УДК 111:119 + 372.8:378

К ВОПРОСУ ОБ ОНТОЛОГИЧЕСКИХ ОСНОВАНИЯХ СОВРЕМЕННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПЕДАГОГИКИ

Букин Д.Н.

ГОУ ВПО «Волгоградский государственный университет», Волгоград, Россия (400062, Волгоград, просп. Университетский, 100), e-mail: hetfieldukin@mail.ru

Главными философскими проблемами современного математического образования являются проблема предмета математики и проблема математической дефиниции. Их решение невозможно без признания онтологической укорененности и категориальной оформленности мышления учащегося. Прежде всего, это касается категориальной интуиции дискретного и бесконечного количества в постижении арифметики, а также качества, пространства, непрерывности и т.д. в изучении геометрии. В разработке современных математических дисциплин также следует учитывать тот факт, что модальность математического мышления определяется преимущественно категориями необходимого и возможного. Полноценное, глубокое изучение математики в таком случае должно опираться, с одной стороны, на развитие у учащихся умения рассуждать и доказывать и, с другой стороны, на развитие представлений о мире возможного, вероятного, прогнозируемого.

Ключевые слова: предмет математики, математическая дефиниция, онтологическая категория, математический объект, количество, пространство, необходимое, возможное.

TO THE QUESTION OF THE ONTOLOGICAL BASES OF MODERN MATHEMATICAL PEDAGOGICS

Bukin D.N.

Volgograd State University, Volgograd, Russia (400062, Volgograd, Universitetsky Prospect, 100), e-mail: hetfieldukin@mail.ru

The main philosophical problems of modern mathematical education are the problem of a subject of mathematics and a problem of a mathematical definition. Their decision is impossible without recognition of an ontological conditionality and categorical structure of pupil thinking. First of all, it concerns categorical intuition of a discrete and infinite quantity in arithmetics comprehension, and also quality, space, continuity, etc. in geometry studying. In development of modern mathematical disciplines also it is necessary to consider that the modality of mathematical thinking is defined mainly by categories “necessary” and “possible”. Full and deep studying of mathematics in that case has to rely, on the one hand, on development in pupils of ability to argue and prove, and, on the other hand, on development of representation of possible, probable, predicted in the world.

Keywords: mathematics subject, mathematical definition, ontological category, mathematical object, quantity, space, necessary, possible.

Прежде чем начать наше изложение, отметим, что оно не будет содержать описания каких-либо завершенных методик, а также не будет напрямую связано с возрастными, статусными, географическими, языковыми и другими проблемами современного образования – все эти вопросы традиционно изучаются представителями педагогических наук, в методологию которых чаще всего не входит философский анализ и рефлексия над основаниями самого преподавания. Мы выделили три направления, философская разработка которых поможет, на наш взгляд, глубже понять проблему оснований современного математического образования и наметить пути его совершенствования.

Первое из них связано с убеждением о том, что, в конечном счете, предметом математики являются не понятия, идеальные объекты высокой степени общности и т.п., а определенные стороны, аспекты самой объективной действительности. Непосредственный предмет математики формируют не *математические объекты* – абстрактные конструкции и системы понятий, являющиеся результатом постижения определенных форм и отношений объективной реальности, а *объекты математики* – фрагменты самой реальности, предстающие познающему сознанию в виде этих форм, отношений, законов и т.п.

На наш взгляд, принятие противоположной точки зрения может иметь серьезные последствия для учебного процесса, в особенности, если речь идет об учащихся старших классов и вузов. Другими словами, обучение математике начинается со знакомства с ее специфическими понятиями, методами и т.д., но совершенно не объясняется *что* именно познается с их помощью. В этом случае учебное пособие оказывается превосходным проводником в мир расчетов и приложений, но не дает субъекту познания широты восприятия реальности мира таким, каков он есть. Примечательно, что корни этой проблемы уходят еще в начальную школу. Так, В.С. Овчинникова критически оценивает позицию современных учителей, выявленную в ходе одного из опросов. Выяснилось, что многие работники среднего образования полагают, что результатом обучения математике в начальной школе должно стать приобретение вычислительных навыков, умение решать уравнение с одной неизвестной, знание простейших геометрических фигур, арифметических действий и числовых выражений. В.С. Овчинникова отмечает по этому поводу: «Основная цель изучения математики в начальной школе – это зарождение системы математических понятий, планомерное и систематическое построение которой обусловливает главный результат обучения, а именно, развитие видов, форм и свойств мышления и других познавательных процессов. Цели же, называемые учителями, носят промежуточный, вспомогательный характер» [5, С. 48]. Неудивительно поэтому, что в последующем у многих учащихся понимание тех основных понятий, которые должны были быть сформированы к 3–4 классам, снова и снова вызывает затруднение – их *системное* изложение попросту не проводилось, да и не могло быть проведено, хотя бы потому, что не проблематизировались границы этой системы, за которыми простирается реальный мир, на рациональном уровне данный нам посредством онтологических категорий (ребенку при этом даже не обязательно знать слова, их именующие – незнание слова «пространство», например, не мешает ему спрашивать «где?» и отвечать «там»).

Что касается высшей школы, то здесь вообще складывается парадоксальная ситуация: казалось бы, студентам математических и естественнонаучных специальностей такой «широкий взгляд» необходим в первую очередь, поскольку интенсивно развивающийся мир непременно потребует от них гибкости ума, умения выйти за рамки типовых задач, примеров и т.п. Вместе с тем довольно часто в безупречных в методическом плане и широко распространенных курсах лекций, предназначенных для будущих инженеров, в предисловии мы не находим определения математики или описания ее предмета, но авторы при этом выражают надежду на то, «что данное пособие будет способствовать более глубокому изучению студентами курса высшей математики» [6, С. 9]. Что касается студентов математических факультетов, то здесь случай еще более сложный – вместо одного предмета типа «Высшая математика» в их учебных планах закреплено два-три десятка базовых и специальных математических дисциплин («Дифференциальные уравнения», «Дискретная математика», «Теория вероятностей» и т.д.), пособия по которым и не предполагают никакого описания предмета и целей «общей» математики.

В учебниках по математике для студентов *гуманитарных* специальностей чаще всего наблюдается обратная картина: в самом начале книги разъясняется, что такое математика (или какой-нибудь ее конкретный раздел), как она возникла, почему она необходима современному человеку и обществу и т.п. В этом отношении показателен пример учебного пособия М.В. Воронова и Г.П. Мещеряковой «Математика для студентов гуманитарных факультетов», в котором авторы в предисловии описывают цели и задачи дисциплины, структуру курса, компетенции будущих специалистов, дают разбивку курса по часам, объясняют, как пользоваться учебником и т.д., и уже во введении не просто дают определение математики, но и демонстрируют ее связь с объективной реальностью: «Математика – наука о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира. При этом в круг изучаемых математикой отношений входят отношения между элементами произвольной природы и все разнообразные формы пространств. Количественные отношения, в отличие от качественных, характеризуются своим безразличием к конкретной природе тех объектов, которые их связывают. Именно поэтому они могут быть совершенно отделены от их содержания как от чего-то безразличного для них… Таким образом, количественные отношения есть чистые отношения, сохраняющие от конкретной действительности, от которой они отвлечены, только то, что предусмотрено по их определению» [2, С. 7]. Думается, что данный подход к изложению курса математики в значительно большей мере будет способствовать его глубокому изучению студентами. При этом под студентами здесь должны пониматься учащиеся не только гуманитарных вузов и факультетов, но и будущие инженеры, «естественники», математики и т.д., поскольку математическое образование – это не только трансляция определенного рода знаний, но и расширение навыков *мышления*, своеобразными границами которого в понятийном отношении являются всеобщие философские категории.

Второй проблемой современного математического образования, являющейся закономерным продолжением проблемы предмета математики, является проблема *математической дефиниции*. Е.Е. Алексеева справедливо отмечает: «Каждый предмет, а особенно математика, оперирующая сугубо формальными, в высшей степени абстрактными категориями, имеет много тонких понятий. Методические просчеты и неувязки этих тонких понятий зачастую уничтожают интерес к учебе и веру в собственные силы» [1, С. 80]. С нашей точки зрения, глубокую, онтологическую суть этой проблемы также невозможно раскрыть без обращения к языку фундаментальных философских понятий. Поясним это.

Как известно, практически все исходные арифметические и геометрические понятия *в принципе* не могут быть определены классическим, родово-видовым способом. Эту ситуацию Н.И. Жуков комментирует следующим образом: «Не существует более широких фундаментальных категорий математического характера. По этой причине определения точки, прямой и других исходных понятий даны Евклидом, например, на интуитивном уровне и при дальнейшем доказательстве теорем фактически не использовались. (Геометрическая точка, по Евклиду, это то, что не имеет частей; у линии нет толщины, она является следом движущейся точки; плоскость – результат движения прямой линии и т.д.). Впрочем, и значительно позже многие ученые вынуждены были давать определение исходных математических понятий на интуитивном уровне» [3, С. 14-15]. Отметим, что автор не отрицает существование более широких, *фундаментальных* категорий – далее он приходит к следующему выводу: «Объекты действительности представляют собой единство дискретного и непрерывного (недизъюнктивность), что касается, естественно, и их количественной определенности. Если в натуральном числе фиксируется *дискретность*… то в понятии фигуры – *непрерывность*…» [3, С. 15]. Примечательно, что именно понятия дискретного (прерывного) и непрерывного интуитивно более доступны обучающемуся, чем, скажем, понятие бесконечного, которое они зачастую «подменяют». Этим, в частности, объясняется легкость, с которой школьник преодолевает потенциальную бесконечность натурального ряда (1, 2, 3, 4, 5, … – после необходимого числа перечисленных дискретных членов последовательности ее продолжение в бесконечности, по сути, заменяют точки «…») или прямой (рисуя ее, он на самом деле изображает отрезок, а не всю бесконечную в оба конца линию).

Таким образом, подходя к проблеме объяснения учащемуся сути понятий «число», «фигура», «тело», «линия» и т.д. современный педагог не должен забывать об их важнейшей онтологической функции прояснения всеобщей категории *количества*. И если в случае с первым понятием такой категориальный «базис» выглядит вполне естественным, то для второго не менее значительную роль также играет парная категория *качества* (очевидно, что, несмотря на фиксацию количественных признаков у известных нам со школы планиметрических и стереометрических фигур – *тре*угольника, *квадра*та и т.д., – одних этих свойств было бы явно недостаточно для проведения полного различения фигур между собой).

Отдельного внимания в практике преподавания математики требует разъяснение сути такого фундаментального понятия, как *множество*. В связи с трудностями в его определении выдающиеся математики называли его трудно определимым (П.С. Александров), первоначальным (Н.Н. Лузин), существующим в Боге (Г. Кантор) и т.д. Неудивительно, что чаще всего знакомство с теорией множеств и ее объектами (мощность, континуум, актуальная бесконечность и т.п.) попросту не предусмотрено школьной программой. Рассмотрим традиционное нестрогое определение: «В математике нет более общего понятия, чем множество. Оно первоначально, его невозможно определить через другие понятия… Вместе с тем здесь имеется три важных момента. Объекты, входящие во множество, *определенные*. Это означает, что для каждого объекта можно однозначно сказать, принадлежит он данному множеству или нет. Объекты, входящие во множество, *различимы между собой*. Следовательно, во множестве не может быть двух или более одинаковых объектов. Все объекты, входящие во множество, мыслятся как *единое целое*. Этим подчеркивается, что все объекты рассматриваются в совокупности, а от свойств отдельных объектов абстрагируются» [2, С. 23]. Как видно, все эти моменты онтологически определяются содержанием категорий качества, тождества, различия, целого, части и т.д.

На рассмотрение **третьей** важной проблемы современного математического образования нас натолкнула мысль о том, что структура математического мышления определяется не только онтологическими категориями пространства, качества, количества и т.п. – важное место в категориальном структурировании математического мышления занимают онтические модальности действительного, необходимого и возможного. В этом отношении нашу озабоченность вызывает обстоятельство, очень точно описанное Д.Я. Стройком: «Большая часть математики, которой мы обучаем современных инженеров и техников, все еще строится по принципу “делай то-то и делай так-то”, без большого стремления к строгости доказательств. Алгебру во многих средних школах все еще изучают не как дедуктивную науку, а скорее как набор правил» [7, С. 45]. Но тогда получается, что обучающийся постигает не математику, а всего лишь *ее приложения* – от элементарного счета и деления «столбиком» в школе до инженерных справочников, содержащих готовые, не требующие осмысления результаты. Это значит, что в скором времени мы не сможем рассчитывать не только на развитие математического мышления у учащихся, но и на реализацию традиционных мировоззренческой и воспитательной функций школьной и вузовской математики.

С нашей точки зрения, развитие у учащегося аподиктического мышления является необходимым компонентом полноценной трансляции математического знания не только на методическом, но и на мировоззренческом уровне. Не в последнюю очередь это касается и студентов-гуманитариев. В этой связи мы поддерживаем позицию Кузичевой З.А. и Кузичева А.С.: «В последние десятилетия алгоритмическая компонента становится доминирующей, сменяя стиль, кульминацией которого можно считать стиль математических трактатов Н. Бурбаки… По мнению тех, кто преподает математику студентам нематематических специальностей, именно в обучении умению *доказывать*, т.е. упорядочивать определенным образом свои мысли, и есть основная функция преподавания математики студентам гуманитарных специальностей, в полезности которой не могли отказать ей и самые яростные ее противники. Жаль, что именно эта функция все больше вымывается из школьных и университетских программ, заменяясь все больше алгоритмичностью» [4, С. 390].

Не менее важным аспектом современной математической педагогики следует признать развитие у обучающегося представлений о мире *возможного*. При этом необходимость в таком развитии вероятностного мышления вызвана не только усложнением мировых (социальных и природных) процессов, управление которыми требует все более точных и информативных прогнозов – «на карту» по-прежнему поставлено полноценное математическое образование учащегося как таковое. В самом деле, приблизительно с XVI в., то есть с момента зарождения теории вероятностей, проблематическая модальность становится не менее (а иногда и более) значимым *способом данности* объективной реальности, нежели аподиктическая доказуемость.

Подведем итог сказанному. Наше «математическое видение» мира не ограничивается операциями с абстрактными объектами и их языковым и визуальным выражением (цифры, символы, графики и т.д.). Всякий начинающий постигать математическую науку должен иметь представление о количественной, качественной и пространственной сторонах реальности, а также о мире не только «как он есть», но и о мире «как он должен быть» и «как он может быть». На наш взгляд, для выполнения этой задачи у любого современного педагога-математика есть все необходимые условия и ресурсы.

Список литературы

1. Алексеева Е.Е. Реализация креативной развивающей функции обучения математике в вузе // Вестник Российского государственного университета им. И. Канта. – 2010. – Вып. 5. – С. 79-82.
2. Воронов М.В., Мещерякова Г.П. Математика для студентов гуманитарных факультетов / Серия «Учебники, учебные пособия». – Ростов н/Д : Феникс, 2002. – 384 с.
3. Жуков Н.И. Философские основания математики. – Мн.: Университетское, 1990. – 110 с.
4. Кузичева З.А., Кузичев А.С. Вычислимость как стиль математических теорий // Стили в математике: социокультурная философия математики. – СПб. : Изд-во РХГИ, 1999. – С. 377-390.
5. Овчинникова В.С. Новые цели изучения математики в начальной школе и методическая подготовка учителя к их реализации // Вестник МГПУ. Серия «Педагогика и психология». – 2008. – № 2 (23). – С. 47-59.
6. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. В 2 ч. Ч. 1. – М. : Айрис-пресс, 2004. – 288 с.
7. Стройк Д.Я. Краткий очерк истории математики. – М. : Наука, 1990. – 256 с.

Рецензенты:

Токарева С.Б., д.ф.н., доцент, заведующий кафедрой философии ГОУ ВПО «Волгоградский государственный университет», г. Волгоград;

Стризое А.Л., д.ф.н., профессор кафедры философии ГОУ ВПО «Волгоградский государственный университет», г. Волгоград.