

РАСЧЁТ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КРЫЛА КОНЕЧНОГО РАЗМАХА НАД ГРАНИЦЕЙ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД

Химич С.А., Орлов Ю.Ф.

Нижегородский государственный технический университет имени Р.Е. Алексеева (603950, Россия, г. Нижний Новгород, ул. Минина, д. 24), e-mail: ntu@ntu.nnov.ru

Рассмотрена схема расчёта гидроаэродинамических характеристик в задаче о движении над поверхностью раздела жидкостей с различными плотностями на малой высоте крыла конечного размаха в квадрупольном приближении. При этом двумерное сингулярное интегральное уравнение теории крыла вырождается в краевую задачу для уравнения Пуассона для определения плотности двойного слоя, распределённого по поверхности крыла. Эта задача решается численно. Далее по известным формулам вычисляются форма свободной поверхности под крылом, коэффициент подъёмной силы и коэффициент волнового сопротивления крыла. Рассмотрен пример расчёта гидроаэродинамических характеристик движения плоского крыла, имеющего размеры реального экраноплана. Полученные результаты позволили оценить на модельном примере, близком к реальному объекту, работоспособность предложенной схемы и возможность ее использования при проектировании экранопланов.

Ключевые слова: аэродинамические характеристики, граница раздела, крыло экраноплана, квадрупольная теория крыла, волны под крылом.

THE CALCULATION OF AERODYNAMIC CHARACTERISTICS OF THE WING OF FINITE SPAN ABOVE THE INTERFACE OF TWO MEDIUMS

Khimich S.A., Orlov Y.F.

Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev (603950, Russia, Nizhny Novgorod, Minina street, 24), e-mail: ntu@ntu.nnov.ru

The scheme for aerodynamic characteristics calculation of the wing of finite span during the motion of the wing above the interface of two liquids with different densities is considered. Two-dimensional singular integral equation of the wing theory degenerates to the boundary problem for the Poisson equation for finding the double-layer density distributed on the wing surface. Obtained problem is solved numerically. Obtained solution allows us to calculate the form of liquid surface under low-flying wing, the lift coefficient of the wing and the wave resistance coefficient of the wing using known formulas. The calculations of aerodynamic characteristics of plain wing, which has size of real airfoil boat, were performed. Obtained results allow us to evaluate efficiency of proposed mathematical model on the example, which is very close to real object. Thus, proposed scheme may be useful in hovercrafts development and in airfoil boats development.

Key words: aerodynamic characteristics, the interface, the wing of airfoil boat, the quadrupole theory of the wing, waves under the wing.

Интерес к задачам околоэкранный аэродинамики возник в 60-х годах прошлого века и связан с работами Р.Е. Алексеева [8]. В комплексе проблем, связанных с проектно-конструкторскими исследованиями, центральное место занимает задача о движении на произвольном отстоянии от границы крыла конечного размаха. Первые решения таких задач методом функциональных параметров получены А.Н. Панченковым [5, 7]. Позже им же создана квадрупольная теория крыла вблизи экрана [6], которая конструктивно использует малость отстояния крыла от экрана, позволяющую перейти от моделирования несущей поверхности слоем диполей к слою квадрупольей, распределенных на экране под крылом. Это вырождение дает возможность перейти от сингулярного интегрального уравнения к дифференциальному соотношению в плоских потоках и к уравнению Пуассона для области

течения под крылом в пространственном случае. Для задач со свободной поверхностью первые такие алгоритмы построены в [3, 4]. Обширный круг задач по рассматриваемой теме представлен также в монографии Басина М.А. и Шадрина В.П. [1]. В [10] была разработана расчётная схема, основанная на квадрупольном вырождении фундаментальных структур.

Рассмотрим задачу о движении на малой высоте над поверхностью раздела жидкостей с различной плотностью крыла конечного размаха. Пусть малоискривленное крыло S движется с постоянной скоростью V_0 на малой высоте h над границей раздела S_L двух жидкостей различных плотностей, ρ_1 – плотность верхней жидкости, ρ_2 – плотность нижней жидкости. Введем систему координат, связанную с крылом, S_p – проекция поверхности крыла S на координатную плоскость xy , S_p^0 – проекция поверхности S на невозмущённую границу раздела жидкостей.

Введём потенциал ускорений: Θ_1 – для верхней жидкости и Θ_2 – для нижней жидкости. Тогда исходную задачу можно сформулировать как краевую задачу для уравнения Лапласа от потенциала ускорений с соответствующими краевыми условиями:

$$\Delta\Theta_1 = 0, \quad q \in \Omega; \quad (1)$$

$$\theta_{1n} = F(p), \quad p \in S_p, \quad [\theta_1] = 0, \quad x = 0, \quad z = 0, \quad |y| \leq b;$$

$$\nabla\Theta \rightarrow 0, \quad x \rightarrow +\infty;$$

$$\bar{\rho}(\theta_{1xx} - \mu\theta_{1x} + \nu\theta_{1z}) - \theta_{2xx} + \mu\theta_{2x} - \nu\theta_{2z} = 0, \quad q \in S_L.$$

Здесь $q = (x, y, z)$, Ω – пространство, занятое жидкостью; $p = (\xi; \eta; \zeta)$; $F(p) = N_0^{-1}(F_1(p))$, $N_0^{-1} = -V_0 \partial/\partial x$, $F_1(p)$ – нормальная составляющая скорости точек на крыле, b – полуразмах

крыла, $\bar{\rho} = \rho_1/\rho_2 \ll 1$, $\nu = \frac{g}{V_0^2}$; $g = 9.81 \text{ м/с}^2$, μ – малый действительный параметр,

устремляемый к нулю в конечных результатах.

Решение краевой задачи (1) будем искать в форме интегрального оператора типа потенциала двойного слоя: $\Theta_1 = A\gamma$. Основное двумерное сингулярное интегральное уравнение в линейной задаче о движении крыла вблизи границы раздела жидкостей имеет вид [4, 5, 6, 7]

$$N_0 A_z \gamma = F(q), \quad (2)$$

$$\text{где } N_0 = -V_0^{-1} \int_{-\infty}^x (\cdot) d\tau; \quad A_z \gamma = \frac{1}{4\pi} \int_{S_p} \gamma(p) \frac{\partial^2 G_1(p, q)}{\partial z \partial \zeta} ds; \quad p = (\xi; \eta; \zeta) \in S_p; \quad q = (x, y, z) \in S_p;$$

$\gamma(p)$ – плотность двойного слоя на поверхности S_p ; $F(q)$ – проекция на нормаль к S скорости набегающего потока жидкости; $G_i(p, q)$ – фундаментальное решение уравнения Лапласа, удовлетворяющее условию теории волн малой амплитуды на поверхности раздела жидкостей [2, 7, 9].

$$G_1(p, q) = \frac{1}{R(p, q)} + \frac{1}{R_1(p, q)} + G_{11}(p, q) + G_{12}(p, q), \quad (3)$$

$$G_2(p, q) = G_{21}(p, q) + G_{22}(p, q),$$

где G_1, G_2 – потенциалы единичного источника, движущегося в верхней жидкости для верхней (индекс 1) и для нижней (индекс 2) жидкостей, G_{ij} – гармонические функции (волновые интегралы), вид которых после обезразмеривания будет приведён далее,

$$R(p, q) = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}, \quad R_1(p, q) = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z + \zeta + 2h)^2}.$$

Поставленная задача будет решена, если будет найдено решение уравнение (2) с ядром (3). В [5, 7] впервые получено решение уравнения (2) методом функциональных параметров. В [3, 4] близкое к (2) уравнение о движении тела по поверхности тяжелой жидкости после асимптотического анализа структур типа (3) сведено к двумерному сингулярному уравнению и уравнению Вольтерра типа свёртки с периодическим ядром по продольной координате. Получено решение первого приближения по шкале $\{v^\alpha\}$. Существенного упрощения расчетов можно добиться, используя квадрупольные вырождения фундаментальных структур (3) [6, 10].

Поскольку (3) – гармонические функции, которые вместе со всеми своими производными равномерно непрерывны всюду в трехмерном евклидовом пространстве, исключая точки (ξ, η, ζ) и $(\xi, \eta, -\zeta - 2h)$, то их разложения в ряды Тейлора относительно точек $p_0 = (\xi, \eta, -h)$, лежащих на границе раздела, – равномерно сходящиеся ряды.

Тогда, используя асимптотическую квадрупольную теорию крыла, которая основана на аппроксимации фундаментальной структуры двумя членами ряда [3, 4, 6], получим:

$$\frac{\partial G_1(p, q)}{\partial \zeta} = \frac{\partial G_{11}(p_0, q)}{\partial \zeta} + \frac{\partial G_{12}(p_0, q)}{\partial \zeta} + (z + h) \cdot \left[2 \frac{\partial^2 (1/r_0)}{\partial \zeta^2} + \frac{\partial^2 [G_{11}(p_0, q) + G_{12}(p_0, q)]}{\partial \zeta^2} \right]. \quad (4)$$

Этому уравнению можно придать вид

$$\frac{\partial G_1(p, q)}{\partial \zeta} = \partial^2 \left[\int_{\zeta}^{\xi} G_{11}(p_0, q) d\zeta + \int_{\zeta}^{\xi} G_{12}(p_0, q) d\zeta + 2(z+h)/r_0 + (z+h)(G_{11}(p_0, q) + G_{12}(p_0, q)) / \partial \zeta^2 \right]. \quad (5)$$

Введем безразмерные величины соотношениями: $x = \bar{x}a$, $y = \bar{y}b$, $z = \bar{z}a$, $\lambda = b/a$,

$$\xi = \bar{\xi}a, \quad \eta = \bar{\eta}b, \quad \zeta = \bar{\zeta}a, \quad \gamma = 2\lambda V_0^2 \bar{\gamma}, \quad h = 2a\bar{h}, \quad \omega_0 = va = \frac{1}{2Fr^2}, \quad \text{где } Fr = \frac{V_0}{\sqrt{2ag}} - \text{число}$$

Фруда, $2a$ – хорда, $2b$ – размах, λ – относительное удлинение крыла. Выделив действительную часть в выражениях для \tilde{G}_{ij} в (3), получим (черточки над безразмерными координатами далее опущены):

$$\tilde{G}_{11}(p, q) = -\omega_0 \bar{a} \cdot (1 - \bar{a}) \cdot \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\exp\left[\frac{-\omega_0 \bar{a}}{\cos^2 \theta} \cdot (z + \zeta + 4\bar{h})\right]}{\cos^2 \theta} \cdot \sin\left(\frac{\omega_0 \bar{a} \bar{\omega}}{\cos^2 \theta}\right) d\theta,$$

$$\tilde{G}_{12}(p, q) = -\frac{1 - \bar{a}}{2\pi} \cdot V \cdot p \cdot \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{r \cos^2 \theta \cdot \exp[-r \cdot (z + \zeta + 4\bar{h})]}{r \cos^2 \theta - \omega_0 \bar{a}} \cdot \cos(r\bar{\omega}) dr d\theta,$$

$$\tilde{G}_{21}(p, q) = \omega_0 \bar{a} \cdot (1 - \bar{a}) \cdot \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\exp\left[\frac{\omega_0 \bar{a}}{\cos^2 \theta} \cdot (z - \zeta - 4\bar{h})\right]}{\cos^2 \theta} \cdot \sin\left(\frac{\omega_0 \bar{a} \bar{\omega}}{\cos^2 \theta}\right) d\theta,$$

$$\tilde{G}_{22}(p, q) = \frac{1 - \bar{a}}{2\pi} \cdot V \cdot p \cdot \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{r \cos^2 \theta \cdot \exp[r \cdot (z - \zeta - 4\bar{h})]}{r \cos^2 \theta - \omega_0 \bar{a}} \cdot \cos(r\bar{\omega}) dr d\theta,$$

$$\bar{a} = \frac{1 - \bar{\rho}}{1 + \bar{\rho}}, \quad \bar{\omega} = (x - \xi) \cos \theta + \lambda(y - \eta) \sin \theta.$$

В силу гармоничности функций $\frac{1}{r_0}$, $\tilde{G}_{11}(p, q)$, $\tilde{G}_{12}(p, q)$ и использования (5) в (2),

получим краевую задачу:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \lambda^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \Phi(x, y) = \frac{F(x, y)}{4\bar{H} \lambda^2}, \quad (6)$$

где $\bar{H} = h/2b$; $x \in [0, 2]$; $y \in [-1, 1]$; $\Phi(x, \pm 1) = \Phi(2, y) = 0$; $\frac{\partial \Phi(0, y)}{\partial x} = 0$;

$$\Phi(x, y) = N_0 \left\{ \bar{\gamma}(\tau, y) + \frac{1}{4\pi} \int_{s_p^0} \bar{\gamma}(\xi, \eta) \cdot \left[\frac{\tilde{G}_{11}(p, q) + \tilde{G}_{12}(p, q)}{\bar{h}} + \frac{\partial(\tilde{G}_{11}(p, q) + \tilde{G}_{12}(p, q))}{\partial \zeta} \right] ds \right\}. \quad (7)$$

Уравнение Пуассона (6) описывает движение жидкости в ограниченной области между крылом и поверхностью раздела жидкостей. Исходя из аппроксимации (5), предполагается, что возмущения за пределы этой области не распространяются. Поэтому в (7) оператор N_0 следует заменить на оператор $N_{00} = \int_x^2 [\] d\tau$, определяющий отсутствие возмущений перед поверхностью S_p^0 . Вместо (7) можно записать

$$\bar{\gamma}(x, y) = (1 - \bar{a})L\bar{\gamma} - \frac{\partial\Phi(x, y)}{\partial x}, \quad (8)$$

где $L\bar{\gamma} = -\left(\frac{1}{4\pi}\right) \int_{S_p^0} \bar{\gamma}(\xi, \eta) \cdot \left[\frac{\bar{G}_{11}(p, q) + \bar{G}_{12}(p, q)}{\bar{h}} + \frac{\partial(\bar{G}_{11}(p, q) + \bar{G}_{12}(p, q))}{\partial \zeta}\right] ds$;

$$\tilde{G}_{11}(p, q) = (1 - \bar{a}) \cdot \bar{G}_{11}(p, q); \quad \tilde{G}_{12}(p, q) = (1 - \bar{a}) \cdot \bar{G}_{12}(p, q).$$

Плотность двойного слоя $\bar{\gamma}(x, y)$, определенная из уравнения (8), приводит к следующему значению потенциала скоростей

$$\varphi(x, y, z) = -\left(\frac{1}{4\pi}\right) \int_x^2 d\tau \int_{S_p^0} \bar{\gamma}(\xi, \eta) \cdot \frac{\partial G_2(\xi, \eta, -2\bar{h}, \tau, y, z)}{\partial \zeta} ds. \quad (9)$$

Форма свободной поверхности жидкости, коэффициенты подъёмной силы и волнового сопротивления определяются по известным формулам [5]:

$$\bar{\zeta}_g(x, y, z) = Fr^2 \frac{\partial\varphi(x, y, z)}{\partial x} \quad (10)$$

$$C_y = \lambda \int_{S_p} \gamma(\xi, \eta) d\xi d\eta, \quad (11)$$

$$C_{xg} = \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right) \int_{S_p} \alpha(x, y) \int_{S_p} \gamma(\xi, \eta) \frac{\partial \tilde{G}_{11}(x, y, 0, \xi, \eta, 0)}{\partial \zeta} d\xi d\eta dx dy, \quad (12)$$

где $\bar{\zeta}_g(x, y, z) = \zeta(x, y, z)/a$ – относительная высота волны в долях полухорды крыла, C_y – коэффициент подъёмной силы, C_{xg} – коэффициент волнового сопротивления, $\alpha(x, y)$ – местный угол атаки.

Таким образом, аэрогидродинамические характеристики низколетящего крыла могут быть найдены в результате последовательного решения краевой задачи (6), интегрального уравнения (8) и вычисления их по формулам (9)-(12). Полученная последовательность задач (6), (8), (9) может быть решена численно по расчетной схеме, приведенной в [10].

Для примера были выполнены расчёты гидроаэродинамических характеристик крыла, близкого по параметрам к крылу судна на динамической воздушной подушке (СДВП) «Волга-2» из [8]. Характерная особенность этого СДВП – сверхмалое отстояние крыла от опорной поверхности (около 0.1 м от хвостика на скорости 30 – 35 м/с). Для такого отстояния расчёт характеристик возможен только с использованием квадрупольной теории или метода сращиваемых асимптотических разложений. Некоторые результаты расчёта, в которых крыло имеет форму плоской бестелесной поверхности, представлены на рис. 1 – рис. 5.

На рис.1 изображен график функции κ – отношения коэффициента подъёмной силы крыла с $\lambda=1$, углом атаки $\alpha=4^0$, относительными отстояниями $\bar{h}=0.015$ и $\bar{h}=0.03$, к значению того же коэффициента при движении крыла с большой скоростью в зависимости от числа Фруда, а на рис. 2 – зависимость от числа Фруда коэффициента волнового сопротивления. Насколько известно авторам, влияние числа Фруда на коэффициент подъёмной силы крыла, движущегося на малой высоте над поверхностью раздела жидкостей с различными плотностями не исследовано, и факт наличия точки экстремума зависимости $C_y(Fr)$ ранее не был известен. Для объяснения этого эффекта были выполнены подробные расчёты формы свободной поверхности под крылом и коэффициента подъёмной силы в диапазоне чисел Фруда от 1.43 до 6.64 для относительных отстояний $\bar{h}=0.015$ и $\bar{h}=0.03$. На рис. 3, 4, 5 представлен рельеф свободной поверхности (волновые системы) для чисел Фруда 1.43, 2.48 и 4.04, соответственно. При числе Фруда 1.43 волновая система имеет характерный для корабельных волн в закритической ($Fr > 1$) области вид. Для числа Фруда 4.04 форма волновой поверхности типична для рельефа под крылом экраноплана – валики за боковыми кромками крыла и незначительная впадина под несущей поверхностью. Точка экстремума коэффициента подъёмной силы ($Fr \approx 2.48$) соответствует фазе перехода волновых систем из первого типа во второй, причём волновая поверхность под крылом заметно возвышается над невозмущённым уровнем. Следует особо отметить, что для исследованной формы крыла (плоская бестелесная поверхность) относительное отстояние не влияет на положение точки экстремума коэффициента подъёмной силы. Коэффициент волнового сопротивления низколетающего крыла ведёт себя, как и положено в теории корабельных волн – с ростом числа Фруда монотонно стремится к нулю, так как для исследуемых систем интерес представляют закритические скорости.

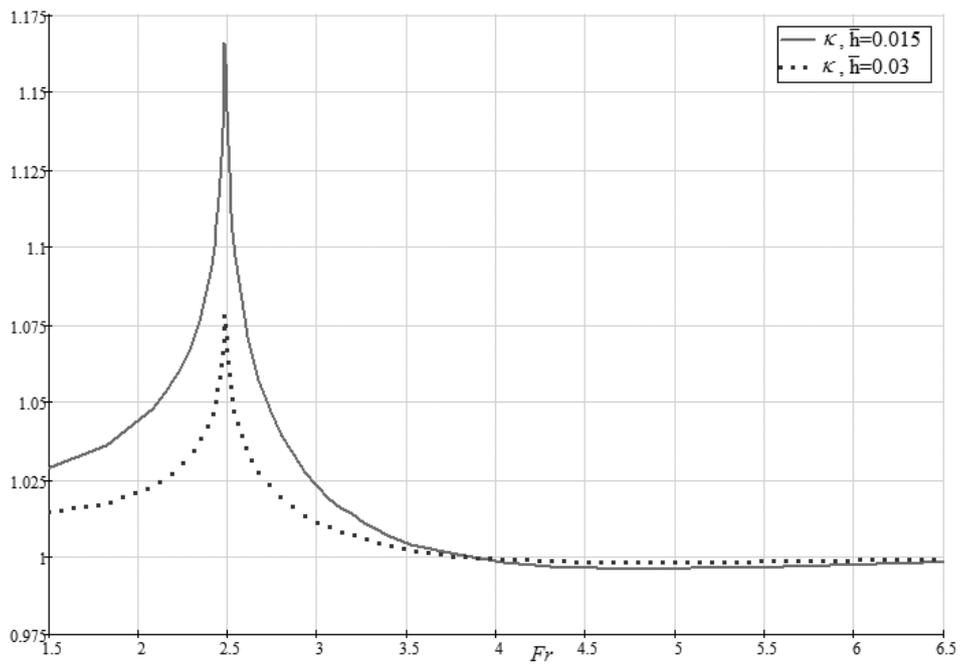


Рис. 1. Зависимость функции κ от числа Фруда

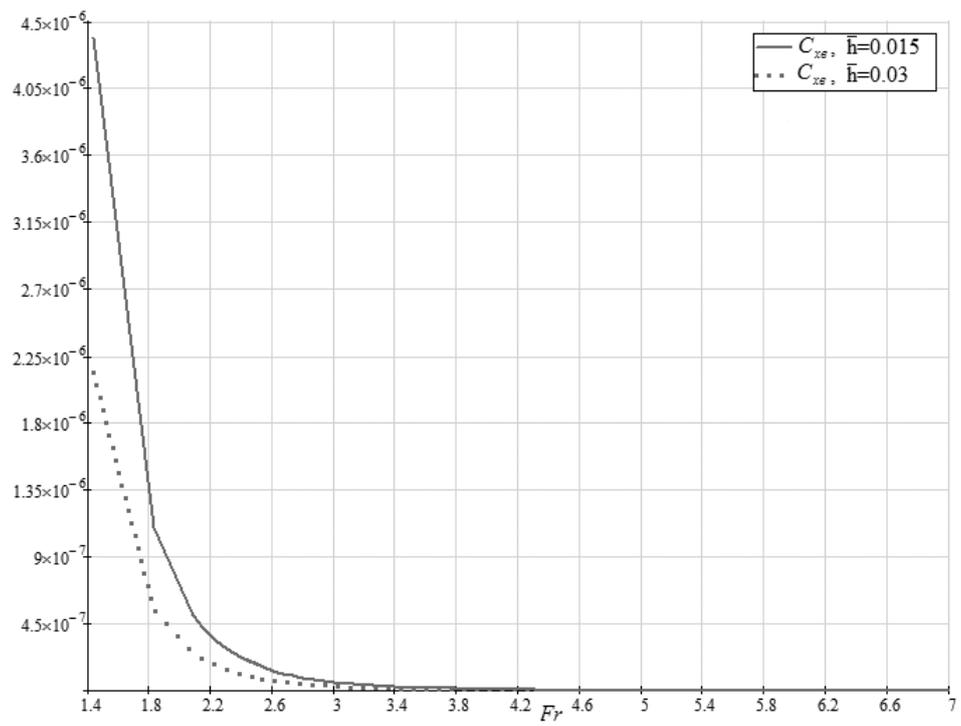


Рис. 2. Зависимость коэффициента волнового сопротивления от числа Фруда

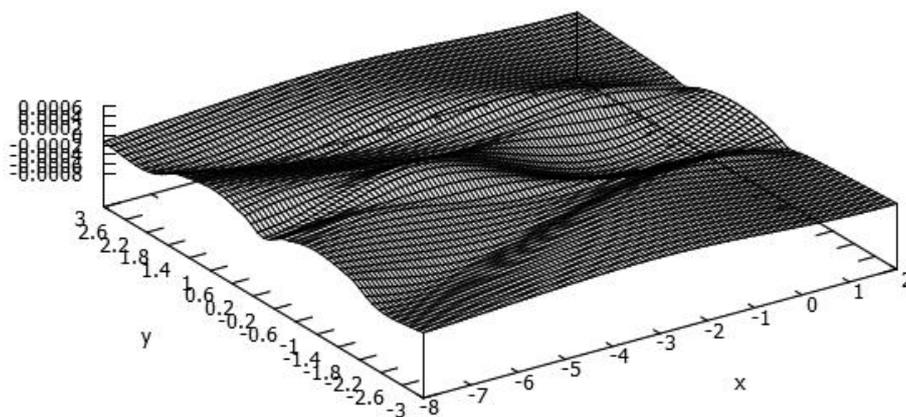


Рис. 3. Рельеф свободной поверхности жидкости под низколетящим крылом, $Fr = 1.43$

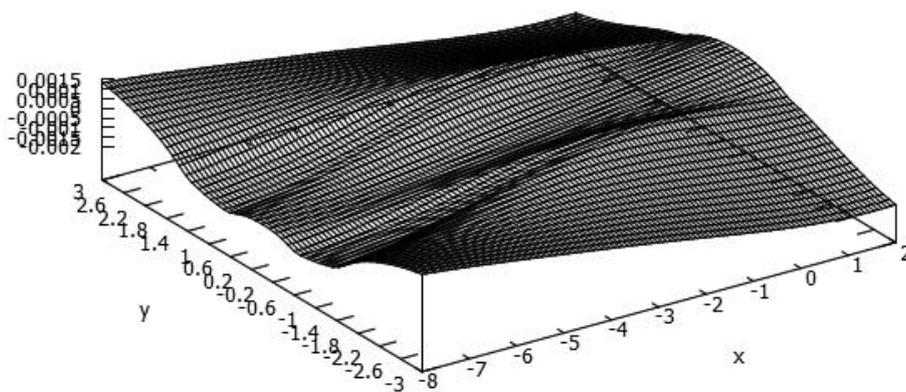


Рис. 4. Рельеф свободной поверхности жидкости под низколетящим крылом, $Fr = 2.48$

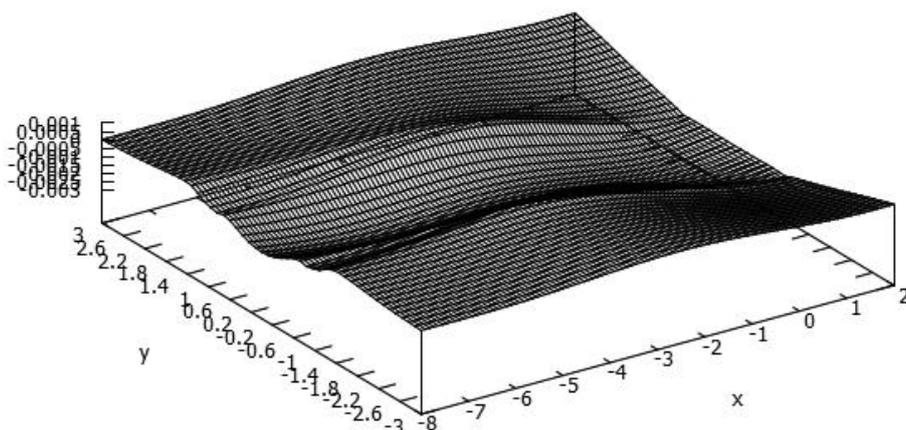


Рис. 5. Рельеф свободной поверхности жидкости под низколетящим крылом, $Fr = 4.04$

Таким образом, квадрупольное вырождение фундаментальных структур оказывается эффективным в задачах о движении несущей поверхности на малой высоте над поверхностью раздела жидкостей с различными плотностями. Выполненные расчёты

выявили особенности влияния числа Фруда на аэродинамические характеристики низколетящего крыла.

Список литературы

1. Басин М.А., Шадрин В.П. Гидроаэродинамика крыла вблизи границы раздела сред. – Л.: Судостроение, 1980. – 304 с.
2. Кочин Н.Е. Собрание сочинений. – М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1949. – 1202 с.
3. Орлов Ю.Ф. Алгоритмы расчета формы свободной поверхности тяжелой жидкости под низколетящим крылом // Асимптотические методы в механике. – Новосибирск: Наука, 1983. С. 92-101.
4. Орлов Ю.Ф. Потенциал ускорений в гидродинамике корабельных волн. – Новосибирск: Наука, 1979. – 214 с.
5. Панченков А.Н. Гидродинамика подводного крыла. – Киев: Наукова думка, 1965. – 552 с.
6. Панченков А.Н. Квадрупольная теория крыла вблизи твердой границы // Асимптотические методы в динамике систем. – Новосибирск: Наука, 1980. – С. 5-116.
7. Панченков А.Н. Линейные задачи гидродинамики крыла над поверхностью раздела жидкостей разных плотностей // Гидродинамика больших скоростей. – Киев: Наук. думка, 1965. – С. 7–20.
8. Соколов В.В. Новое поколение крылатых судов // Судостроение. – 1991. - №1. – С. 3-7.
9. Сретенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. – М.: Наука, 1977. – 816 с.
10. Химич С.А., Орлов Ю.Ф. Движение над границей раздела двух сред крыла конечного размаха // Труды Нижегородского Государственного Технического Университета им. Р.Е. Алексеева. – 2011. - № 3 (90). – С. 196-203.

Рецензенты:

Панченков А.Н., д.т.н., профессор, профессор кафедры Аэро-гидродинамики, прочности машин и сопротивления материалов государственного ОУ Институт Транспортных Систем Нижегородского государственного технического университета имени Р.Е. Алексеева, г.Нижний Новгород;

Катаева Л.Ю., д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры Прикладная математика Нижегородского филиала МИИТ (государственное ОУ), г.Нижний Новгород.