

РАСЧЕТ ПОЛОЖЕНИЯ ПРОИЗВОДЯЩИХ ЛИНИЙ ПРИ ФОРМООБРАЗОВАНИИ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЗУБЬЕВ ГИПЕРБОЛОИДНОЙ ПЕРЕДАЧИ

Печенкин М.В.¹, Абзалов А.Р.¹

¹ ГОУ ВПО «Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева», Казань, Россия (420111, г. Казань, ул. К. Маркса, 10), E-mail:kai@kai.ru

Приведена последовательность расчета для определения геометрического места производящих линий боковой поверхности зубьев гиперболоидной передачи. Положение производящих линий исследуется графически по расположению линий пересечения производящей линии с плоскостью, перпендикулярной к одной из осей колес. Из-за значительного объема расчет целесообразно производить с использованием математических пакетов. Расчет участков производящей поверхности происходит с разбивкой на стороны и участки из-за различной кривизны. Выбор стороны зуба при расчете осуществляется по величине угла наклона производящих линий. Определение углов поворота производящей поверхности возможно с использованием метода сечений. Расчет используется для 3D моделирования гиперболоидной зубчатой передачи и может служить основой для разработки САПР гиперболоидных зубчатых передач. Результаты расчета проверены на имитационной модели зацеплением виртуальной боковой поверхности зуба.

Ключевые слова: гиперболоидная зубчатая передача, производящие линии, формообразование зубьев

THE CALCULATION OF THE LOCUS OF GENERATING LINES DURING THE SHAPING PERIOD OF LATERAL SURFACE OF THE TEETH OF HYPERBOLOID TRANSMISSION

Pechenkin M.V., Abzalov A.R.

¹Kazan State National Research University n.a. A.N. Tupolev, Kazan, Russia (420111, Kazan, street K.Marksa, 10), E-mail:kai@kai.ru

The sequence of calculations is shown to define the locus of generating of the lateral surface of the teeth of hyperboloid transmission. The position of the manufacturing generating lines is investigated graphically by the location of intersection of generating lines with the plane, which is perpendicular to one of the wheel axes. Because of the significant amount it is better to make all calculations by using mathematical packages. The calculations of the areas of the manufacturing surface is made by dividing it into several sides or stretches which have different curving degree. The choice of the tooth side in calculation depends upon the value of the angle of the generating lines. The definition of the angles of rotation of the generating surface is possible by using the method of sections. This calculation is used for 3D modeling of hyperboloid gear transmission and can serve as a basis for creating of CAD hyperboloid gear. The results of calculation are tested on the simulation model with catching of virtual tooth side.

Keywords: hyperboloid gear, producing line, shaping of the teeth

Высокая нагрузочная способность гиперболоидных передач [4] делают актуальной задачу формообразования поверхностей зубчатых колес, участвующих в зацеплении, несмотря на технологические трудности обработки таких колес традиционными методами на зубообрабатывающих станках. В отличие от широко распространенных технологий нарезания зубьев квазигиперболоидных зубчатых колес (по классификации Грибанова В.М. [3]) формообразование зубьев гиперболоидных передач не получило распространения.

Задача нахождения геометрического места режущих кромок боковой поверхности зуба точной гиперболоидной передачи является достаточно сложной задачей. Так, по мнению профессора Гавриленко В.А. вряд ли можно изготовить колесо на гиперболоидной

заготовке из-за непреодолимых технологических трудностей [2]. Именно поэтому такие передачи не изготавливаются в промышленности.

Сложность изготовления гиперboloидных передач объясняется тем, что помимо переменной по ширине колеса аксоидной поверхности, впадина и толщина зуба должна быть переменными [1]. Кроме того, изменяется и угол наклона зуба.

Возможности современного высокопроизводительного оборудования с числовым программным управлением, в том числе и зубообрабатывающего оборудования, позволяют преодолеть технологические трудности, присущие традиционным методам зубообработки.

Для изготовления точной гиперboloидной передачи актуальной задачей является расчет и определение геометрического места режущих кромок при формообразовании боковых поверхностей зубчатого колеса.

Участки режущих кромок, формообразующих боковую поверхность зубьев гиперboloидной передачи в процессе резания представляют собой производящую поверхность. Взаимное расположение участков режущих кромок инструмента при нарезании боковой поверхности колеса можно исследовать графическими методами, в том числе в CAD/CAE пакетах по расположению линий пересечения режущих кромок инструмента с различными плоскостями: перпендикулярными к оси вращения одного из колёс, перпендикулярными к одной из координатных осей и т.д. (рис.1).

В представленном на рисунке 1 фрагменте имитационного кинематического формообразования боковых поверхностей зубьев гиперboloидного зубчатого колеса в среде Siemens NX воспроизводилось закоординированное вращение гиперboloида 1 и 2, по геометрическим характеристикам в представленном случае соответствующее единичному передаточному отношению. Формообразующие кромки 2, связанные с «управляющим» гиперboloидом 1 закоординированно перемещались в направлении линии пересечения делительных гиперboloидов. Шаг определялся исходя из заданных числа зубьев, а соответственно и проекции окружного шага на линию пересечения гиперboloидов, а также из условия постоянства шага. С учетом изменения геометрии зуба в сечениях от горлового до периферии, длина и угловое положение образующих менялись. Кинематические параметры и геометрические положения режущих кромок (образующих) управляются гипотетическим гиперboloидом 1, воспроизводящим зацепление с гиперboloидом 3.

Для расчета координат производящих линий боковой поверхности зуба использовался метод сечений. Расчёт координат линий пересечения производящих кромок с различными плоскостями достаточно объемён, при относительно однотипных алгоритмах, связанных с преобразованием координат и его целесообразно проводить либо с использованием

специально написанных программ на алгоритмических языках, либо с использованием математических пакетов, таких как Matlab.

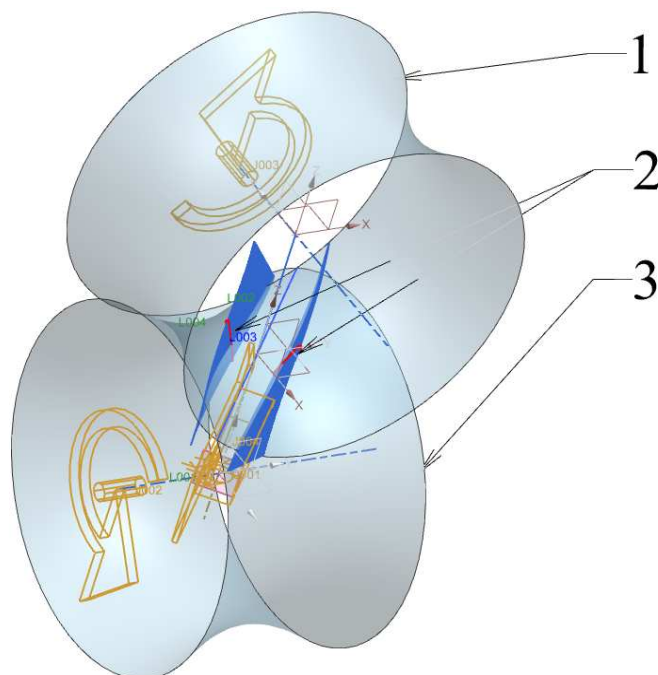


Рис.1. Имитация кинематики формообразования боковых поверхностей зубьев гиперboloидного колеса: 1 – гипотетический делительный гиперboloид, на основе которого осуществляется управление движением режущих кромок инструмента; 2 – образующие профиля линии (обработка при повышенных требованиях по точности предполагается раздельной); 3 – делительный гиперboloид обрабатываемого колеса

Аналитический вывод выполнен для частного случая формообразования боковых поверхностей гиперboloидного зубчатого колеса (общий случай излагается в работе [5]), рассчитанного на единичное передаточное отношение при угле скрещивания осей 90 градусов (рис.2). В отличие от известного метода определения координат производящих линий [5], расчет сопряженных производящих поверхностей был выполнен в параметрическом виде, учитывая, что в качестве производящей линии выбран отрезок прямой. Так как делительные гиперboloиды являются телами вращения, расчет производился для пространственной трансляции отрезка образующей, относительно гиперboloидов, участвующих в передаче. Для каждого гиперboloида сопряженные поверхности необходимо рассчитывать отдельно. Рассмотрим только для колеса 1. Для колеса 2 выкладки будут идентичными. С гиперboloидами свяжем неподвижные системы координат $x_1y_1z_1O_1$, $x_2y_2z_2O_2$. Гиперboloиды представляют собой поверхности вращения гипербол, уравнения которых в параметрическом виде имеют вид:

$$x_i = a \cdot ch(t)$$

$$y_i = b \cdot sh(t),$$

где a – действительная; b – мнимая полуоси гиперболы; i – номер гиперboloида и соответствующей системы координат.

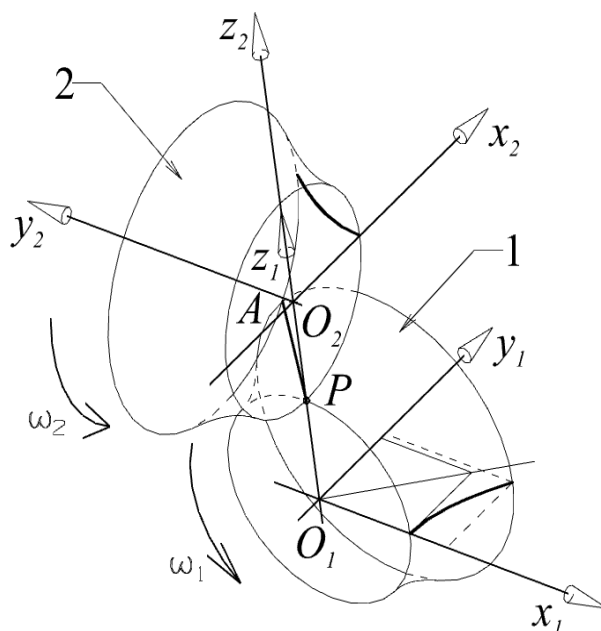


Рис. 2. Делительные гиперboloиды передачи

Гиперboloид 1 представляет собой делительный гиперboloид обрабатываемого зубчатого колеса. Гиперboloид 2 воспроизводит движение зубчатого колеса, работающего в паре с колесом 1, но при этом, с ним связана образующая (режущая кромка), формирующая профиль боковой поверхности зуба на гиперboloиде 1.

Рассмотрим движение режущей кромки инструмента в системе координат $x_2y_2z_2O_2$ (рис. 3). Так как образующая является отрезком прямой (в предположении, что режущая кромка не изменяет геометрии в процессе работы), достаточно рассмотреть движение двух ее точек: M_1 и M_2 . Каждая из точек участвует в двух движениях – вращении вокруг оси y_2 с постоянной угловой скоростью ω_2 (переносное движение), и движении по гиперболе вдоль y_2 с постоянной проекцией скорости на ось y_2 (относительное движение).

Крайние точки режущей кромки M_1 и M_2 соответственно соотносятся с участками гиперboloида (нижней части, ножки) зуба колеса 1 – точка M_1 , и области вершины зуба колеса 1 – точка M_2 . Каждая из точек движется в относительном движении по своей гиперболе, ограничимся рассмотрением точки M_1 .

$$x''_{M_1} = a_{M_1} \cdot ch(t)$$

$$y''_{M_1} = b_{M_1} \cdot sh(t), \text{ при этом } d(y_{M_1})/dt = d(b_{M_1} \cdot sh(t))/dt = const$$

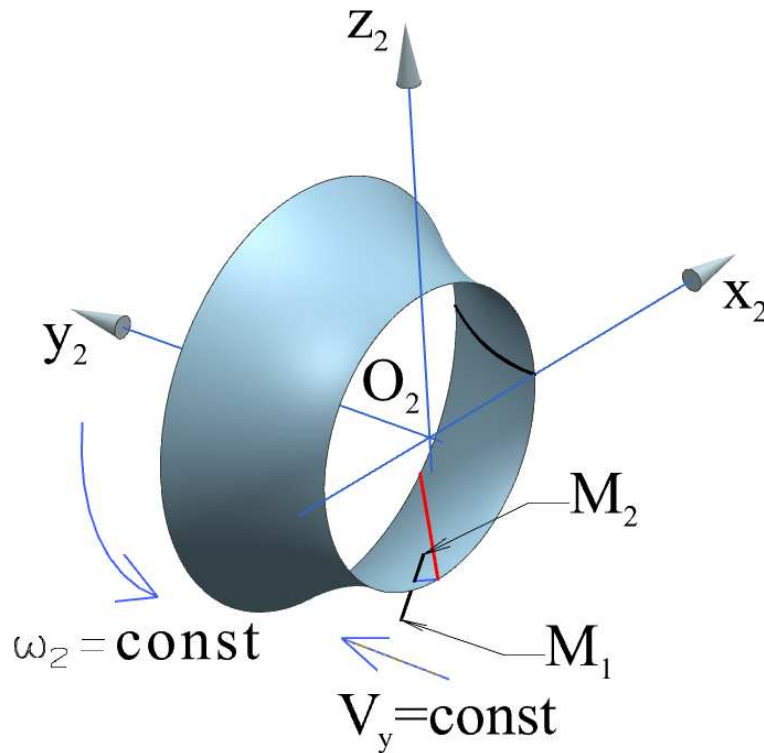


Рис. 3. Схема к расчету движения режущей кромки

В переносном движении точка вращается вместе с гиперboloидом. Ее угловое положение относительно оси x_2 , в плоскости, параллельной плоскости $x_2O_2z_2$ определится уравнением:

$$\varphi_{M_1} = \varphi_{M_{1_0}} + \omega_2 t,$$

где $\varphi_{M_{1_0}}$ - начальное угловое положение точки M_1 .

Отсюда, для того чтобы рассчитать координаты точки M_1 , совершающей сложное движение, т.е. задать в зависимости ее координаты в параметрическом виде в системе координат инструмента имеем следующие зависимости, представленные матрицей:

$$\begin{pmatrix} x_2(t) \\ y_2(t) \\ z_2(t) \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{M_1} ch(t) \cos(\varphi_{M_0} + \omega t) \\ h_2 b_{M_1} sh(t) \\ a_{M_1} ch(t) \sin(\varphi_{M_0} + \omega t) \\ t \end{pmatrix},$$

где h_2 – коэффициент шага винтовой линии.

При изменении параметра t матрица позволяет вычислить координаты точки M_1 в системе координат $x_2y_2z_2O_2$, для этого задаются начальным значением и диапазоном изменения t , а также шагом, с которым можно осуществлять расчет, обеспечивая необходимую точность. Чтобы получить координаты производящей линии, участвующей в формообразовании боковой поверхности обрабатываемого колеса 1 (рис. 3), примем во внимание, что «инструмент» - колесо 2 вращается относительно колеса 1 с постоянной

угловой скоростью ω_1 . Координаты линии, образуемой на поверхности зуба обрабатываемого колеса точкой режущей кромки инструмента, при изменении t , будут иметь координаты, подсчитанные по зависимостям перехода от системы координат $x_2y_2z_2O_2$ к системе координат $x_1y_1z_1O_1$, относительно которой, указанная в начале система координат участвует в равномерном вращательном движении с угловой скоростью $\omega=\omega_1$. Для рассматриваемого случая (рис.3) будут иметь место следующие соотношения:

$$x_1(t) = O_1O_2 \sin(\omega t) - y_2 \cos(\omega t) + z_2 \sin(\omega t) ;$$

$$y_1(t) = x_2(t) = a_{M1} ch(t) \cos(\varphi_{M0} + \omega t) ;$$

$$z_1(t) = O_1O_2 \cos(\omega t) + y_2 \sin(\omega t) + z_2 \cos(\omega t) .$$

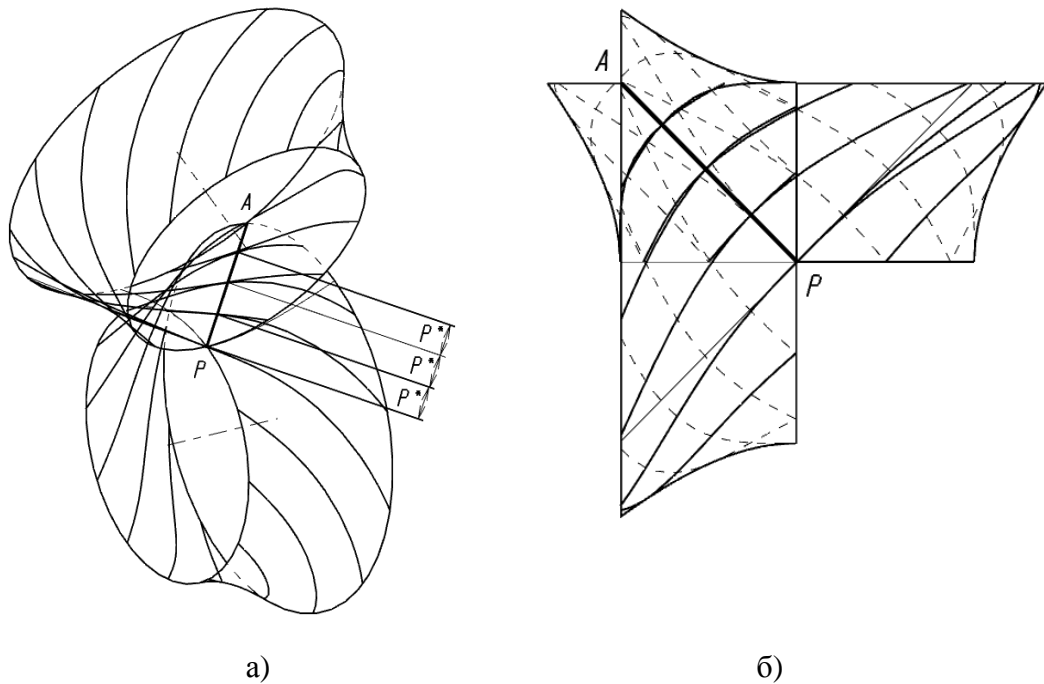


Рис.4. К расчету винтовых линий, вдоль которых формируется зуб

а) постоянство шага винтовой линии; б) Совпадение направлений нормалей винтовых линий контактирующих зубьев на делительном гиперболоиде и их сонаправленность линии контакта гиперболоидов

Данные соотношения применимы для компоновки, представленной на рис.3. Передаточное отношение равно единице, угол перекрещивания осей 90 градусов:

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ y_1(t) \\ z_1(t) \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} O_1O_2 \sin(\omega t) - y_2 \cos(\omega t) + z_2 \sin(\omega t) \\ x_2 \\ O_1O_2 \cos(\omega t) + y_2 \sin(\omega t) + z_2 \cos(\omega t) \\ t \end{pmatrix} .$$

Для расчета, как соотносятся угловая скорость вращения зубчатого колеса и скорость поступательного движения проекции скорости точки M_1 образующей на ось вращения колеса рассмотрим рис. 5, А). Зубчатое колесо имеет заданное число зубьев Z . При повороте на угол $360^\circ/Z$, проекция точки M_1 на линию PA должна сместиться на величину шага P^* . Данный шаг должен оставаться постоянным, несмотря на то, что диаметр увеличивается по закону гиперболы, соответственно меняется модуль при постоянном числе зубьев, что и учтено в приведенных соотношениях. Но это приводит к «деформации» боковых поверхностей зубьев в направлении от горлового сечения к торцовым.

Аналогично осуществляем расчет траектории движения точки M_2 образующей M_1M_2 , для моделирования боковой поверхности колеса 1. Затем, используя тот же подход, строим сопряженную поверхность для колеса 2. В данном случае колесо 2 считаем неподвижным, и обкатываем вокруг него «инструмент» - колесо 1, управляющий положением по жестким кинематическим зависимостям положением «режущей кромки» M_1M_2 .

Таким образом, используя рассчитанные данные получили две боковые поверхности сопряженных боковых поверхностей зубьев гиперболоидной передачи (рис.5). Достоверность расчета была подтверждена имитационным зацеплением боковой поверхности зубчатых колес.

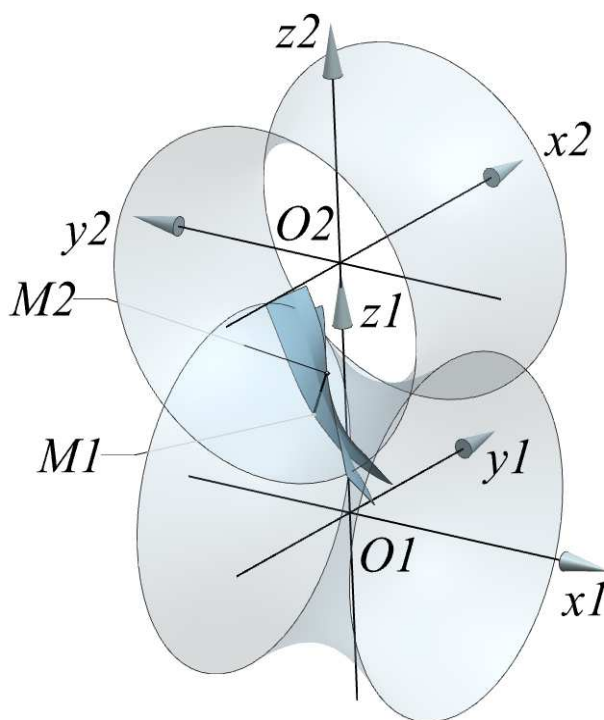


Рис. 5. Модели боковых поверхностей зубьев гиперболоидной передачи

Список литературы

1. Витренко В.А. Изготовление и отделка цилиндрических зубчатых колес гиперболоидными инструментами: Монография. – Луганск: изд-во ВНУ, 1994. 112 с.
2. Гавриленко В.А. Основы теории эвольвентной зубчатой передачи. М., Машиностроение, 1969., 432 с.
3. Грибанов В.М. Теория гиперболоидных зубчатых передач. – Луганск: Изд-во ВНУ им. В. Даля, 2003. 300 с.
4. Матвеев Г.А. Один из способов образования боковых поверхностей зубьев гиперболоидных колес. Казань.: Труды Казанского авиационного института, 1960, вып. 60. 24 с.
5. Матвеев Г.А., Печёнкин В.М. Уравнения боковых поверхностей гиперболоидных зубчатых колёс.- в кн. : Повышение надёжности и долговечности деталей и узлов двигателей летательных аппаратов. Казань: Труды Казанского авиационного института, 1975, вып. 183. с. 24-33

Рецензенты:

Лунев А.Н., д.т.н., профессор кафедры «Технологии машиностроительных производств» ФГОУ ВПО Казанского национального исследовательского технического университета им. А.Н. Туполева Минобрнауки РФ, г. Казань;

Шамсутдинов Ф.-Р.А., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой «Общеинженерные дисциплины» ФГОУ ВПО Казанского государственного аграрного университета Минсельхоза РФ, г. Казань.