

ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ И РАЗВИТИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Маклаева Э.В.¹

¹ФГАОУ ВО АФ «Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского», Арзамас, Россия (607220, Арзамас, ул. Карла Маркса, 36), e-mail: mak_ela@mail.ru

При исследовании проблемы формирования и развития пространственных представлений обучающихся возникает вопрос о существовании специфики данного понятия в теории и методике обучения математике. В статье сделана попытка анализа содержания понятия пространственных представлений и выявления последовательности их формирования и развития в процессе обучения математике. Пространственные представления, формируемые средствами математики, можно рассматривать как результат визуального мышления, связанного с объектом восприятия, представление о котором формируется. Анализ визуальной деятельности позволил выявить этапы формирования и развития пространственных представлений при обучении геометрии (восприятие и анализ визуальной информации; распознавание стандартов; получение новой (дополнительной) информации (первичный образ); включение формируемого пространственного представления в новые связи (обобщенный образ); оперирование пространственными представлениями в новых условиях, определяемых задачей или развитие пространственных представлений) и определить основные ее виды, лежащие в основе данного процесса.

Ключевые слова: пространственные представления, визуальная деятельность, математика, формирование, развитие, обучаемые

STAGES OF FORMATION AND DEVELOPMENT OF SPATIAL REPRESENTATIONS OF TRAINEES IN THE TEACHING OF MATHEMATICS

Maklaeva E.V.¹

¹Nizhny Novgorod State University. NI Lobachevsky "Arzamas, Russia (607220 Arzamas str. Karl Marx, 36), e-mail: mak_ela@mail.ru

In the study of problems of formation and development of spatial representations of students raises the question of the existence of the specifics of this concept in the theory and methods of teaching mathematics. The article is an attempt to analyze the content of the concept of spatial representations and identify the sequence of their formation and development in the teaching of mathematics. Spatial representations generated by means of mathematics can be regarded as the result of visual thinking associated with the object of perception, the idea of which is formed. The analysis of visual activity allowed to reveal stages of formation and development of spatial representations when training geometry (perception and the analysis of visual information; recognition of standards; obtaining new (additional) information (primary image); inclusion of formed spatial representation in new communications (the generalized image); operating by spatial representations in the new conditions determined by a task or development of spatial representations) and to define its main types which are cornerstone of this process.

Keywords: spatial concepts, visual activities, math, formation, development, trainees

Одной из основных задач образования является формирование активной творческой личности, что, в свою очередь, требует развития мыслительной деятельности, совершенствования практических умений и навыков и т.д. [12, 13, 9]. В ряду этих актуальных проблем важное место занимает проблема формирования и развития пространственных представлений обучающихся. Несмотря на столь большую роль, которую играют пространственные представления, сформированность их у выпускников школ находится на остаточном низком уровне [10, 4].

При исследовании проблемы формирования и развития пространственных представлений обучающихся возникает вопрос о существовании специфики данного понятия

в методике обучения математике. В процессе изучения математики, в частности, геометрии, происходит формирование представлений о геометрических конфигурациях, о взаимном расположении их элементов и отношениях между ними, а затем осуществляется дальнейшее оперирование созданными представлениями в ходе решения задач.

Особенность таких представлений состоит в том, что сами пространственные конфигурации в геометрии являются не объектами реального мира, а мыслительными образами, полученными в результате абстрагирования от этих объектов и содержащими в себе их существенные свойства и признаки. Для формирования таких представлений, уже на первых этапах необходима опора на определенные знания о рассматриваемых геометрических объектах, то есть сразу же начинает работать не только пространственный (создание образа), но и логический (выявление существенных признаков) компонент мышления. Пространственные представления по отношению к мышлению являются исходной базой, условием развития, но и формирование представлений требует предварительного овладения понятиями и фактами. Можно сказать, что процесс формирования пространственных представлений о геометрических объектах проходит на основе знаний о них [7].

Таким образом, содержание пространственных представлений в теории и методике обучения математике следует рассматривать не просто как образ отраженного объекта или явления, оно включает в себя также и знания, доступные обучаемым данного возраста, связанные с этим объектом и извлеченные в процессе его восприятия. Это скорее результат визуального мышления, сочетающего в себе взаимосвязанные пространственный и логический компоненты мышления.

Итак, под пространственным представлением, формируемым в процессе обучения геометрии, будем понимать обобщенный образ геометрического объекта, складывающийся в результате переработки (анализа) информации о нем, поступающей через органы чувств. Другими словами, пространственное представление геометрического объекта является результатом деятельности визуального мышления, связанного с этим объектом.

В исследовании Н.А. Резник [11] рассмотрена структура визуальной деятельности учащихся в процессе изучения математики, но автор не соотносит ее с формированием пространственных представлений школьников. Логика нашего исследования требует рассмотрения основных этапов визуальной деятельности в процессе формирования пространственных представлений обучаемых и выделения основных видов этой деятельности при обучении математике.

Первым шагом на любом этапе познания, в том числе и при формировании представлений, является восприятие, «живое созерцание» определенной визуальной информации, например, чертежа, схемы, модели, рисунка и т.п. Для того чтобы сделать его действенным, необходимо не просто смотреть на предлагаемые для восприятия зрительные образы, а видеть заложенную в них информацию, то есть осуществлять анализ визуальной информации.

Анализ визуальной информации начинается с осознания общей структуры информационного сообщения, заложенного в данном зрительном образе (модели, рисунке, чертеже, схеме и др.) и выделения его элементов. Учебная математическая информация, задаваемая наглядным образом, довольно четко подразделяется на элементы. Например, при изображении пространственных или плоских геометрических конфигураций, в одних случаях к элементам можно отнести сами эти фигуры, в других – выделенные на чертеже их составляющие (высоты, углы, стороны, вершины и др.). Таким образом, происходит расчленение, зрительный анализ информации, в котором важную роль играет опознание отдельных ее фрагментов (*узнавание*), отождествление одинаковых, сходных по форме или по смыслу ее элементов. Система связей выделенных элементов, образующих целое – исходную информацию – будет составлять структуру данной визуальной информации. Осознание структуры исходной визуальной информации заключается в определении связей между ее элементами.

В ходе активного зрительного восприятия визуальной информации обучаемый отождествляет отдельные ее фрагменты с известными ему достаточно простыми объектами и понятиями, которые можно назвать стандартами. Под визуальными стандартами будем понимать такую визуальную интерпретацию математического понятия (свойства), которая наиболее полно и точно отображает его словесное определение. При этом акцент на образ способствует установлению немедленной зрительной ассоциации с абстрактным понятием, которое предшествует словесному описанию.

Распознавание стандартной ситуации, стандарта может происходить как по постановке задачи (применить признак параллельности для построения сечения куба), так и неявно, в процессе выделения знакомого представления в новых условиях (стороны треугольника – отрезки, вершины – точки), уяснения частного вида более общего знакомого понятия (треугольник – равносторонний треугольник).

Таким образом, в посильном для изучения материале обучаемый находит некоторые известные ему объекты, материализованные, например, в виде элементов чертежа, схемы, графика, модели; выделяет их, дифференцирует по степени сходства, определяет известный ему структурный стандарт по отношению ко всей представленной визуальной информации. Получение начальных, явным способом предлагаемых, данных информации приводит к вычленению признаков геометрического объекта, которые являются основой для формирования его первичного образа [8].

Далее обучаемый приступает к уточнению и детализации исходной визуальной информации, сравнивает ее с некоторым обобщенным образом (стандартом, эталоном). Вследствие проделанной работы происходит получение (выявление) новой, дополнительной информации, при этом еще раз уточняются и проверяются знания об объекте, оценивается его отличие от стандарта. Таким образом, в памяти обучаемого происходит окончательное закрепление – образование содержательных образов (пространственных представлений).

Вся деятельность визуального мышления при работе с наглядным материалом направлена на формирование обобщенных пространственных представлений, несущих в себе

определенную содержательную информацию об объекте. Созданные пространственные представления не должны быть чем-то застывшим, их внедрение в учебный процесс предполагает не только последовательное восстановление созданных представлений (*воспроизведение*), но и, при необходимости, их расчленение, сборку отдельных элементов в единое целое – новое образование (*оперирование* образами геометрических объектов и *конструирование* образов новых геометрических конфигураций), включение пространственных представлений в новые связи, что будет способствовать формированию обобщенных пространственных представлений, близких к понятиям.

Развитие сформированных представлений, обогащение их содержания осуществляется в процессе решения задач, требующих оперирования ранее созданными пространственными представлениями, происходит включение пространственных представлений в новые связи, помещение их в новые условия, определяемые условием задачи. В ходе визуального анализа формируется тактика переработки этой информации в соответствии с поставленными задачами, оперирование созданными пространственными представлениями в процессе их решения, происходит мысленное составление плана работы. По своим целям и учебным возможностям этот этап можно отнести к поисковой деятельности [1, 3]. Обучаемый определяет порядок действий, пытается в уме выполнить некоторые из знакомых ему операций, рассмотреть возможные варианты решения задачи, прогнозировать результат. Каждый геометрический образ имеет определенную структуру, позволяющую зрительно выделить и проанализировать его логический «фундамент». Подобная структура есть некоторая визуальная модель информационного сообщения, которую можно использовать в решении поставленной задачи [6].

В процессе решения задач, ориентированных на развитие пространственных представлений, представления приобретают новые формы, направляющие мыслительную деятельность обучаемого так, что из исходных данных он может извлечь ориентиры и подсказки, построить догадку, приводящую к получению правильного ответа. В ходе поиска решения задачи осуществляется порождение новых пространственных представлений, несущих определенную визуально-логическую нагрузку и делающих видимым значение исходного объекта или его свойства. Отправными моментами и точками опоры такого процесса является запас готовых, сформированных у обучаемого пространственных представлений, их элементы и структура, визуально обозримые связи между ними.

Процесс решения таких задач включает: а) перевод текста в визуальную информацию; б) анализ визуальной информации, распознавание стандартов (сформированных ранее пространственных представлений); в) включение их в новые условия, определяемые задачей; г) выявление ориентиров и подсказок, составление мысленного плана решения; д) решение задачи, получение ответа.

Рассмотрим, например, задачу на построение сечения куба плоскостью, проходящей через три заданные точки ($M \in A_1D_1$, $P \in B_1C_1$, $K \in CD$).

а) Перевод текста в визуальную информацию (см. рис. 1):

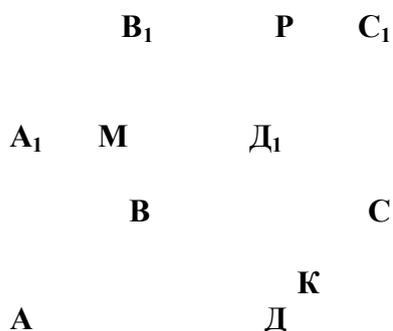


Рис. 1

б) Анализ визуальной информации: выделяются элементы данной структуры (куба) – ребра, грани куба, заданные точки, принадлежащие ребрам. Стандарт – представление о кубе, включающее знания о нем.

в) Включение стандарта в новые связи, определенные задачей: $M \in A_1D_1$, $P \in B_1C_1$, $K \in CD$.

г) Определение подсказок и ориентиров, составление плана решения:

- точки M и P принадлежат плоскости одной грани, следовательно, через них можно провести прямую MP;
- противоположные грани куба параллельны, следовательно, через точку K можно провести прямую KE, параллельную MP;
- E – точка пересечения прямых KE и AD, E и M принадлежат одной грани, следовательно, можно провести прямую ME;
- противоположные грани куба параллельны, следовательно, через точку P можно провести прямую PO, параллельную ME;
- O – точка пересечения прямых PO и C₁D₁, O и K принадлежат одной грани, следовательно, можно провести прямую ОК;
- MPOKE – искомое сечение куба.

д) Задача решается фактически с помощью чертежных инструментов (см. рис. 2).

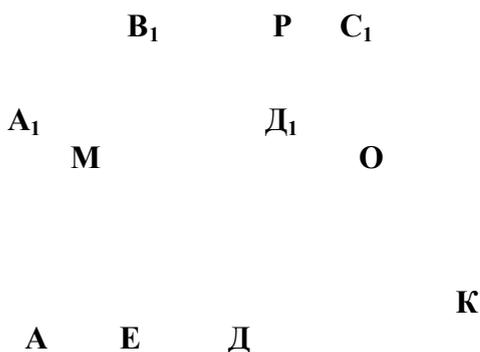


Рис. 2

Обобщая все сказанное выше, можно выделить основные этапы (определить последовательность) формирования и развития пространственных представлений в процессе визуальной деятельности:

1. Восприятие и анализ визуальной информации.
2. Распознавание стандартов.
3. Получение новой (дополнительной) информации (первичный образ).
4. Включение формируемого пространственного представления в новые связи (обобщенный образ).
5. Оперирование пространственными представлениями в новых условиях, определяемых задачей (развитие пространственных представлений) [5].

Итак, пространственные представления, создаваемые в процессе обучения геометрии, рассматриваются нами как результат визуального мышления, связанного с объектом восприятия, представление о котором формируется. Анализ визуальной деятельности позволил выявить этапы формирования и развития пространственных представлений при обучении математике и определить основные ее виды, лежащие в основе данного процесса: узнавание, воспроизведение, оперирование пространственными представлениями, конструирование новых пространственных представлений.

Список литературы

1. Артюхина М.С., Артюхин О.И. Теоретико-методические основы проведения интерактивных лекций // *Фундаментальные исследования*. – 2013. - №11 (часть 2). – С. 304- 308.
2. Артюхин О.И. Формирование специфических профессиональных компетенций будущего учителя сельской школы // *Современные проблемы науки и образования*. – 2012. - № 5.
3. Артюхина М.С. Интерактивные технологии в контексте современной гуманитарно-ориентированной системы образования // *В мире научных открытий*. – 2014. - №3(54). –С. 38-49.
4. Василенко А.В. Психолого-педагогические условия развития пространственного мышления учащихся // *Наука и школа*. – 2013. - № 4. –С. 69-72.
5. Маклаева Э.В. Подготовка учителя в педвузе к формированию пространственных представлений младших школьников в процессе обучения математике: Диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук. – Арзамас, 2000. – 185 с.
6. Маклаева Э.В. Реализация развивающей функции обучения математике в начальной школе // *«Нижегородское образование»* – 2011. - № 4. – С. 116-120.
7. Маклаева Э.В. Структура деятельности формирования пространственных представлений в процессе обучения математике // *Школа будущего*. – 2012 - №1. – С. 23-29.

8. Маклаева Э.В., Федорова С.В. Технология создания банка тестовых заданий для студентов педагогических вузов // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 6. – С. 272.
9. Помелова М.С. Построение индивидуально-ориентированного обучения средствами интерактивных технологий // Мир науки, культуры, образования. – 2013. - №2 (39). – С. 125-127.
10. Санина Е.И., Гришина О.А. Развитие пространственного мышления в процессе обучения стереометрии // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Психология и педагогика. – 2013. - № 4. – С. 99-102.
11. Резник Н.А. Методические основы обучения математике в средней школе с использованием средств развития визуального мышления: автореф. дисс. ... докт. пед. наук. – М., 1997. – 32 с.
12. Фролов И.В., Артюхин О.И. Дидактическая система формирования специфических профессиональных компетенций будущего учителя физики сельской школы // Фундаментальные исследования. – 2013. - № 11 (часть 4). – С. 783-787.
13. Фролов И.В. Сельская школа с профильным обучением на основе уровневой дифференциации // Наука и школа. – 2005. - № 2. – С. 56.

Рецензенты:

Фролов И.В., д.п.н., профессор, заведующий кафедрой физики, теории и методики обучения физике Арзамасского филиала «Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского», г. Арзамас;

Санина Е.И., д.п.н., профессор кафедры общих математических и естественнонаучных дисциплин ГБОУ ВПО МО «Академия социального управления», г. Москва.