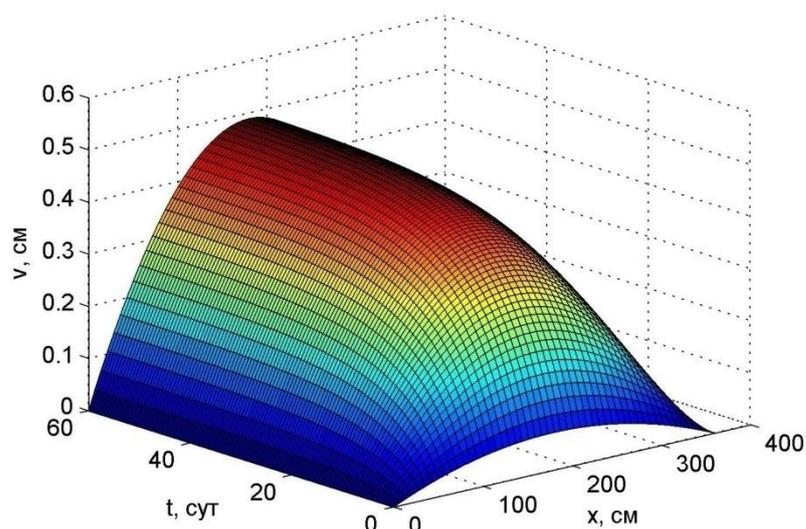


Рис. 3. График роста прогиба

Распределение напряжений по высоте сечения при $x = \frac{l}{2}$ приводится на рис. 4. Штриховой линией показано упругое решение, сплошной — результат по нелинейной теории при $t = 100$ сут, штрихпунктирной — результат по линейной теории в тот же момент времени. Знаку «+» на рис. 4 соответствует сжатие. По нелинейной теории напряжения в бетоне в конце процесса ползучести оказываются меньше, чем по линейной.

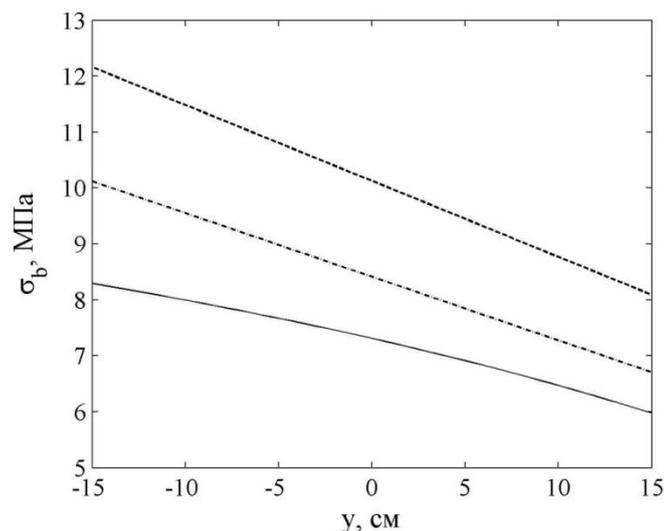


Рис. 4. Распределение напряжений по высоте сечения при $x=l/2$

На рис. 5 приводится изменение во времени линейной составляющей ползучести α_t , нелинейной составляющей β_t , полной деформации ползучести ε^* , упругой деформации ε_b^{el} и полной деформации ε_b при $x = l/2$, $y = -h/2$. Знаку «+» также соответствуют деформации сжатия.

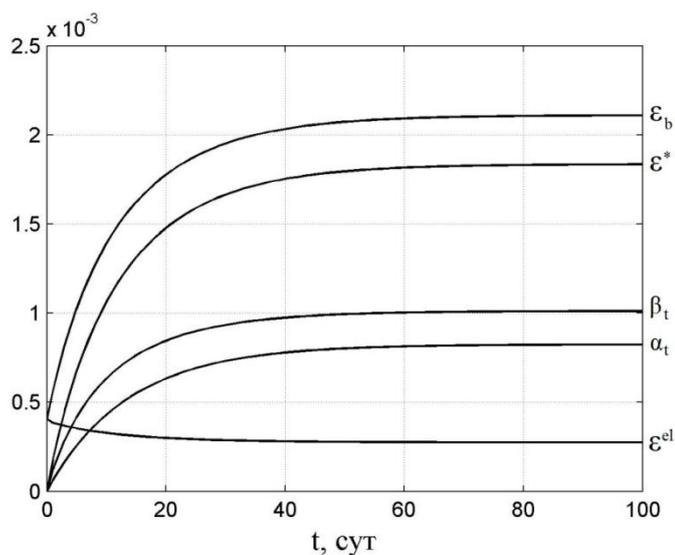


Рис. 5. Изменение деформаций во времени

Из рис. 5 видно, что нелинейная составляющая ползучести преобладает над линейной, кроме того, упругая деформация с течением времени уменьшается, и ее вклад в общую деформацию к концу процесса ползучести невелик. Нелинейная составляющая β_t является полностью необратимой, и поэтому после снятия нагрузки в колонне возможно появление остаточных растягивающих напряжений. Такой эффект для центрально сжатых колонн был описан в работе [4].

Список литературы

1. Арутюнян Н.Х. Некоторые вопросы теории ползучести. — М.: Гостехтеориздат, 1952. — 323 с.
2. Гурьева Ю.А. Упрощенная теория нелинейной ползучести нестареющего бетона при сжатии. Дисс. канд. техн. наук. – СПб., 2009. — 101 с.
3. Гурьева Ю.А. Некоторые приложения упрощенной теории нелинейной ползучести нестареющего бетона при сжатии// Промышленное и гражданское строительство. — 2008. - № 6. — С. 52–53.
4. Иванов М.М. Напряженно-деформированное состояние короткого центрально-сжатого железобетонного элемента при повторном нагружении после полной разгрузки на время реконструкции. Дисс. канд. техн. наук. – Сочи, 2000. — 165 с.
5. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52–01–2003. – М.:2012 — 161 с.

Рецензенты:

Соболь Б.В., д.т.н., профессор, зав. кафедрой «Информационные технологии» Донского государственного технического университета», г. Ростов-на-Дону.

Панасюк Л.Н., д.т.н., профессор, зав. кафедрой «Техническая механика» ФГБОУ ВПО «Ростовский государственный строительный университет», г. Ростов-на-Дону.