УДК 37.01

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК НЕОБХОДИМЫЙ КОМПОНЕНТ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ

Пушкарева Т.П.

ФГАОУ ВПО «Сибирский федеральный университет», Красноярск, Россия (660074 г. Красноярск, ул. Киренского, 26), e-mail: a_tatianka@mail.ru

Теоретически обоснована необходимость обучения методу математического моделирования в школе и вузе. Для обеспечения непрерывности обучения школьников и студентов естественнонаучного профиля методу математического моделирования в системе «школа – вуз» построен курс «Математическое моделирование химических процессов» и издано одноименное учебное пособие. Первая часть содержит справочник по элементарной математике, необходимой при решении химических задач. Основная цель первого этапа обучения – создание ориентационной и мотивационной основы для осознанного выбора естественнонаучного профиля дальнейшего обучения. Во второй части, предназначенной для учащихся 10–11-х классов, освещена роль математики в химии, даны теоретические основы метода математического моделирования. На третьем этапе обучения студентам даются основы проведения параметрического анализа математических моделей.

Ключевые слова: математическая химия, математическое моделирование, параметрический анализ математических моделей.

MATHEMATICAL MODELLING AS NECESSARY COMPONENT OF MATHEMATICAL PREPARATION

Pushkaryeva T.P.

Sibirian Federal University, Krasnoyarsk, Russia (660074 Krasnoyarsk. Kirenskogo street, 26), e-mail: a_tatianka@mail.ru

The necessity of training in a method of mathematical modeling at school and higher education institution is theoretically proved. For providing a continuity of training of school children and students of a natural-science profile to a method of mathematical modeling in a system school- higher education institution the course "Mathematical Modelling of Chemical Processes" is constructed and the manual of the same name is published. The first part contains the reference book on the elementary mathematics which is necessary at the solution of chemical tasks. The main objective of the first grade level – creation of an orientation and motivational basis for a conscious choice of a natural-science profile for the further training. In the second part intended for pupils of the 10-11th classes, the mathematics role in chemistry is shown, theoretical bases of a method of mathematical modeling are given. At the third grade level the students are given bases of carrying out the parametrical analysis of mathematical models.

Keywords: mathematical chemistry, mathematical modeling, parametrical analysis of mathematical models.

Уже длительное время моделирование различных процессов и явлений имеет необычайно широкое применение во многих областях знаний. Моделирование – главный способ познания окружающего мира.

С процессом моделирования и различными моделями мы сталкиваемся с раннего детства. В школе практически все обучение построено на использовании моделей в той или иной форме: от структурных схем, таблиц и т.п. до различных макетов.

В этой связи возникает необходимость широкого внедрения метода математического моделирования как в учебные программы базового курса математики вузов, так и в программы элективных и факультативных курсов в средней школе.

Согласно Н.А. Терёшину [5], можно выделить 3 основные функции математического моделирования.

1. *Познавательная функция* отвечает за формирование познавательного образа исследуемого объекта, которое происходит постоянно при переходе от простого к сложному.

2. *Функция управления деятельностью* обучаемых. Поскольку математическое моделирование носит предметный характер, оно призвано облегчить контрольные, ориентировочные и коммуникационные действия.

3. *Интерпретационная функция*. Суть этой функции в том, что один и тот же объект может быть выражен с помощью разных моделей. Например, окружность может быть задана посредством уравнений относительно осей координат, пары объектов (центр и радиус), а также рисунка или чертежа, т.е. можно воспользоваться либо аналитическим выражением, либо геометрической моделью.

Помимо указанных функций, в литературе можно встретить и такие функции моделирования, как эстетическая, функция обеспечения целенаправленного внимания учащихся, запоминания и повторения учащимися учебного материала и др.

Еще одной, не менее важной, является эвристическая функция математической модели. Математическая модель позволяет экспериментировать с количественной стороной объекта, еще глубже проникнуть в качественный аспект объекта – показать его внутренние закономерности, дает возможность определить границы устойчивости, нормальный и оптимальный режимы функционирования.

Использование разнообразных функций математической модели развивает мышление студентов, так как их внимание своевременно и легко переключается с рассматриваемой модели на информацию о данном объекте, которая получена с ее помощью и обратно. Подобное переключение обеспечивает отвлечение умственных усилий студентов от предмета их деятельности.

Для современного развития общества характерны интеграционные процессы, которые проявляются в стремлении наиболее точно представить общую картину мира.

Термин «интеграция» (от лат. *integer* – целый) означает создание неразрывно связанного, единого, целого. Общенаучное понятие теории систем – интеграция – это состояние связанности отдельных частей в целое, а также процесс, ведущий к такому состоянию, к восстановлению какого-либо единства.

Все чаще в теории и практике обучения прослеживается тенденция к интеграции учебных дисциплин. Реализация интегрированного обучения позволяет достигать межпредметных обобщений и приближаться к пониманию общей картины мира. Интеграция как средство обучения дает знания, демонстрирующие связанность отдельных предметов и областей знания, научить обучающихся с первых шагов воспринимать мир как единое целое, в котором все элементы взаимосвязаны.

В условиях всевозрастающего и постоянно меняющегося объема информации, в том числе учебной при постоянных сроках обучения, интеграция математики с профильными дисциплинами становится все более актуальной. Она позволяет сократить количество изучаемых дисциплин, объем учебной информации, время изучения учебного материала, ликвидировать дублирование, расширить представление об изучаемом объекте, изменить стиль мышления обучаемых.

Чтобы построить математическую модель и работать с ней, необходимо овладеть следующими умениями.

Формализация – построение модели объекта или явления, т.е. перевод конкретной задачи с естественного языка на математический язык формул, уравнений, неравенств, систем.

Работа с моделью – оперирование формальными структурами, структурными соотношениями и их связями. Конкретно это выражается в выборе алгоритма для решения уравнений и неравенств, построении графиков и т. п.

Владение компьютерными технологиями – это создание программ, «переводящих» модель и алгоритм на доступный компьютеру язык. Их можно назвать «электронным» эквивалентом изучаемого объекта, пригодным для непосредственного испытания на «экспериментальной установке» – компьютере.

Интерпретация – перевод результатов с математического языка на язык исходной задачи, описание области применения полученных результатов.

Все эти мыслительные процессы составляют процесс математического моделирования.

Таким образом, введение математического моделирования в качестве компонента математической подготовки обеспечивает формирование научного мировоззрения, прикладную и профильную направленность математической подготовки, системность знаний обучаемых, развитие их мыслительных операций, таких как анализ, сравнение, обобщение, конкретизация и т.п., необходимых в современных условиях.

Необходимость формирования навыков математического моделирования при обучении математике обосновывается в работах Е.Ы. Бидайбекова, В.В. Давыдова, О.Б. Епишевой, О.А. Ивашовой, В.И. Крупича, А.Г. Мордковича, Н.И.Пака, Г.И. Саранцева, Ю.Г. Тамберга, Т.М. Фридмана и др. Авторы утверждают, что навыки моделирования должны приобретаться учащимися еще со школьной скамьи. Но практически этот подход остается нереализованным. Пожалуй, замечательное исключение составляют школьные учебники по математике под редакцией А.Г. Мордковича [1].

В связи с этим для обеспечения непрерывности обучения методу математического моделирования учащихся и студентов естественнонаучного профиля разработано учебное пособие «Математическое моделирование химических процессов» [4].

Пособие состоит из трех частей, непрерывно следующих друг за другом, и предполагает три этапа обучения.

Первая глава – «Теоретические основы математического моделирования» – содержит справочник по элементарной математике, необходимой при решении химических задач [2]. Дан анализ большого количества примеров решения химических задач средствами математики. Решения некоторых задач представлены двумя способами – химическим и математическим. В конце каждой темы предлагаются задачи (как химические, так и из курса элементарной математики) для самостоятельного решения, что позволяет отрабатывать полученные знания, умения и навыки, а также творческие задания для выполнения с использованием метода проектов.

Пример 1. Как приготовить 300 г раствора с массовой долей соли 15%.

Решение:

Математическое решение

Пусть x г соли растворили в воде и получили 300 г раствора с массовой долей соли 15%. Тогда можно составить пропорцию:

$$\left.\begin{array}{l} 300\ \text{г} \ - \ 100\% \\ x\ \text{г} \ - \ 15\% \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{300}{x} = \frac{100}{15} \Rightarrow$$

Используя основное свойство пропорции (*произведение средних членов пропорции равно произведению крайних членов*), получим:

$$x \cdot 100 = 300 \cdot 15.$$

Отсюда:

$$x = \frac{3\cancel{00} \cdot 15}{1\cancel{00}} = 45 \ (\text{г})$$ – соли содержится в исходном растворе.

Значит, содержание воды в данном растворе равно:

$$300 - 45 = 255 \ (\text{г})$$

Таким образом, чтобы приготовить 300 г 15%-го раствора соли, надо взвесить 45 г соли, отмерить 255 мл воды и растворить соль в воде.

Химическое решение

Запишем формулу массовой доли растворенного вещества и выведем из нее формулу массы растворенного вещества:

$$w = \frac{m_{\text{р-го в-ва}}}{m_{\text{р-ра}}} \Rightarrow m_{\text{р-го в-ва}} = w \cdot m_{\text{р-ра}}$$

Вычислим массу растворенного вещества, предварительно переведя 15% в долю единицы:

$$m_{\text{р-го в-ва}} = w \cdot m_{\text{р-ра}} = 0{,}15 \cdot 300 = 45 \ (\text{г})$$ – соли необходимо взять.

Вычислим массу воды:

$$300 - 45 = 255 \ (\text{г})$$ – воды необходимо взять.

Запишем ответ: чтобы приготовить 300 г 15% раствора соли, надо взвесить 45 г соли, отмерить 255 мл воды и растворить соль в воде.

Рис.1. Решение задач по химии двумя способами

Данная часть пособия нацелена на обучение математике учащихся 9-х классов. Основная цель первого этапа обучения – создание ориентационной и мотивационной основы для осознанного выбора естественнонаучного профиля дальнейшего.

Вторая глава ориентирована на учащихся 10–11-х классов (второй этап обучения), выбравших естественнонаучный профиль. В ней освещена роль математики в химии, даны теоретические основы метода математического моделирования (определения, законы построения математических моделей, основные этапы математического моделирования), классификация моделей по различным критериям [3].

Здесь же представлены модели, описываемые линейными уравнениями и неравенствами, системами уравнений, графические математические модели. Большое значение имеет здесь описанное большое количество примеров построения математических моделей на основе расчетных задач школьной химии и задачи на самостоятельное составление математических моделей (рис. 2).

Пример 3. Модель реакции $A+B \to C$.

Рассмотрим реакцию:

$$SO_3 + H_2O \to H_2SO_4$$

Введем обозначения:

$A = SO_3$, $B = H_2O$, $C = H_2SO_4$.

Перепишем схему реакции в новых обозначениях:

$$A+B \to C.$$

Соответствующая кинетическая модель будет иметь вид (изменение концентрации вещества A происходит за счет расхода молекулы вещества A вместе с молекулой вещества B, поэтому пишем в уравнении знак минус и произведение концентраций):

$$\frac{dc_A}{dt} = -k \cdot c_A \cdot c_B.$$

Уравнение, описывающее изменение концентрации вещества B будет иметь точно такой же вид.

Математическая модель, отражающая изменение концентрации вещества C будет иметь вид:

$$\frac{dc_C}{dt} = k \cdot c_A \cdot c_B,$$

которая показывает, что вещество C образуется (знак плюс) из веществ A и B (произведение концентраций этих веществ).

Рис. 2. Описание процесса построения математической модели

Так как вторая глава пособия является логическим продолжением первой, то решение построенных моделей не вызывает трудности у школьников, поскольку большинство задач для построения математических моделей взято из изученного уже курса.

На третьем этапе (изучение третьей главы пособия) студентам даются основы проведения параметрического анализа математических моделей (рис. 3). Здесь необходимы знания по таким разделам математики, как дифференциальное и интегральное исчисления, дифференциальные уравнения, линейная алгебра.

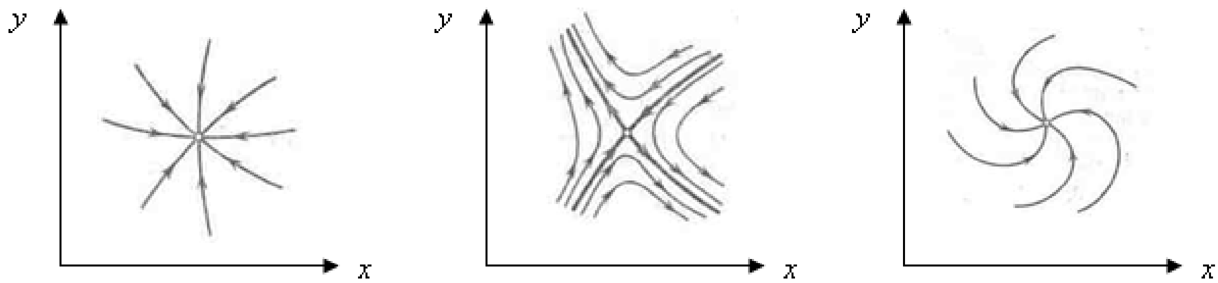

Рис.3. Исследование типа стационарных состояний:

а) устойчивый узел; б) седло; в) устойчивый фокус

Таким образом, курс «Математическое моделирование химических процессов» на качественном уровне знакомит учащихся и студентов с наиболее важными проблемами естественных наук и на количественном уровне знакомит их с методами построения математических моделей важнейших современных концепций, то есть является средством формирования методологии научного познания. Он позволяет закрепить практические навыки, приобретенные при изучении математики, информатики, а также специальных дисциплин и способствует освоению логики процесса научного исследования, пониманию особенностей теоретического этапа и разных уровней исследования в естественных науках.

Список литературы

1. Мордкович, А. Г. Алгебра 7 класс: в 2 ч. Ч. 1: учебник для учащихся общеобразовательных школ. М.: Мнемозина, 2009. 160 с.
2. Перегудов А.В. Введение в математическую химию: практикум к элективному курсу для 9 класса в рамках предпрофильной подготовки. Красноярск, 2009. 64 с.
3. Перегудов А.В., Пушкарева Т.П. Введение в математическое моделирование химических процессов: практикум к элективному курсу для 10–11 классов. Красноярск, 2011. 54 с.
4. Пушкарева, Т. П. Математическое моделирование химических процессов: учеб.-метод. пособие. Красноярск, 2011. 116 с.
5. Терёшин, Н. А. Прикладная направленность школьного курса математики М., 1990. 96 с.

Рецензенты:

Пак Н.И., д.п.н., профессор, зав. базовой кафедрой информатики и информационных технологий в образовании, ФГБОУ ВПО «КГПУ им. В.П. Астафьева», г. Красноярск;

Добронец Б.С., д.ф.-м..н., профессор, зав. кафедрой информационных систем, ФГАОУ ВПО «СФУ», г. Красноярск.