УДК 551.51

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ГЕТЕРОГЕННЫХ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

**Пилеич А.В.**[1]

[1]*ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет», Воронеж, Россия (394026, Воронеж, Московский пр-т, 14), e-mail: piar13_85@mail.ru*

**На современном этапе развития науки и техники актуальным является разработка и совершенствование математического обеспечения распределенных вычислений параметров гетерогенных физических процессов. Данный вид обеспечения служит основой для разработки алгоритмического и программного обеспечения многокластерных вычислительных комплексов. В данной работе проведен анализ особенностей распределенных вычислений, применяемых в оценке состояния динамических физических процессов, на основе которого предложена иерархическая структура математического обеспечения систем гетерогенных распределенных вычислений. В качестве примера приведено математическое обоснование производства вычислений на основе решения задачи Дирихле для круга. Представленная математическая модель носит универсальный характер и позволяет проводить расчеты параметров для любого поля физической величины локального масштаба. Применение подобных математических моделей позволит существенно повысить эффективность работы специализированных распределенных компьютерных сетей, улучшить производительность и снизить нагрузку на серверы баз данных.**

Ключевые слова: распределенные вычисления, математическое обеспечение, задача Дирихле.

# MATHEMATICAL SUPPORT HETEROGENEOUS DISTRIBUTED COMPUTING DYNAMIC PARAMETERS PHYSICAL PROCESSES

**Pileich A.V.**[1]

[1] *Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia (394026, Voronezh, Moscow avenue, 14), e-mail: piar13_85@mail.ru*

**At the present stage of development of science and technology relevant is the development and improvement of software distributed computing parameters of heterogeneous physical processes. This type of security is the basis for the development of algorithms and software multicluster computer systems. This paper analyzes the features of distributed computing, applied in the assessment of dynamic physical processes on the basis of which the proposed hierarchical structure of software systems heterogeneous distributed computing. As an example, given a mathematical justification of the production-based computing solutions of the Dirichlet problem for the circle. This mathematical model is universal and allows the calculation for any field of physical quantities on a local scale. The use of such mathematical models will significantly improve the efficiency of specialized distributed computer networks, improve productivity and reduce the load on the database servers.**

Keywords: distributed computing, software, Dirichlet problem.

Совершенствование математического обеспечения вычислительных комплексов и компьютерных систем способствует развитию и более качественному применению информационных технологий при наблюдении, анализе и управлении распределенными данными глобальных физических процессов и состоянием технических мегаобъектов. Особенностью организации вычислительных процессов в таких системах является следующее:

1. исходные данные для обработки представляют собой физические параметры, характеризующиеся динамическими и распределенными свойствами;

2. вычисления производятся в реальном масштабе времени и период актуальности полученных при этом результатов ограничен;

3. в системе обрабатывается разнородная информация, т.е. вычислительный процесс характеризуется признаками гетерогенности;

4. компьютерная сеть представляет собой распределенную структуру, в которой пользовательские рабочие места могут быть разнесены по территории целой страны или даже всего земного шара;

5. такие системы должны обеспечивать распараллеливание задач для разных пользователей.

Главной проблемой создания подобных распределенных гетерогенных вычислительных систем является то, что имеющиеся комплексы уже не способны отвечать современным требованиям в плане технического, организационного, математического и программного обеспечения, так как создавались десятилетия назад [4]. Кроме того отсутствует возможность интегрирования их в единую вычислительную структуру. Отсутствие единого концептуального подхода при решении таких задач тормозит развитие информационных технологий в огромном прикладном кластере.

Разработка и совершенствование математического и алгоритмического обеспечения для решения таких задач позволит повысить эффективность работы создаваемого программного обеспечения и, как следствие, расширить область применения подобных систем.

На основе анализа программной инфраструктуры и методов обработки данных [1, 2, 5] в глобальных распределенных системах обработки данных автором предложена иерархическая структура абстрактного математического обеспечения вычислительных комплексов, предназначенного для решения задач, содержащих большой объем расчетов динамических параметров физических процессов, непрерывно проводимых в режиме реального времени. Данная иерархия представляет собой четырехуровневую структуру (рис. 1).

На низшем – четвертом уровне – рассматриваются способы (методы) вычислений, т.е. набор функций и производных с помощью которых проводятся вычисления.

Уровень определяющего параметра представлен набором параметров, которые необходимы для формирования групп вышестоящего уровня. Как правило, это индивидуальный набор значений или характеристик, получаемых в результате решения базовых математических вычислений.

Уровень группы параметров составляют базовые модели, обеспечивающие расчеты групп параметров и составление необходимых выборок гетерогенных параметров, на основе которых будут производиться вычисления.

Верхний уровень представляет собой готовую математическую модель для производства распределенных гетерогенных вычислений в глобальных компьютерных сетях, на основе данных о группах определяемых параметров.

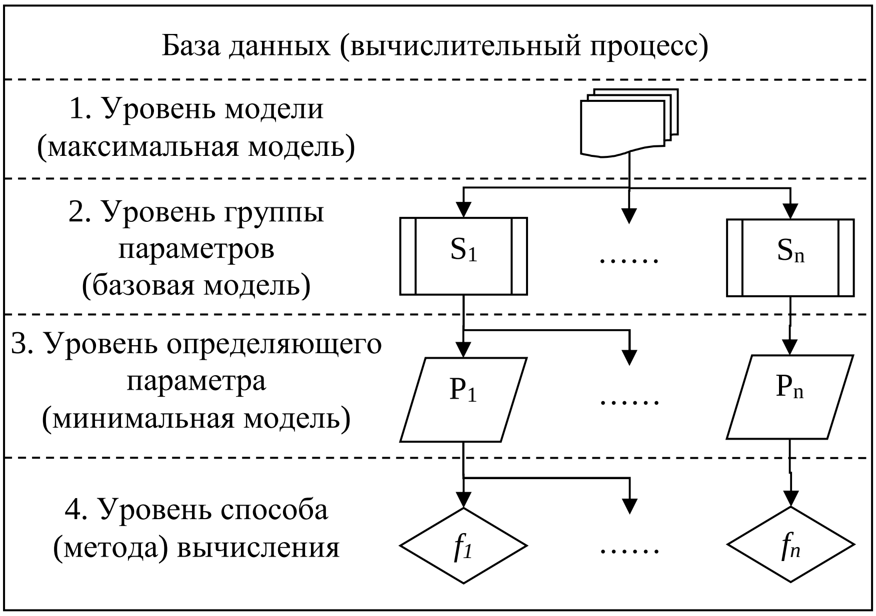


Рис. 1. Структура организации математического обеспечения систем гетерогенных распределенных вычислений динамических параметров

Показано, что предложенная иерархия математического обеспечения – это не окончательное застывшее, а постоянно развивающееся образование. На каждом этапе своего развития она представляется как частично упорядоченное множество, в котором существуют непустые подмножества как минимальных, так и максимальных элементов. Математическое моделирование при таком подходе существенно зависит от выбора конкретного класса абстрактных динамических систем, к которым и относятся вычислительные системы мониторинга глобальных физических процессов.

Параметры распределенных физических объектов и процессов носят пространственно-временной характер [3], в связи с этим, общепринято представление их характеристик в виде полей, т.е. распределенных значений в конкретный момент времени, что представляет собой достаточно большой массив данных. Чаще всего подобные массивы представляются в виде карт, показывающих привязку распределения массива данных физических параметров к географической сетке. Для производства математических операций в данном случае требуется вычисление определенных производных состояния каждого значения физического параметра в массиве. Процедура анализа конкретного значения физического показателя в массиве данных (поле) может быть сведена к разработке математической модели, основанной на решении задачи Дирихле для круга. В предложенном контексте структуры организации математического обеспечения (рис.1) уровнем максимальной модели будет являться комплексная математическая модель решения задачи Дирихле, базовыми моделями будут непосредственные наборы уравнений для расчета физических величин (давления, температуры  т.д.), минимальные модели характеризуют промежуточные или производные значения, рассчитываемые для нахождения конкретных значений физических величин (лапласианы и градиенты), а уровень способа (метода) вычисления представляется набором уравнений и функций, с помощью которых осуществляются математические операции.

Суть задачи Дирихле заключается в том, что для физических параметров принимается положение, что каждая функция, которая является аналитической внутри некоторого круга с центром в точке 0, может быть описана во всех точках этого круга в следующем виде:

$$f\left(x_i y_i\right)= f\left(x_0 y_0\right)+\frac{\partial f\left(x_0 y_0\right)}{\partial x}\Delta x+\frac{\partial f\left(x_0 y_0\right)}{\partial y}\Delta y, \tag{1}$$

Положение точки *i* внутри круга задается в полярных координатах следующими параметрами: $\rho_i$ – расстояние от центральной точки 0, $\varphi_i$ – угол между прямой *i* и полярной осью, которая направлена с юга на север. Если отсчет от полярной прямой ведется по ходу часовой стрелки, то полярный угол считается положительным и наоборот.

Обозначив декартовы координаты произвольной точки *i* ($x_i$, $y_i$) через полярные координаты, получим:

$$\Delta x_i=\rho_i\, sin\varphi_i \text{ и } \Delta y_i=\rho_i\, cos\varphi_i, \tag{2}$$

где $\Delta x_i$ и $\Delta y_i$ –проекции радиус-вектора $\rho_i$ на оси *x* и *y* соответственно.

Интегрируя в формулу (1) значения $f\left(x_i y_i\right)- f\left(x_0 y_0\right)=\Delta f_i$ и выражения для $\Delta x_i$ и $\Delta y_i$ (2), опустив координаты центра, получим:

$$\frac{\partial f}{\partial x}\rho_i\, sin\varphi_i+\frac{\partial f}{\partial y}\rho_i\, cos\varphi_i=\Delta f_i\,. \tag{3}$$

Аналогично, для точки *i*+1 получится:

$$\frac{\partial f}{\partial x}\rho_{i+1}\, sin\varphi_{i+1}+\frac{\partial f}{\partial y}\rho_{i+1}\, cos\varphi_{i+1}=\Delta f_{i+1}\ . \tag{4}$$

Решив систему уравнений (3)-(4), получим значения $\frac{\partial f}{\partial x}$ и $\frac{\partial f}{\partial y}$:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_j=\frac{\Delta f_i\rho_{i+1}\, cos\varphi_{i+1}-\Delta f_{i+1}\rho_i\, cos\varphi_i}{\rho_i\rho_{i+1}\, sin\left(\varphi_i-\varphi_{i+1}\right)}; \tag{5}$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_j=\frac{\Delta f_{i+1}\rho_i\, sin\varphi_i-\Delta f_i\rho_{i+1}\, sin\varphi_{i+1}}{\rho_i\rho_{i+1}\, sin\left(\varphi_i-\varphi_{i+1}\right)}, \tag{6}$$

где $j = 1, 2, \ldots, m$ – порядковый номер треугольника в проекциях радиус-векторов (рисунок 2,б), по данным которого находятся $\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)_j$ и $\left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)_j$.

Если повторить решение уравнений (5)-(6) для $j = 1, 2, \ldots, m$, получим $m$ пар значений составляющих градиента функций $f(x,y)$. Среднее значение модуля градиента поля $f(x,y)$ можно рассчитать из соотношения:

$$\left|\frac{\partial \overline{f}}{\partial n}\right| = \frac{1}{m}\sqrt{\left[\sum_{j=1}^{m}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_j\right]^2 + \left[\sum_{j=1}^{m}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_j\right]^2}\,. \qquad (7)$$

В качестве примера приведено математическое обоснование построения и анализа массива данных физических величин на основе обработки параметров давления для локального масштаба с шагом регулярной сетки от 50 до 300 км (рис.2).

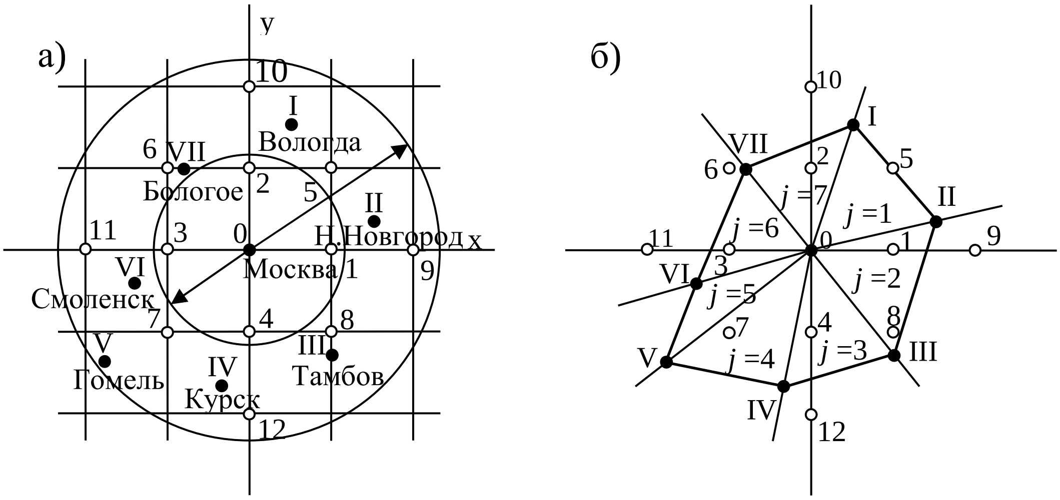


Рис. 2. Пример расположения пунктов получения данных: а) в узлах регулярной сетки, где: ○ – узлы метки; ● – пункты наблюдения; б) в проекциях радиус-векторов

Таким образом, имея указанный ранее набор исходных данных, рассмотренная математическая модель способна производить расчет и построение полей любых метеорологических величин в узлах регулярной сетки. Кроме того, реализация данной модели позволит вычислять необходимые для производства дальнейших расчетов значения градиентов давления и температуры, параметров геострафического ветра, адвективных изменений некоторых метеорологических параметров, вычислять лапласиан давления и радиус кривизны изобар.

Применение данной модели в распределенной системе гетерогенных вычислений позволит отойти от загруженности серверов сети, путем кластерного распределения и управления вычислительными задачами. Это позволит проводить фрагментированную (кластерную) оценку данных с возможностью задействовать весь потенциал специализированных распределенных компьютерных сетей.

## Список литературы


1. Данилов А.Д. Математическое моделирование динамики физических процессов в атмосфере [Текст] / А.Д. Данилов, А.В. Пилеич // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика.- 2014. – Т.2.- №4-2 (9-2) .- С. 287-290.
2. Данилов А.Д. Модель автоматизированной системы приема, обработки и передачи метеорологической информации [Текст] / А.Д. Данилов, А.В. Пилеич // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2011. – Т. 7. – Вып. 8. – С. 34-38.
3. Данилов А.Д. Математическая модель автоматической обработки метеорологических кодов на примере кода передачи данных температурно-ветрового зондирования КН-04. [Текст] / А.Д. Данилов, А.В. Пилеич // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2010. – Т. 6. – Вып. 10. – С. 53-57.
4. Данилов А.Д. Математическое обеспечение расчета атмосферных процессов для автоматизации формирования документации в САПР современных метеостанций [Текст] / А.Д. Данилов, А.В. Пилеич // Моделирование систем и процессов. – 2012. – Т. 4. – с. 25-28.
5. Пилеич А.В. Анализ математических методов прогноза синоптического положения. [Текст] / Пилеич А.В. // Математическое моделирование, компьютерная оптимизация технологий, параметров оборудования и систем управления лесного комплекса: межвузовский сборник научных трудов. – Воронеж: ВГЛТА. – 2010. – С.139-142.


**Рецензенты:**

Данилов А. Д., д.т.н., профессор, профессор каф. «Электропривод, автоматика и управление в технических системах», ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет», г. Воронеж.

Барабанов В.Ф., д.т.н., профессор, профессор каф. «Автоматизированные вычислительные системы», ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет», г. Воронеж.