

УДК 537.9

## МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА В СТРУКТУРАХ НА ОСНОВЕ БИМОРФНОГО ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

Лаврентьева К.В., Петров В.М., Бичурин М.И.

ГОУ ВПО «Новгородский Государственный университет им. Ярослава Мудрого», Великий Новгород, e-mail: [mirza.bichurin@novsu.ru](mailto:mirza.bichurin@novsu.ru)

Рассмотрена модель магнитоэлектрического (МЭ) эффекта в магнитострикционно-пьезоэлектрических структурах на основе биморфного пьезоэлектрического преобразователя. Применение биморфного пьезоэлектрического преобразователя в составе магнитострикционно-пьезоэлектрической структуры вместо однородного пьезоэлектрического слоя позволяет существенно увеличить МЭ эффект. На примере слоистой структуры состава метглас – ЦТС показано, что замена однородного пьезоэлектрического слоя ЦТС на биморфный пьезоэлектрический преобразователь приводит к увеличению максимального значения магнитоэлектрического коэффициента с 190 мВ/Э до 480 мВ/Э. При этом объемная доля пьезоэлектрика, соответствующая максимуму МЭ коэффициента увеличивается с 0.77 до 0.8. К достоинствам магнитострикционно-пьезоэлектрической структуры на основе биморфного пьезоэлектрического преобразователя следует отнести устойчивость по отношению к внешним аксиальным механическим напряжениям вследствие компенсации наводимых электрических напряжений в слоях биморфного преобразователя. Поэтому описанную магнитострикционно-пьезоэлектрическую структуру рекомендуется использовать при проектировании помехоустойчивых датчиков магнитного поля.

Ключевые слова: магнитоэлектрический эффект, магнитострикционно-пьезоэлектрическая структура, изгибные деформации, биморфный пьезоэлектрический преобразователь

## MODELING OF MAGNETOELECTRIC EFFECT IN LAMINATEBASED ON PIEZOELECTRICBIMORPH

Lavrentieva K.V., Petrov V.M., Bichurin M.I.

Novgorod State University, Veliky Novgorod, e-mail: [Mirza.Bichurin@novsu.ru](mailto:Mirza.Bichurin@novsu.ru)

A model of the magnetoelectric (ME) effect in magnetostrictive-piezoelectric structures based on bimorph piezoelectric transducer is discussed. Using a bimorph piezoelectric transducer instead of uniform piezoelectric layer can significantly increase ME effect in magnetostrictive-piezoelectric structures. By the example of Metglas - PZT bilayer, it is shown that replacing the homogeneous PZT piezoelectric layer by the piezoelectric bimorph transducer increases the peak ME coefficient from 190 mV/Oe to 480 mV/Oe. In this case, the piezoelectric volume fraction corresponding to peak ME coefficient increases from 0.77 to 0.8. The advantages of magnetostrictive-piezoelectric structures based on bimorph piezoelectric transducer include stability against external axial stresses due to compensation of voltage induced across the bimorph transducer layers. Therefore, the discussed magnetostrictive-piezoelectric structure is recommended for using in error-correcting magnetic field sensors.

Keywords: magnetoelectric effect, magnetostrictive-piezoelectric structure, bending mode, piezoelectricbimorph

В настоящее время магнитоэлектрическое (МЭ) взаимодействия в планарных магнитострикционно-пьезоэлектрических структурах интенсивно изучается вследствие перспективприменения таких структурдля создания устройств функциональной электроники, таких как датчики магнитного поля, преобразователи и накопители электрической энергии [1]. МЭ взаимодействиепроявляется в виде индуцирования электрического напряжения  $U_v$  в структуре при воздействии внешнего переменного магнитного поля  $H$  и возникает благодаря сочетанию магнитострикции в магнитной компоненте и пьезоэлектрического эффекта в пьезоэлектрическойкомпонентеблагодаря механическомуконтакту между слоями. МЭ

взаимодействие характеризуется МЭ коэффициентом по напряжению  $\alpha_E = U/(t H)$ , где  $t$  - толщина пьезоэлектрического слоя. Величина индуцируемого напряжения увеличивается на один-два порядка, когда частота переменного магнитного поля  $f$  совпадает с частотой электромеханического резонанса (ЭМР) структуры в результате резонансного увеличения механических напряжений в пьезоэлектрическом слое [2]. ЭМР возможен вследствие возбуждения в структуре изгибных или планарных колебаний. Использование изгибных колебаний позволяет снизить резонансную частоту на порядок или уменьшить размеры образца при фиксированном значении частоты.

Для двухслойных структур состава Терфенол – цирконат-титанат свинца ( ЦТС ) был получен МЭ коэффициент по напряжению 14,6 В/(см·Э) на частоте изгибных колебаний 12,5 кГц [ 3 ]. Для слоистых структур состава никель-ЦТС и GaFe-ЦТС - были измерены МЭ коэффициенты соответственно 1 В/(см·Э) в диапазоне частот 3-7 кГц [ 4 ] и 8,7 В/(см·Э) на частоте 33,4 кГц [5]. Однако, для образцов с одним пьезоэлектрическим слоем индуцируемое напряжение не достигает своего максимально возможного значения в связи с изменением знака механических напряжений по толщине этого слоя - от сжимающих напряжений до растягивающих [6].

Для увеличения индуцируемого напряжения может быть использована асимметричная биморфная структура, состоящую из двух слоев ЦТС, которые поляризованы в противоположных направлениях и размещены между двумя магнитными слоями [7, 8]. Для структуры, содержащей два слоя терфенола, был получен МЭ коэффициент по напряжению, значение которого превышает 72 В/(см·Э) на частоте изгибных колебаний 34 кГц [7]. Следует отметить, что для возбуждения изгибных колебаний в такой структуре необходимо обеспечить противоположные направления намагниченности в магнитных слоях, что сложно реализовать. Целью данной работы является теоретическое моделирование МЭ эффекта в слоистой магнитоэлектрической структуре на основе биморфного пьезоэлектрического преобразователя.

## **1 Моделирование магнитоэлектрического эффекта**

Рассмотрим слоистую структуру, состоящую из магнитного аморфного сплава метглас и двух слоев ЦТС с противоположными направлениями поляризации. На рис. 1 представлен образец описанной структуры. Кроме структуры, приведенной на рис. 1 в данной статье рассматривается структура состава: два слоя ЦТС и два слоя метгласа с различными по величине пьезомагнитными коэффициентами. Длина образца выбирается значительно больше остальных геометрических размеров, поэтому рассматривается только одна составляющая тензора механических напряжений и деформаций. Для достижения

пьезомагнитного эффекта и линеаризации МЭ свойств слоистой структуры, к материалу прикладывается подмагничивающее поле  $H_0$ . В этом случае в интервале магнитных полей, малых по сравнению с подмагничивающим полем, магнитострикция проявляется в виде пьезомагнитного эффекта, а МЭ эффект будет близок к линейному.

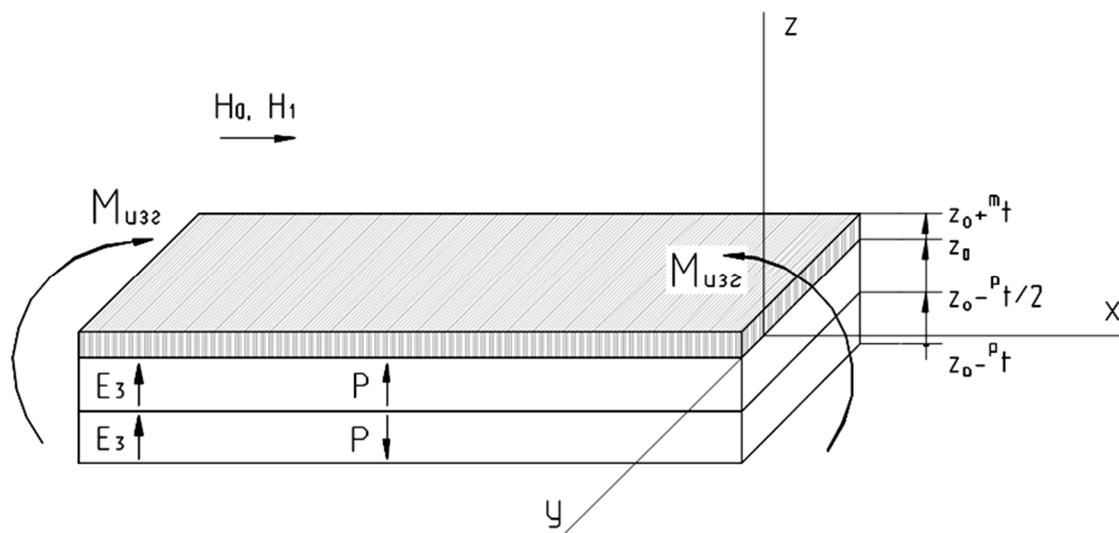


Рис. 1. (а) Слоистая структура состава метглас - цирконат-титанат свинца (ЦТС). Образец длиной  $L$  расположен в плоскости  $XOY$ , ось  $z$  направлена вдоль толщины образца. Подмагничивающее поле  $H_0$  и переменное магнитное поле  $H$  направлены вдоль оси  $x$ . Вектор поляризации пьезоэлектрических слоеви переменное электрическое поле  $E_3$  направлены перпендикулярно плоскости образца. Ненулевой изгибающий момент  $M_{изг}$  вызывает изгиб образца.

Для построения теоретической модели МЭ эффекта используются уравнения упругости и материальные уравнения для пьезоэлектрического и магнитострикционного слоев:

$$\begin{aligned}
 {}^p S_i &= {}^p s_{ij} {}^p T_j + {}^p d_{ki} {}^p E_k; \\
 {}^p D_k &= {}^p d_{ki} {}^p T_i + {}^p \epsilon_{kn} {}^p E_n; \\
 {}^m S_i &= {}^m s_{ij} {}^m T_j + {}^m q_{ki} {}^m H_k; \\
 {}^m B_k &= {}^m q_{ki} {}^m T_i + {}^m \mu_{kn} {}^m H_n;
 \end{aligned} \tag{1}$$

где  $S_i$  и  $T_j$  компоненты тензоров деформации и механического напряжения,  $E_k$  и  $D_k$  компоненты векторов электрического поля и электрического смещения,  $H_k$  и  $B_k$  – компоненты векторов магнитного поля и магнитной индукции,  $s_{ij}$  – податливость;  $q_{ki}$  и  $d_{ki}$  – пьезомагнитный и пьезоэлектрический коэффициенты,  $\epsilon_{kn}$  – диэлектрическая проницаемость и  $\mu_{kn}$  – магнитная проницаемость. Верхние индексы  $p, m$  соответствуют пьезоэлектрической и

пьезомагнитной фазам, соответственно. Предполагается, что симметрия пьезоэлектрической фазы есть  $\infty m$ , а пьезомагнитная фаза обладает кубической симметрией.

МЭ коэффициент по напряжению определяется в результате решения уравнений магнитостатики и эластодинамики в ферромагнетике и уравнений электростатики и эластодинамики в ЦТС с учетом граничных условий. В асимметричных МЭ структурах с переменным составом возникают изгибные деформации, что связано с возникновением в поперечных сечениях образца изгибающих моментов. Теория изгиба основана на гипотезе Бернулли, согласно которой поперечные сечения являются плоскими и перпендикулярными к оси недеформированной балки, причем эти сечения остаются плоскими и перпендикулярными к изогнутой оси после ее деформации. Помимо гипотезы плоских сечений принимается допущение о том, что продольные слои балки при ее изгибе не надавливают друг на друга. Таким образом, деформация сдвига слоев относительно друг друга не учитывается. Единственным напряжением, рассматриваемым в этой теории, является осевое напряжение [9]. Размеры сечения образца предполагаются малыми по сравнению с радиусом кривизны оси балки.

Осевые деформации в слоях магнитострикционно-пьезоэлектрической структуры переменного состава можно рассматривать как сумму продольных деформаций и деформаций за счет изгиба.

$$S_1(x, z) = du_0/dx - z \cdot d^2w/dx^2, \quad (2)$$

где  $u_0$  – смещение вдоль оси  $x$ ,  $w$  – прогиб структуры (смещение вдоль оси  $z$ ).

Рассмотрим деформацию образца в процессе изгиба (рис. 2). Выделим элемент структуры длиной  $dx$ . В результате изгиба поперечные сечения балки повернутся, образовав угол  $d\theta$ . Верхние слои испытывают сжатие, а нижние – растяжение. Поверхность, разделяющая сжатую зону от растянутой есть срединная поверхность. Линия  $OO_1$ , принадлежащая срединной поверхности, сохранит свою первоначальную длину  $dx$ . Радиус кривизны срединной поверхности обозначим через  $R$ .

Рассмотрим деформации слоя, отстоящего на расстоянии  $z_i$  от срединной поверхности и растянутого напряжениями  $T_j$  (рис. 2). Первоначальная длина этого волокна равна  $dx = R d\theta$ . После деформации его длина по дуге  $dx$  стала  $(R+z)d\theta$ . Абсолютное удлинение рассматриваемого волокна  $\Delta L = (R+z)d\theta - R d\theta = z d\theta$ . Относительное удлинение по оси  $x$  (или деформация нейтральной оси) запишется следующим образом

$$u_{bend}(x, z) = z d\theta / R d\theta = z/R,$$

т. е. удлинения волокон пропорциональны их расстояниям до срединной поверхности.

Таким образом, деформацию, возникающую за счет изгиба, можно представить как линейную функцию от вертикальной координаты  $z_i$ , а продольные деформации представить как относительное удлинение срединной плоскостивдоль оси  $x$ . (рис. 2) [35]:

$$\begin{aligned} {}^mS_1 &= {}^mS_{10} + z_m/R; \\ {}^pS_1 &= {}^pS_{10} + z_p/R \end{aligned} \quad (3)$$

где  ${}^mS_{10}$  и  ${}^pS_{10}$  – деформации нейтральной оси вдоль оси  $x$  при  $z_i = 0$ ,  $R$ – радиус кривизны нейтральной оси структуры;  $z_i$  – расстояние от  $i$ -го слоя структуры до срединной плоскости.

Запишем граничные условия для образца, в соответствии с которыми на границе раздела магнестрикционной и пьезоэлектрической фаз наблюдается равенство компонент деформаций:

$${}^pS_1 = {}^mS_1, \quad (4)$$

Очевидно, для деформаций нейтральной осисправедливо следующее выражение:

$${}^mS_{10} - {}^pS_{10} = h_m/R_1,$$

где  $h_m$  – средняя толщина слоев магнестрикционной и пьезоэлектрической фаз.

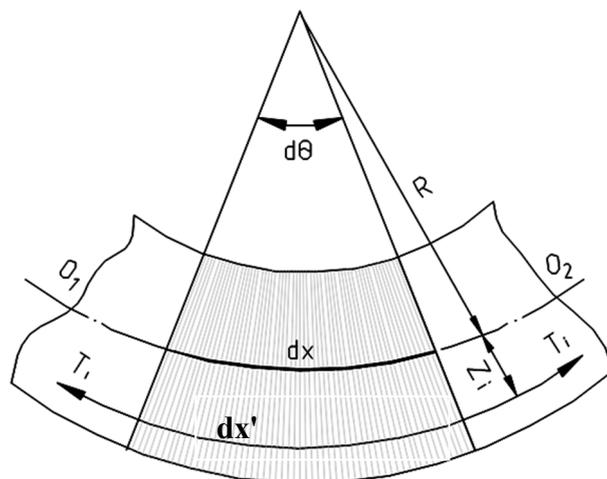


Рис. 2. Деформация структуры при изгибе

Данная модель ограничивается ориентацией полей (рис.1), когда подмагничивающее поле  $H_0$  и переменное магнитное поле  $H_1$  параллельны друг другу и лежат в плоскости

образца. Предполагается, что слой ЦТС поляризован вдоль оси  $z$  и переменное электрическое поле индуцируется также в направлении оси  $z$ . Известно, что при такой ориентации полей МЭ коэффициент имеет максимальную величину, и влияние размагничивающего поля минимально [1, 2]. В этом случае уравнение (2) можно переписать, используя формулы (1) и (5) следующим образом

$$\begin{aligned} {}^m S_{10} + z_m/R_1 &= {}^m s_{11} \quad {}^m T_1 + {}^m q_{11} \quad {}^m H_1 \\ {}^m S_{10} + (z_p - h_m)/R_1 &= {}^p s_{11} \quad {}^p T_1 + {}^p d_{31} \quad {}^p E_3 ; \end{aligned} \quad (5)$$

Для выполнения условия равновесия погонные осевые силы в слоях структуры должны в сумме равняться нулю,

$${}^m F_1 + {}^p F_1 = 0, \quad (6)$$

где  $F_{i1} = \int_{-t/2}^{t/2} T_1 dz_1$ ,  ${}^m t$  и  ${}^p t$  – толщины пьезомагнитного и пьезоэлектрического слоев. Далее,

необходимо решить уравнение (5) относительно  ${}^i T_j$  и подставить в уравнение (6). Подстановка уравнений (2), (6) в уравнение (4), позволяет найти  ${}^m S_{10}$ :

$${}^m S_{10} = \frac{s_1}{t} \left[ {}^m Y \int_{-m/2}^{m/2} {}^m q_{11} \quad {}^m H_1 dz_1 + {}^p Y \left( \int_{-p/2}^{p/2} {}^p d_{31} \quad {}^p E_3 dz_1 + \frac{{}^p t h_m}{R} \right) \right], \quad (7)$$

где  $s_I = t({}^m t {}^m Y + {}^p t {}^p Y + {}^s t {}^s Y)^{-1}$ ,  $t = {}^m t + {}^p t$ ,  ${}^m Y$  и  ${}^p Y$  – модули упругости пьезомагнитной и пьезоэлектрической компонент.

В условиях равновесия моменты погонных осевых сил в слоях структуры должны уравновешиваться результирующей изгибных моментов  $M_{mj}$ ,  $M_{pj}$ , возникающих в пьезоэлектрическом и магнитострикционном слоях в расчете на единицу ширины слоя. Таким образом,

$$\begin{aligned} F_{m1} h_m + F_{p1} (h_m + h_p) &= M_{m1} + M_{p1} + M_{s1}, \\ F_{m2} h_m + F_{p2} (h_m + h_p) &= M_{m2} + M_{p2} + M_{s2}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $M_{i1} = \int_{-t/2}^{t/2} z_i^i T_1 dz_i$  и  $M_{i2} = \int_{-t/2}^{t/2} z_i^i T_2 dz_i$ .

Учитывая уравнения (4), (5) и (7), а также условие равновесия (8), можно найти радиус изгиба  $R$ . Для вычисления деформаций нейтральной оси, значения радиуса кривизны нужно подставить в уравнение (8). После того, как деформации определены, из уравнения (5) можно найти осевое напряжение  ${}^i T_1$ . Чтобы получить выражение для МЭ коэффициента по напряжению, воспользуемся условием разомкнутой цепи на границе раздела слоев:

$$D_3=0 \tag{9}$$

Очевидно, что  $D_3$  равно нулю для любого  $z$ , поскольку электрическая индукция является бездивергентной и имеет только одну компоненту  $D_3$ . В данном случае уравнения (1) и (8) приводят к выражению для МЭ коэффициента по напряжению

$$\alpha_{E31} = \frac{E_3}{H_1} = - \int_{-p/2}^{p/2} \frac{p d_{31} p T_1}{t H_1 p \epsilon_{33}} dz; \tag{10}$$

где  $E_3$  и  $H_1$  – среднее значение электрического поля, индуцируемого пьезоэлектрическим слое, и внешнее переменное магнитное поле. Механическое напряжение  $p T_1$  находится из уравнений (5) и (7).

## 2 Результаты моделирования магнитоэлектрического эффекта

Результаты расчета МЭ коэффициента  $\alpha=U/H_1$  ( $U$ –индуцируемое напряжение) для слоистой структуры состава метглас – биморфный пьезоэлектрический преобразователь на основе ЦТС приведены на рис. 3. На этом же рис. приведены результаты расчета МЭ коэффициента для двухслойной структуры состава метглас – ЦТС. В расчетах использовались следующие материальные параметры:  $p d_{31} = -270 \cdot 10^{-12} \text{ м/В}$ ,  $p \epsilon_{33} / \epsilon_0 = 3250$ ;  $p s_{11} = 15.3 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2/\text{Н}$ ;  $m q_{11} = 1.81 \cdot 10^{-8} \text{ м/А}$ ;  $m s_{11} = 10 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2/\text{Н}$ .

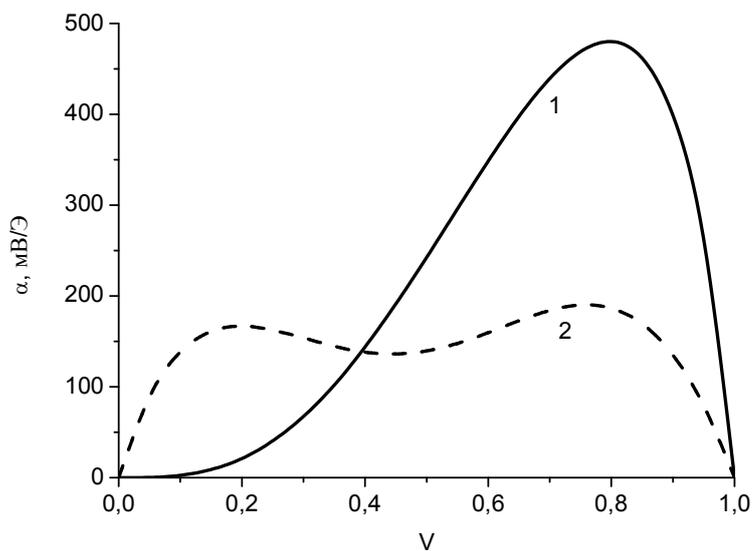


Рис. 3. Зависимость МЭ коэффициента от объемной доли пьезоэлектрика для слоистых структур состава: 1 - метглас – биморфный пьезоэлектрический преобразователь на основе ЦТС; 2 - метглас - ЦТС

Из рис. 3 следует, что зависимость МЭ коэффициента от объемной доли пьезоэлектрика имеет вид кривой с двумя максимумами, что связано с наличием изгибных деформаций двухслойного образца [2]. Использование биморфного пьезоэлектрического преобразователя в составе магнитострикционно-пьезоэлектрической структуры вместо однородного пьезоэлектрического слоя позволяет увеличить максимальное значение МЭ коэффициента с 190 мВ/Э до 480 мВ/Э. При этом объемная доля пьезоэлектрика, соответствующая максимуму  $\alpha$  увеличивается с 0.77 до 0.8.

К достоинствам магнитострикционно-пьезоэлектрической структуры на основе биморфного пьезоэлектрического преобразователя следует отнести устойчивость по отношению к внешним аксиальным механическим напряжениям вследствие компенсации наводимых электрических напряжений в слоях биморфного преобразователя. Поэтому описанную магнитострикционно-пьезоэлектрическую структуру рекомендуется использовать при проектировании помехоустойчивых датчиков магнитного поля.

### **Заключение**

В данной работе рассмотрена модель МЭ эффекта в магнитострикционно-пьезоэлектрических структурах на основе пьезоэлектрического преобразователя. На примере слоистой структуры состава метглас – ЦТС показано, что использование биморфного пьезоэлектрического преобразователя в составе магнитострикционно-пьезоэлектрической структуры вместо однородного пьезоэлектрического слоя позволяет увеличить максимальное значение МЭ коэффициента с 190 мВ/Э до 480 мВ/Э. Исследованная структура обладает устойчивостью по отношению к внешним аксиальным механическим напряжениям, что позволяет рекомендовать ее для использования при проектировании помехоустойчивых датчиков магнитного поля.

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках государственного заказа.*

### **Список литературы**

1. C.-W. Nan, M.I. Bichurin, C. Dong, D. Viehland, and G. Srinivasa, J. Appl. Phys. **103**, 031101 (2008).
2. M.I. Bichurin, V.M. Petrov, Modeling of Magnetoelectric Effects in Composites. Springer, Springer Series in Materials Science (Book 201), 2014, 108 P.
3. J.W. Wan, Z.Y. Li, Y. Wang, M. Zeng, G. H. Wang, and J.-M. Liu, Appl. Phys. Lett. **86**, 202504 (2005).
4. D.V. Chashin, Y.K. Fetisov, K.E. Kamentsev, and G. Srinivasan, Appl. Phys. Lett. **92**, 102511 (2008).

5. A.A. Bush, K.E. Kamentsev, V.F. Mesherykov, Y. K. Fetisov, D. V. Chashin, and L. Y. Fetisov, *Technical Physics*, **54**, 1314 (2009) [*Zh. Tekhn. Fiziki*, **79**, 71 (2009)].
6. V.M. Petrov, G. Srinivasan, M.I. Bichurin, and T.A. Galkina, *J. Appl. Phys.*, **105**, 061911 (2009).
7. J. Zhai, Z. Xing, S. Dong, J. Li and D. Viehland, *J. Amer. Ceramics Soc.*, **91**, 351 (2008).
8. Y.K. Fetisov, V.M. Petrov, G. Srinivasan, *J. Mater. Res.* **22**, 2074 (2007).
9. S. P. Timoshenko and D. H. Young. *Vibration problems in engineering*. (N. Y.: Van Nostrand Co., Inc., 1955).

**Р е ц е н з е н т ы :**

Захаров А.Ю., д.ф.-м.н., профессор, заведующий  
секцией кафедры общей и  
экспериментальной физики ИЭИС «НовГУ», г.  
Великий Новгород;  
Селезнев Б.И., д.т.н., профессор, заведующий  
кафедрой ФТТМ ИЭИС «НовГУ» г. Великий  
Новгород.