УДК 681.5.013

РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ПРИВОДАМИ МАНИПУЛЯЦИОННОГО РОБОТА

Дыда А.А.[1], Оськин Д.А.[1], Осокина Е.Б.[2]

[1]Дальневосточный федеральный университет, Владивосток, Россия (690950, г. Владивосток, ул. Суханова, 8), e-mail: adyda@mail.ru, daoskin@mail.ru, vasily_markin@mail.ru
[2]Морской государственный университет имени адмирала Г.И. Невельского, Владивосток, Россия (690003, г. Владивосток, ул. Верхнепортовая, д. 50, корп. А)

Предложен и исследован подход к синтезу робастного управления исполнительными приводами манипуляционного робота на базе параметризованного уравнения динамики управляемого объекта. Исходное описание уравнений динамики робота - манипулятора представлено линейной комбинацией вектора неопределенных параметров манипулятора и матрицы-регрессора известной структуры. Вводится вектор вспомогательных переменных, аналогичных переключающим сигналам традиционных систем с переменной структурой. Далее формируется функция Ляпунова в виде квадратичной формы, построенной на основе матрицы инерции манипулятора. Для компенсации нелинейных составляющих методом функции Ляпунова синтезирован алгоритм робастного управления сигнального вида. Показано, что выбранное управление обеспечивает асимптотическую устойчивость системы управления манипуляционного робота. Предложенный подход допускает определенную степень свободы при выборе вида переключающих сигналов в системе управления.

Ключевые слова: робастное управление, манипуляционный робот, параметризация, функция Ляпунова.

ROBUST CONTROL FOR ACTUATOR ROBOTIC MANIPULATOR

Dyda A.A.[1], Oskin D.A.[1], Osokina E.B.[2]

[1]Far Eastern Federal University, Vladivostok, Russia (8 Suhanova St., Vladivostok 690950, Russia), e-mail: adyda@mail.ru, daoskin@mail.ru, vasily_markin@mail.ru
[2]Admiral Nevelskoy Maritime State University, Vladivostok, Russia (50a, Verkhneportovaya St., Vladivostok, 690003)

The method of robust control synthesis for robotic manipulator actuator based on parameterized dynamic equations is proposed. Original equations of robotic manipulator dynamics are presented via unknown parameter vector and matrix regress of known structure. An additional variables vector is introduced. Lyapunov's function method is applied to design a robust control system. To compensate the nonlinear components, the robust control algorithm in signal form is synthesized. Lyapunov's function is constructed as a positively definite quadratic form with an inertial matrix of a controlled object. It is shown that the chosen control ensures asymptotic stability of control system for manipulation robot. An advantage of proposed approach is rather wide a choice of possible switching functions.

Keywords: robust control, robotic manipulator, parameterization, Lyapunov function.

Робастный подход синтеза управления подразумевает построение алгоритмов, нечувствительных, «грубых» к различного рода неопределенностям. Ввиду определенной размытости термина «робастность», к системам данного класса будем относить системы с релейным типом управления и настройки, в том числе системы с переменной структурой. Функционирование последних связано с организацией движения по назначенным многообразиям скольжения, которое нечувствительно или робастно к неопределенностям различной природы.

Синтез робастного управления

Рассмотрим уравнения динамики манипуляционного робота (МР) [1, 3, 4]:

$$D(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) + F(\dot{q}) = u\,, \qquad (1)$$

где q – n-мерный вектор обобщенных координат МР;

D(q) – матрица инерции,

$C(q,\dot{q})$ – матрица, определяющая вектор центробежных и кориолисовых сил;

G(q) – вектор статических сил / моментов, действующих на манипулятор;

F(q) - вектор сил / моментов сопротивления;

u – вектор управляющих сил / моментов, создаваемых исполнительными двигателями манипуляционного робота.

Введем векторную переменную

$$s = \dot{q} - v , \qquad (2)$$

где вектор-функция v будет выбрана позже. Следует заметить, что при выборе $v = \dot{q}_d$ вектор s имеет смысл рассогласования между фактическим и желаемым значениями обобщенных координат робота; при выборе $v = \dot{q}_d - \Lambda(q - q_d)$ вектор s описывает поверхность скольжения и т.д.

Из определения s очевидно, что

$$s + v = \dot{q} \qquad (3)$$

и, следовательно,

$$\dot{s} + \dot{v} = \ddot{q} . \qquad (4)$$

В этом случае уравнение динамики может быть переписано в следующем виде:

$$D(q)\dot{s} + C(q,\dot{q})s + D(q)\dot{v} + C(q,\dot{q})v + G(q) + F(\dot{q}) = u . \qquad (5)$$

Далее воспользуемся следующим свойством уравнений динамики манипуляционных роботов: указанные уравнения, как и уравнения динамики МР, всегда можно параметризовать, т. е. записать в линейной форме относительно параметров манипулятора или их комбинаций.

Итак, в силу отмеченного свойства левая часть уравнений динамики манипуляционного робота (без учета сил и моментов вязкого сопротивления) представима в виде

$$D(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) = \Phi(q,\dot{q},\ddot{q})\xi , \qquad (6)$$

где

$$\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_m)^T \; –$$

надлежащим образом выбранный m-мерный вектор параметров манипулятора или их комбинаций, $\Phi(q,\dot{q},\ddot{q})$ – так называемая матрица-регрессор, структура которой известна и которая не содержит параметров манипулятора. Размерность матрицы ϕ равна $(n \times m)$.

С учетом параметризации (6) уравнения динамики МР примут следующий вид:

$$D(q)\dot{s} + C(q,\dot{q})s + \Phi(q,\dot{q},v,\dot{v})\xi + F(\dot{q}) = u . \qquad (7)$$

Выберем теперь закон управления в виде[2]:

$$u = \Phi(q,\dot q,v,\dot v)\chi - k_1 s - k_2\|s\|s - k_3\|v\|\operatorname{sign}s - \\ -k_3\|v\|^2\operatorname{sign}s - k_4\|v\|\|s\|\operatorname{sign}s, \tag{8}$$

где

$$\operatorname{sign}s = (\operatorname{sign}s_1, \operatorname{sign}s_2, ..., \operatorname{sign}s_n)^T,$$

а функция χ должна быть далее выбрана надлежащим образом.

Из уравнения (7) выразим слагаемое $D\dot s$:

$$D(q)\dot s = u - C(q,\dot q)s - \Phi(q,\dot q,v,\dot v)\xi - F(\dot q). \tag{9}$$

При выбранном виде закона управления (8) соотношение (9) преобразуется к следующему:

$$D(q)\dot s = \Phi(q,\dot q,v,\dot v)\chi - \Phi(q,\dot q,v,\dot v)\xi - C(q,\dot q)s - F(\dot q) - \\ -k_1 s - k_2\|s\|s - k_3\|v\|\operatorname{sign}s - k_3\|v\|^2\operatorname{sign}s - k_4\|v\|\|s\|\operatorname{sign}s. \tag{10}$$

Выберем функцию Ляпунова в виде

$$V = \frac{1}{2}s^T D s. \tag{11}$$

(напомним, что матрица инерции D(q) является положительно-определенной).

Полная производная функции Ляпунова по времени вдоль траектории системы вычисляется как

$$\dot V = s^T D\dot s + \frac{1}{2}s^T\dot D s.$$

Заменяя слагаемое $D\dot s$ в соответствии с выражением (10), приходим к следующему виду производной функции Ляпунова:

$$\dot V = s^T(\Phi(q,\dot q,v,\dot v)\chi - \Phi(q,\dot q,v,\dot v)\xi - C(q,\dot q)s - F(\dot q) - -k_1 s \\ -k_2\|s\|s - k_3\|v\|\operatorname{sign}s - k_3\|v\|^2\operatorname{sign}s - k_4\|v\|\|s\|\operatorname{sign}s) + \frac{1}{2}s^T\dot D s \tag{12}$$

В выражении для $\dot V$ имеется слагаемое вида

$$\frac{1}{2}s^T\dot D s - s^T C(q,\dot q)s = \frac{1}{2}s^T\left(\dot D - 2C\right)s = 0$$

в силу известного свойства кососимметричности матрицы $\dot D - 2C$.

Теперь выполним оценку слагаемого $s^T F(\dot q)$ в выражении для производной функции Ляпунова. Из (3) следует, что

$$\|\dot q\| = \|s + v\| \le \|s\| + \|v\|$$

$$\|\dot q\|^2 \le (\|s\| + \|v\|)^2$$

Далее для синтеза управления будут необходимы оценки вектора $F(\dot q)$.

Анализ математических моделей [2] показывает, что силы и моменты сопротивления, действующие на МР (с учетом ограничений на координаты), с высокой степенью точности можно аппроксимировать следующим аналитическим соотношением:

$$F_i(\dot{q}) = k_{1i}\dot{q}_i + \dot{q}_i \sum_{j=1}^{n} k_{2ij}\dot{q}_j + \dot{q}_i \sum_{j=1}^{n} k_{3ij}\left|\dot{q}_j\right|, \qquad (13)$$

где k_{1i}, k_{2ij}, k_{3ij} – ограниченные коэффициенты.

Оценим норму вектора

$$F(\dot{q}) = \left(F_1(\dot{q}), F_2(\dot{q}), \ldots, F_n(\dot{q})\right)^T.$$

Из приведенного выражения (13) следует неравенство:

$$\left|F_i(\dot{q})\right| \le \left|k_{1i}\right|\left|\dot{q}_i\right| + \left|\dot{q}_i\right|\sum_{j=1}^{n}\left|k_{2ij}\right|\left|\dot{q}_j\right| + \left|\dot{q}_i\right|\sum_{j=1}^{n}\left|k_{3ij}\right|\left|\dot{q}_j\right| \le$$

$$\le \left|k_{1i}\right|\left|\dot{q}_i\right| + \sum_{j=1}^{n}\left(\left|k_{2ij}\right| + \left|k_{3ij}\right|\right)\left|\dot{q}_j\right|^2$$

для $i = 1, \ldots n$.

Из очевидного условия

$$\left\|F(\dot{q})\right\| \le \sum_{i=1}^{n}\left|F_i(\dot{q})\right|$$

следует оценка нормы вектора сил / моментов вязкого сопротивления:

$$\left\|F(\dot{q})\right\| \le \bar{k}_1\left\|\dot{q}\right\| + \bar{k}_2\left\|\dot{q}\right\|^2, \qquad (14)$$

где $\bar{k}_1 \ge \sum_{i=1}^{n}\left|k_{1i}\right| > 0$,

$$\bar{k}_2 \ge \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\left|k_{2ij}\right| + \left|k_{3ij}\right|\right) > 0 \text{ –}$$

положительные константы.

Теперь для оценки производной функции Ляпунова имеем следующие неравенство:

$$\begin{aligned} &-s^T F(\dot{q}) \le \|s\|\left\|F(\dot{q})\right\| \le \|s\|\left(\bar{k}_1\|\dot{q}\| + \bar{k}_2\|\dot{q}\|^2\right) \le \\ &\le \|s\|\left(\bar{k}_1\|s\| + \bar{k}_1\|v\| + \bar{k}_2\|s\|^2 + 2\bar{k}_2\|s\|\|v\| + \bar{k}_2\|v\|^2\right). \end{aligned} \qquad (15)$$

Заменяя в соотношении (12) слагаемое – $s^T F(q)$ полученной мажорирующей функцией (15), приходим к следующему неравенству:

$$\begin{aligned} &\dot{V} \le s^T\left(\Phi(q,\dot{q},v,\dot{v})\chi - \Phi(q,\dot{q},v,\dot{v})\xi - k_1 s - k_2\|s\|s - \right.\\ &\left. - k_3\|v\|\operatorname{sign}s - k_3\|v\|^2\operatorname{sign}s - k_4\|v\|\|s\|\operatorname{sign}s\right) + \\ &+ \|s\|\left(\bar{k}_1\|s\| + \bar{k}_1\|v\| + \bar{k}_2\|s\|^2 + 2\bar{k}_2\|s\|\|v\| + \bar{k}_2\|v\|^2\right). \end{aligned} \qquad (16)$$

После преобразования неравенство принимает вид, более удобный для анализа:

$$\dot{V} \le s^T \left(\Phi\left(q,\dot{q},v,\dot{v}\right)\chi - \Phi\left(q,\dot{q},v,\dot{v}\right)\xi \right) - k_1 \|s\|^2 - k_2 \|s\|^3 -$$
$$-k_3 \|v\| \sum_{i=1}^{n} |s_i| - k_3 \|v\|^2 \sum_{i=1}^{n} |s_i| - k_4 \|v\| \|s\| \sum_{i=1}^{n} |s_i| + \bar{k}_1 \|s\|^2 + \tag{17}$$
$$+\bar{k}_1 \|v\| \|s\| + \bar{k}_2 \|s\|^3 + 2\bar{k}_2 \|s\|^2 \|v\| + \bar{k}_2 \|s\| \|v\|^2 .$$

Выберем теперь коэффициенты в выражении закона управления (17) таким образом, чтобы обеспечить отрицательность производной функции Ляпунова. Положим, что

$$k_1 = \mathrm{diag}\left(k_{1ii}\right),\ k_{1ii} \ge \bar{k}_1$$

$$k_2 = \mathrm{diag}\left(k_{2ii}\right),\ k_{2ii} \ge \bar{k}_2$$

$$k_3 = \mathrm{diag}\left(k_{3ii}\right),\ k_{3ii} \ge \max\left\{\bar{k}_1, \bar{k}_2\right\}$$

$$k_4 = \mathrm{diag}\left(k_{4ii}\right),\ k_{4ii} \ge 2\bar{k}_2 .$$

$$\chi_j = -\left|\xi_j\right|_{max} \mathrm{sign}\left(\sum_{i=1}^{n} s_i \Phi_{ji} \right) \tag{18}$$

С учетом очевидного неравенства

$$\sum_{i=1}^{n} |s_i| \ge \|s\|$$

нетрудно убедиться в том, что выбранные значения коэффициентов закона управления (8) обеспечивают отрицательность полной производной по времени функции Ляпунова и, следовательно, асимптотическую устойчивость системы управления робота. Изображающая точка системы, возможно за конечное время, попадает на многообразие $s = 0$, которое определяет финальную часть процессов в системе управления[5]. В свою очередь, само многообразие $s = 0$ определяется выбором функции v в выражении (2). Удобство настоящего подхода заключается в том, что собственно выбор функции v может быть сделан практически независимо от других этапов синтеза. Надлежащим выбором функции v (не обязательно в линейном виде) обеспечивается асимптотическое стремление обобщенных координат МР q_i к желаемым программным значениям.

Работа поддержана Министерством науки и образования Российской Федерации, Государственный контракт 02G25.31.0025.

Список литературы

1. Вукобратович М., Стокич Д., Кирчански Н. Неадаптивное и адаптивное управление манипуляционными роботами. – М.: Мир, 1989. – 376 с

2. Дыда А.А. Синтез адаптивного и робастного управления исполнительными устройствами подводных роботов: дис. д-ра техн. наук. Владивосток, 1998. 399 с

3. Медведев В.С., Лесков А.Г., Ющенко А.С. Системы управления манипуляционных роботов. – М.: Наука, 1978. – 416 с.

4. Пятницкий Е.С. Синтез управления манипуляционными роботами на принципе декомпозиции // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1987. № 3. С. 92–99.
5. Уткин В.И. Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления. – М.: Наука., Гл. ред. физ.-мат. лит., 1981. – 368 с.

Рецензенты:

Завьялов В.В., д.т.н., профессор, профессор кафедры Технических средств судовождения, Морской государственный университет имени адмирала Г.И. Невельского, г. Владивосток;

Глушков С.В., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой Автоматических и информационных систем, Морской государственный университет имени адмирала Г.И. Невельского, г. Владивосток.