

## САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ КАК СРЕДСТВО ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ

**Федорова С.В.**

*ФГБОУ ВПО АФ «Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского», Арзамас, Россия (607220, Арзамас, ул. Карла Маркса, 36), e-mail: sveta\_fedorov@mail.ru*

На современном этапе развития школьного математического образования приоритетными становятся развивающие цели обучения математике. Их реализация в значительной мере зависит от конкретных методов обучения, направленных главным образом на расширение познавательной активности, самостоятельности школьников. Одним из основных методов, способствующих развитию мыслительной деятельности учащихся, математических способностей, формированию творческого начала и интереса к учению, по праву считается эвристический метод обучения. В статье рассмотрены возможности организации эвристической деятельности учащихся в ходе дифференцированной самостоятельной работы по математике. Особенность дифференцированных самостоятельных работ, содержащих задания эвристического характера, заключается в том, что познание математических фактов или закономерностей сопровождается высокой умственной активностью детей, напряжением интеллектуальных сил, что в свою очередь стимулирует учебную деятельность, способствует более глубокому проникновению в сущность изучаемых закономерностей и прочному запоминанию учебного материала. Приведен пример дифференцированной самостоятельной работы «Свойства логарифмов».

Ключевые слова: эвристический метод, самостоятельная работа, дифференциация, познавательная деятельность, математика.

## INDEPENDENT WORK ON MATHEMATICS AS A MEANS OF DIFFERENTIATION INFORMATIVE ACTIVITY OF SCHOOLBOYS

**Fedorova S.V.**

*Arzamas branch of the Nizhny Novgorod state university, Arzamas, Russia (607220, Arzamas, Charles Marx St., 36), e-mail: sveta\_fedorov@mail.ru.*

At the present stage of development of school mathematics education are priority-governmental educational goals of teaching mathematics. Their implementation to a large extent depends on the specific teaching methods aimed primarily a way for the expansion of educational activity, independence schoolchildren. One of the key practices that promote mental activity of students, mathematical skills, the formation of creativity and interests to the teaching self is considered to be a heuristic method of teaching. The article discusses the possibility of organizing heuristic activity of students in differential self-centered work in mathematics. Feature of the differentiated independent works containing tasks of heuristic character, is that the knowledge of the mathematical facts or regularities is accompanied by high intellectual activity of children, tension of intellectual forces that in turn stimulates educational activity, promotes deeper penetration into essence of studied regularities, and strong storing of a training material. The example, the differentiated independent work of "Property of logarithms" is given.

Keywords: heuristic, independent work, differentiation, cognitive activity, mathematics.

Современная система школьного математического образования постоянно изменяется как в содержании, так и в формах и в методах преподавания. В основу нового федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования положен системно-деятельностный подход, который обеспечивает формирование готовности к саморазвитию и непрерывному образованию; проектирование и конструирование развивающей образовательной среды для обучающихся; активную учебно-познавательную деятельность обучающихся; построение образовательного процесса с учётом индивидуальных возрастных, психологических и физиологических особенностей обучающихся [1, 7, 8]. В связи с

этим актуальной является проблема разработки таких средств обучения и методик их использования, которые, во-первых, способствовали бы формированию и развитию познавательной активности и самостоятельности школьников, во-вторых, позволяли бы учитывать индивидуальные особенности обучаемых в процессе изучения математики.

В настоящее время в теории и методике преподавания математики накоплен богатый опыт организации конструктивной, созидательной деятельности учащихся. Вместе с тем, в школьной практике, к сожалению, до сих пор нередко ученик находится в положении объекта передаваемой ему извне информации [2, 5]. Изучение нового материала зачастую ограничивается объяснением этого материала учителем с последующим заучиванием детьми правил, теорем, определений понятий. Результатом такого подхода является формализм в знаниях учащихся, недостаток или отсутствие исследовательских умений, низкий уровень творческого мышления.

С целью устранения этой проблемы многие творчески работающие учителя используют в ходе изучения нового материала эвристический метод обучения. Посредством постановки ряда последовательных вопросов и заданий, они вовлекают школьников в процесс «открытия» различных математических фактов, что, безусловно, способствует активизации познавательной мыслительной деятельности обучаемых [3]. В то же время эвристическая беседа подразумевает использование фронтальной формы организации учебной работы, при которой учитель объективно не в состоянии обеспечить одинаковую активность всех учеников класса, проследить за ходом мысли каждого отдельного ученика.

Эффективной формой обучения, позволяющей организовать эвристическую деятельность учащихся в процессе изучения нового материала и при этом избежать указанного недостатка, является, на наш взгляд, дифференцированная самостоятельная работа [6]. Во-первых, такая работа способствует активизации познавательной деятельности каждого учащегося, так как она носит индивидуальный характер и ни один ученик не сможет воспользоваться результатами и выводами своих товарищей [4]. Во-вторых, варьирование числа заданий и использование различных форм их предъявления для разных типологических групп школьников позволяют учитывать индивидуальные особенности обучаемых в процессе организации самостоятельной работы. И, наконец, в-третьих, учитель получает возможность следить за ходом усвоения новой информации каждым учащимся и оказывать необходимую помощь в случае возникновения тех или иных затруднений в выполнении заданий самостоятельной работы.

Проиллюстрируем сказанное на примере дифференцированной самостоятельной работы, которая может быть организована при изучении темы «Свойства логарифмов».

### ВАРИАНТ 1.

Задание 1. Вычислите:

$$\log_2 8 + \log_2 16 = \square$$

$$\log_2(8 \cdot 16) = \square$$

$$\log_3 \frac{1}{9} + \log_3 \frac{1}{27} = \square$$

$$\log_3\left(\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{27}\right) = \square$$

Сравните результаты, полученные в левом и правом столбце. Какую закономерность вы обнаружили?

Сформулируйте гипотезу:

[1]  $\log_a b + \log_a c = \log_a \square$ , где  $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$ .

Проверьте ее справедливость при  $a = 4, b = 16, c = \frac{1}{4}$ .

Задание 2. По основному логарифмическому тождеству  $a^{\log_a b} = b, a^{\log_a c} = c$ . Найдите произведение левых и правых частей этих равенств.

Указание. Используйте свойство степени  $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ .

Запишите полученные результаты:

Левая часть:  $a^{\log_a b} \cdot a^{\log_a c} = \square$ , правая часть:  $\square$ . Какое равенство у вас получилось?

Заполните пропуски: [2]  $a \square = b \cdot \square$ .

Подумайте, как из равенства [2] получить равенство [1].

Указание. Воспользуйтесь определением логарифма.

Итак, вы доказали первое свойство логарифмов:

$\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$ , где  $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$ .

Приведите свой пример, иллюстрирующий это свойство:

$a = \square, b = \square, c = \square$ . Тогда  $\log_{\square} \square + \log_{\square} \square = \log_{\square} \square$ .

□

Задание 3. Вычислите:

$$\log_3 81 - \log_3 9 = \square$$

$$\log_3(81:9) = \square$$

$$\log_2 16 - \log_2 \frac{1}{4} = \square$$

$$\log_2\left(16: \frac{1}{4}\right) = \square$$

Сравните результаты, полученные в левом и правом столбце. Сформулируйте второе свойство логарифмов:

$\log_a b - \log_a c = \log_a \square$ , где  $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$ .

Проверьте его справедливость при  $a = \frac{1}{5}, b = 125, c = 25$ .

Задание 4. Заполните пропуски в доказательстве второго свойства логарифмов.

По основному логарифмическому тождеству \_\_\_\_, \_\_\_\_. Найдем частное \_\_\_\_. В результате получим равенство \_\_\_\_. Тогда по определению логарифма получим \_\_\_\_\_.

Итак, вы доказали второе свойство логарифмов:

$$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}, \text{ где } a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0.$$

Проверьте его справедливость при  $a = \frac{1}{5}$ ,

$$b = 125, c = 25.$$

Приведите свой пример, иллюстрирующий это свойство:

$$a = \square, b = \square, c = \square. \text{ Тогда } \log_{\square} \square - \log_{\square} \square = \log_{\square} \square. \quad \square$$

Задание 5. Вычислите:

$$2 \log_4 16 = \square \qquad \log_4 (16^2) = \square$$

$$\frac{1}{2} \log_5 25 = \square \qquad \log_5 \sqrt{25} = \square$$

Какое предположение можно сделать? Сформулируйте третье свойство логарифмов:

$$\log_a b^p = p \cdot \log_a b, \text{ где } a > \square, a \neq \square, b > \square, c > \square.$$

Проверьте его справедливость при  $a = 2, b = 8, p = \frac{1}{3}$ .

Задание 6. По основному логарифмическому тождеству  $a^{\log_a b} = b$ . Возведите левую и правую части этого равенства в степень с показателем  $p$ :

$$(a^{\log_a b})^p = b^p \text{ или по свойству степени } a^{p \cdot \log_a b} = b^p. \text{ Тогда по определению логарифма получится } \log_a b^p = \square.$$

Итак, вы доказали третье свойство логарифмов:

$$\log_a b^p = p \cdot \log_a b, \text{ где } a > 0, a \neq 1, b > 0, p - \text{любое действительное число.}$$

Приведите свой пример, иллюстрирующий это свойство.

### ВАРИАНТ 2.

Задание 1. Вычислите:

$$\log_2 8 + \log_2 16 = \square \qquad \log_3 \left( \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{27} \right) = \square$$

$$\log_3 81 - \log_3 9 = \square \qquad \log_{0,1} \frac{100}{10} = \square$$

$$\log_3 \frac{1}{9} + \log_3 \frac{1}{27} = \square \qquad \log_3 (81 : 9) = \square$$

$$\log_{0,1} 100 - \log_{0,1} 10 = \square \qquad \log_2 (8 \cdot 16) = \square$$

Сравните результаты, полученные в левом и правом столбце. Какую закономерность вы обнаружили? Сформулируйте гипотезу:

$$[1] \log_a b + \log_a c = \log_a \square, [2] \log_a b - \log_a c = \log_a \square, \text{ где } a > \square, a \neq \square, b > \square, c > \square.$$

Проверьте ее справедливость при  $a = 3, b = 27, c = \frac{1}{3}$ .

Задание 2. Докажите полученные свойства логарифмов.

Указание. По основному логарифмическому тождеству  $a^{\log_a b} = b, a^{\log_a c} = c$ . Для доказательства первого свойства нужно найти произведение этих равенств, для доказательства второго свойства, соответственно, их \_\_\_\_\_.

Какие равенства у вас получились? Заполните пропуски:

$$a^{\square} = b \cdot \square [3], \square^{\log_a b - \log_a c} = \square / \square [4].$$

Подумайте, как из равенств [3] и [4] получить равенства [1] и [2].

Указание. Воспользуйтесь определением логарифма.

Итак, вы доказали первое и второе свойства логарифмов:

$$\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c), \quad \log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c},$$

где  $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$ .

Приведите свои примеры, иллюстрирующие эти свойства:

$$a = \square, b = \square, c = \square. \text{ Тогда } \log_{\square} \square + \log_{\square} \square = \log_{\square} \square.$$

$$\square^{\square} = \square$$

$$a = \square, b = \square, c = \square. \text{ Тогда } \log_{\square} \square - \log_{\square} \square = \log_{\square} \square.$$

$$\square^{\square} = \square$$

Задание 3. Вычислите:

$$2 \log_4 16 = \square$$

$$\log_4 (16^2) = \square$$

$$\frac{1}{2} \log_5 25 = \square$$

$$\log_5 \sqrt{25} = \square$$

Какое предположение можно сделать? Сформулируйте третье свойство логарифмов:

$$\log_a b^p = p \cdot \log_a \square, \text{ где } a > \square, a \neq \square, b > \square, c > \square.$$

Проверьте его справедливость при  $a = 2, b = 8, p = \frac{1}{3}$ .

Задание 4. Докажите третье свойство логарифмов.

Указание. По основному логарифмическому тождеству  $a^{\log_a b} = b$ . Возведите левую и правую части этого равенства в степень с показателем  $p$  и воспользуйтесь определением логарифма.

Итак, вы доказали третье свойство логарифмов:

$$\log_a b^p = p \cdot \log_a b, \text{ где}$$

$$a > 0, a \neq 1, b > 0, p - \text{любое действительное число.}$$

Приведите свой пример, иллюстрирующий это свойство.

### ВАРИАНТ 3.

Задание 1. Вычислите:

$$\log_3 \frac{1}{9} + \log_3 \frac{1}{27} = \square \qquad \log_3(81:9) = \square$$

$$\log_3 81 - \log_3 9 = \square \qquad \log_3\left(\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{27}\right) = \square$$

$$2\log_4 16 = \square \qquad \log_4(16^2) = \square$$

Сравните результаты, полученные в левом и правом столбце. Какую закономерность вы обнаружили? Сформулируйте гипотезу:

$$[1] \log_a b + \log_a c = \log_a \square, \quad [2] \log_a b - \log_a c = \log_a \square,$$

$$[3] \log_a b^p = p \cdot \log_a \square, \text{ где } a > \square, a \neq \square, b > \square, c > \square, \qquad \square$$

$p \in \mathbb{R}$ .

Задание 2. Докажите полученные свойства логарифмов.

Указание. Воспользуйтесь основным логарифмическим тождеством, свойствами степени и определением логарифма.

Проверьте правильность выполненных доказательств свойств логарифмов по учебнику.

Организуя самостоятельную эвристическую деятельность учащихся на этапе непосредственного получения информации, необходимо учитывать в первую очередь такие качества мышления обучаемых, как способность к восприятию информации, ее осмыслению и запоминанию, уровень сформированности общеучебных умений, таких как умение наблюдать, сравнивать, анализировать и т.п. Поэтому в качестве основного параметра, определяющего дифференциацию самостоятельных работ на данном этапе, целесообразно выбрать уровень эвристичности познавательной деятельности. В зависимости от этого уровня меняется характер познавательной деятельности школьников, который должен быть отражен в том или ином варианте самостоятельной работы.

В случае, когда уровень эвристичности познавательной деятельности достаточно низок, учащимся может быть предложен первый вариант самостоятельной работы. В процессе его выполнения ученики получают новую информацию преимущественно в готовом виде. Познавательная деятельность обучаемых при выполнении таких заданий осуществляется главным образом на репродуктивном уровне. Второй вариант самостоятельной работы, соответ-

ствующий среднему уровню эвристичности познавательной деятельности, предполагает расширение доли поисковой деятельности ученика при получении новой информации. Наконец, третий вариант самостоятельной работы, соответствующий высокому уровню эвристичности познавательной деятельности, предполагает получение новой информации преимущественно в процессе поиска.

Ценность дифференцированных самостоятельных работ, содержащих задания эвристического характера, заключается в том, что познание математических фактов или закономерностей сопровождается высокой умственной активностью детей, напряжением интеллектуальных сил. А это стимулирует учебную деятельность, способствует более глубокому проникновению в сущность изучаемых закономерностей, более прочному запоминанию учебного материала.

### Список литературы

1. Артюхин О.И. Формирование специфических профессиональных компетенций будущего учителя сельской школы // Современные проблемы науки и образования. – 2012. - № 5.
2. Артюхина М.С. Интерактивные технологии в контексте современной гуманитарно-ориентированной системы образования // В мире научных открытий. – 2014. - №3(54). – С. 38-49.
3. Федорова С.В. Пакет дифференцированных самостоятельных работ как средство совершенствования обучения алгебре в средней школе: Диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук. – Арзамас, 2004 – 152 с.
4. Маклаева Э.В., Федорова С.В. Технология создания банка тестовых заданий для студентов педагогических вузов // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 6. – С .272. 5. 3.
5. Помелова М.С. Конструирование содержания учебного материала предметов естественнонаучного цикла с применением современных информационных технологий // Вестник МГОУ. Серия «Педагогика». – 2011. - №3. – М.: Изд-во МГОУ. – С. 100-103.
6. Санина Е.И., Митрохина С.В. Организация самостоятельной работы студентов в контексте коммуникативных технологий обучения // Вестник Университета Российской академии образования. – 2008. - № 2. – С. 98-101.
7. Фролов И.В. Один из организационно-педагогических аспектов организации профильного физического образования в сельской школе на основе уровневой дифференциации // Наука и школа. – 2006. - № 5. – С. 54-55.

8. Фролов И.В., Артюхин О.И. Дидактическая система формирования специфических профессиональных компетенций будущего учителя физики сельской школы // *Фундаментальные исследования*. – 2013. - № 11 (часть 4). – С. 783-787.

**Рецензенты:**

Фролов И.В., д.п.н., профессор, заведующий кафедрой физики, теории и методики обучения физике Арзамасского филиала «Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского», г. Арзамас;

Санина Е.И., д.п.н., профессор кафедры общих математических и естественнонаучных дисциплин ГБОУ ВПО МО «Академия социального управления», г. Москва.