

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ЗАЯВОК В РОУТЕРЕ С ЗАДАНИЕМ СООТНОШЕНИЙ ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ОБСЛУЖИВАНИЯ В МНОГОКАНАЛЬНОЙ СМО

Бутов А.А.¹, Галимов Л.А.¹

¹ФГБОУ ВПО «Ульяновский государственный университет», Ульяновск, Россия (432700, г. Ульяновск, Набережная реки Свияги, 1, корпус 1, ауд. 604), email: lin8773@yandex.ru

В настоящей работе рассматривается выбор оптимальной стратегии управления распределением заявок с точки зрения наименьшего значения предельной очереди в системе при разных соотношениях интенсивностей обслуживания. Сравниваются три случая распределения заявок на обслуживающее устройство в момент времени t : равномерное распределение заявок на сервер, распределение заявок с наименьшей очередью и распределение заявок на устройство с наименьшим значением произведения интенсивности обслуживания в единицу времени и очереди. Решение задачи представлено методами имитационного стохастического моделирования. В статье представлена математическая модель многоканальной системы массового обслуживания в терминах точечных процессов, её алгоритмизация, числовые эксперименты и результирующие графики значений характеристик работы системы. В заключении приведены соответствующие выводы о выборе оптимальной стратегии управления роутером при различных соотношениях интенсивностей обслуживания приборов.

Ключевые слова: роутер, имитационное моделирование, многоканальная система массового обслуживания, оптимальное управление.

OPTIMAL CONTROL OF DISTRIBUTED REQUESTS IN THE ROUTER FOR A GIVEN RATIOS OF SERVICE RATES IN THE MULTI-SERVER QUEUEING SYSTEMS.

Butov A.A.¹, Galimov L.A.¹

¹International Relations Department Ulyanovsk State University, Ulyanovsk, Russia (432700, Ulyanovsk, street Naberezhnaya reki Sviyagi, 1, 604), email: lin8773@yandex.ru

The article deals with selection of the optimal control strategy of customer distribution according to the smallest value of the threshold queue in the system for various ratios of the service intensities. Three cases of distributed requests on the servers at time t are compared: uniform distribution of requests on the server, distribution of requests with the smallest queue and distribution of requests on the server with smallest value of product of the service intensity per time unit and queue. The problem solving is presented by stochastic modeling simulation. A mathematical model of multi-server queueing systems in terms of point processes, its algorithm presentation, the numerical experiments and resulting graphs of the system performance are presented in this article. The summary deduces adequate conclusions on the proper selection of the router control for various ratios of the service intensities.

Keywords: router, simulation modeling, multi-server queueing system performance, optimal control of requests

В настоящее время наиболее актуальной задачей при построении систем массового обслуживания в различных областях человеческой деятельности является достижение высокой эффективности функционирования системы при ограниченных ресурсах системы. В данном случае каждая такая система характеризуется следующими особенностями: потоком требований, дисциплиной и функцией распределения длительности обслуживания, очередью. Характеристикой работы данной системы будет являться: оценки вероятностей потерь, длины очереди, ожидания заявки в системе и т.п. Для достижения оптимального функционирования системы в теории массового обслуживания необходим «системный подход», полное и комплексное рассмотрение всех последствий каждого решения.[2] Таким образом, возникает

задача нахождения таких параметров системы, при котором достигались бы оптимальные значения основных характеристик работы СМО.

В настоящей работе представлен выбор оптимальной стратегии управления распределением заявок (с точки зрения наименьшего значения предельной очереди в системе) с заданием интенсивностей обслуживания в многоканальной системе массового обслуживания с пуассоновским потоком поступления заявок и экспоненциальным временем обслуживания. Сравниваются три случая распределения заявок на обслуживающие устройства в момент времени t при разных интенсивностях поступления и обслуживания заявок. А именно: равномерное распределение заявок, распределение заявок с наименьшей очередью и распределение заявок на устройство с наименьшим значением произведения интенсивности обслуживания в единицу времени и очереди. Решение задачи представлено методами имитационного стохастического моделирования, включающими формальное построение математической модели, её алгоритмизация, численное нахождение критериев оценки работы СМО.

Математическая модель системы массового обслуживания с роутером и двумя обслуживающими устройствами.

Построим математическую модель для многоканальной СМО с роутером и двумя обслуживающими устройствами в терминах точечных процессов [1]:

Пусть процесс $(A_t^i)_{t \geq 0}$ - точечный считающий процесс числа поступивших в i -ю систему заявок. $(Q_t^i)_{t \geq 0}$ - число заявок в очереди, ожидающих своего обслуживания в момент времени $t \geq 0$. $(D_t^i)_{t \geq 0}$ - точечный процесс, описывающий число обслуженных заявок. Тогда основное балансовое уравнение для i -ой системы запишется в виде:

$$Q_t^i = Q_0^i + A_t^i - D_t^i \tag{1}$$

где $Q_0^i \geq 0$ - число заявок для i -го сервера в начальный момент времени $t = 0$ $A_0^i = 0$, $D_0^i = 0$, $i = 1, 2$.

Схематическая модель многоканальной СМО с роутером выглядит следующим образом:

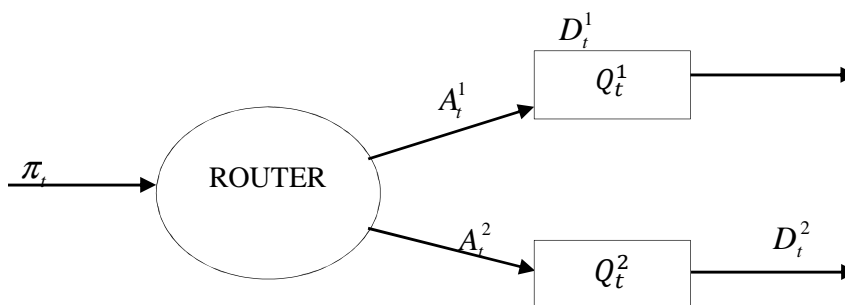


Рис. 1 Общая схема модели СМО

1. Основной поток $\pi = (\pi_t)_{t \geq 0}$ - пуассоновский процесс с компенсатором вида:

$$\tilde{\pi}_t = \lambda \cdot t \quad (2)$$

где $\lambda > 0$ - интенсивность поступления заявок.

2. Процессы A_t^1, A_t^2 характеризуют работу роутера:

$$A_t^1 = \int_0^t r_{s-}^1 d\pi_s, \quad (3.1)$$

$$A_t^2 = \int_0^t r_{s-}^2 d\pi_s, \quad (3.2)$$

где r_s^1, r_s^2 - индикаторные функции, которые могут быть представлены одним из следующих вариантов:

$$\begin{cases} r_0^1 = 1 \\ r_s^1 = I(r_{s-}^1 = 0), s < t \\ r_s^2 = 1 - r_s^1, s < t \end{cases} \quad (4.1)$$

$$\begin{cases} r_s^1 = I(Q_s^1 \leq Q_s^2), s < t \\ r_s^2 = I(Q_s^1 > Q_s^2), s < t \end{cases} \quad (4.2)$$

$$\begin{cases} r_s^1 = I(\delta^1 \cdot Q_s^1 \leq \delta^2 \cdot Q_s^2), s < t \\ r_s^2 = I(\delta^1 \cdot Q_s^1 > \delta^2 \cdot Q_s^2), s < t \end{cases} \quad (4.3)$$

3. D_t^i - потоки обслуженных заявок с компенсаторами вида:

$$D_t^i = \int_0^t \delta^i Q_s^i ds, \quad (5)$$

где $\delta^i > 0$ - интенсивность обслуживания заявок.

Эксперимент

Пусть δ^1, δ^2 - интенсивности обслуживания 1-го и 2-го устройств соответственно.

Введём,

$$\Delta = \delta^1 + \delta^2 \quad (6)$$

Представим значение α^1 как отношение суммы предельных очередей для 1-го и 2-го устройств для типа распределения (4.1) и (4.2), тогда

$$\alpha^1 = \frac{m_{4.1}}{m_{4.2}} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned}
m_{4.1} &= \lim_{t \rightarrow \infty} E(Q_t^1 + {}_{4.1}Q_t^2) \\
m_{4.2} &= \lim_{t \rightarrow \infty} E(Q_t^1 + {}_{4.2}Q_t^2) \\
m_{4.3} &= \lim_{t \rightarrow \infty} E(Q_t^1 + {}_{4.3}Q_t^2)
\end{aligned}
\tag{8}$$

Аналогично введём

$$\alpha^2 = \frac{m_{4.2}}{m_{4.3}}, \quad \alpha^3 = \frac{m_{4.1}}{m_{4.3}}
\tag{9}$$

Построим при фиксированном значении Δ графики функций $\alpha^1, \alpha^2, \alpha^3$ в зависимости от $\frac{\delta^1}{\delta^2}$.

Шаг:

$$\begin{aligned}
\delta^1 &= \frac{k}{N} \Delta \\
\delta^2 &= \Delta \cdot \left(1 - \frac{k}{N}\right),
\end{aligned}
\tag{10}$$

Где $k = 1 \dots N$, N - количество точек.

Эксперимент 1

Параметр	Значение
Моделируемое время, T	50 000
Δ	1,0
Количество точек, N	10
Интенсивность поступления заявок, λ	0,65
Предельная очередь, Q_{\max}^1	1 000
Предельная очередь, Q_{\max}^2	1 000

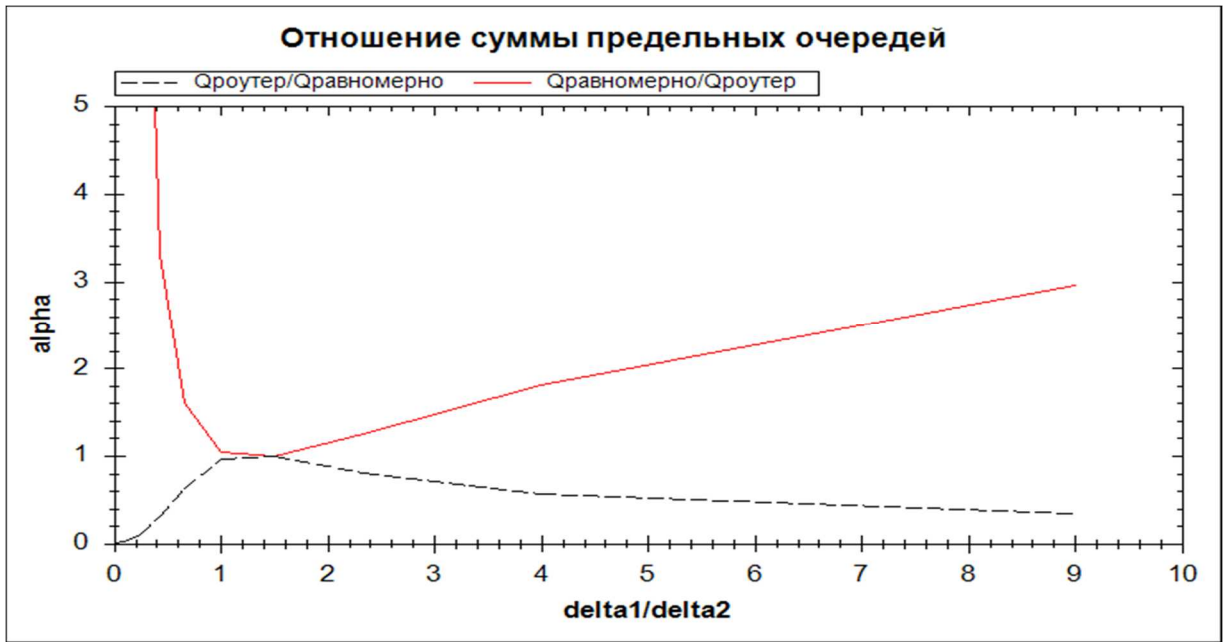


Рис.2. Графики α^1 и $\frac{1}{\alpha^1}$ в зависимости от $\frac{\delta^1}{\delta^2}$.

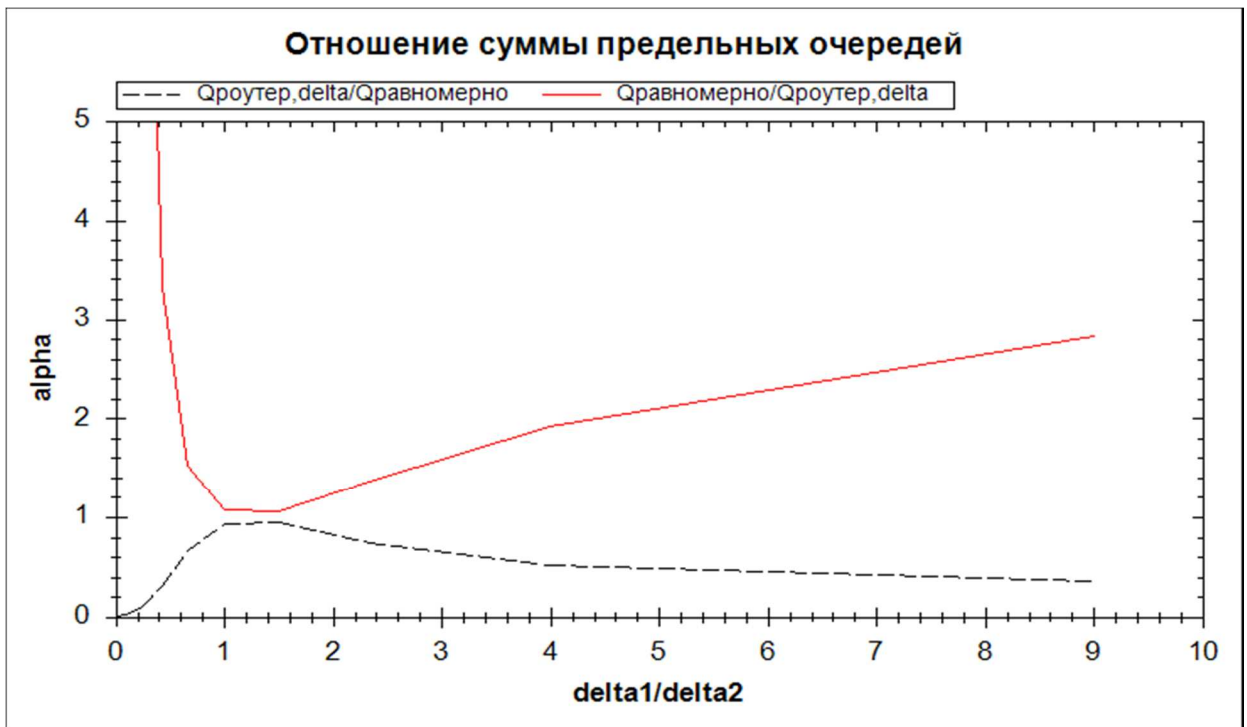


Рис.3. Графики α^2 и $\frac{1}{\alpha^2}$ в зависимости от $\frac{\delta^1}{\delta^2}$.

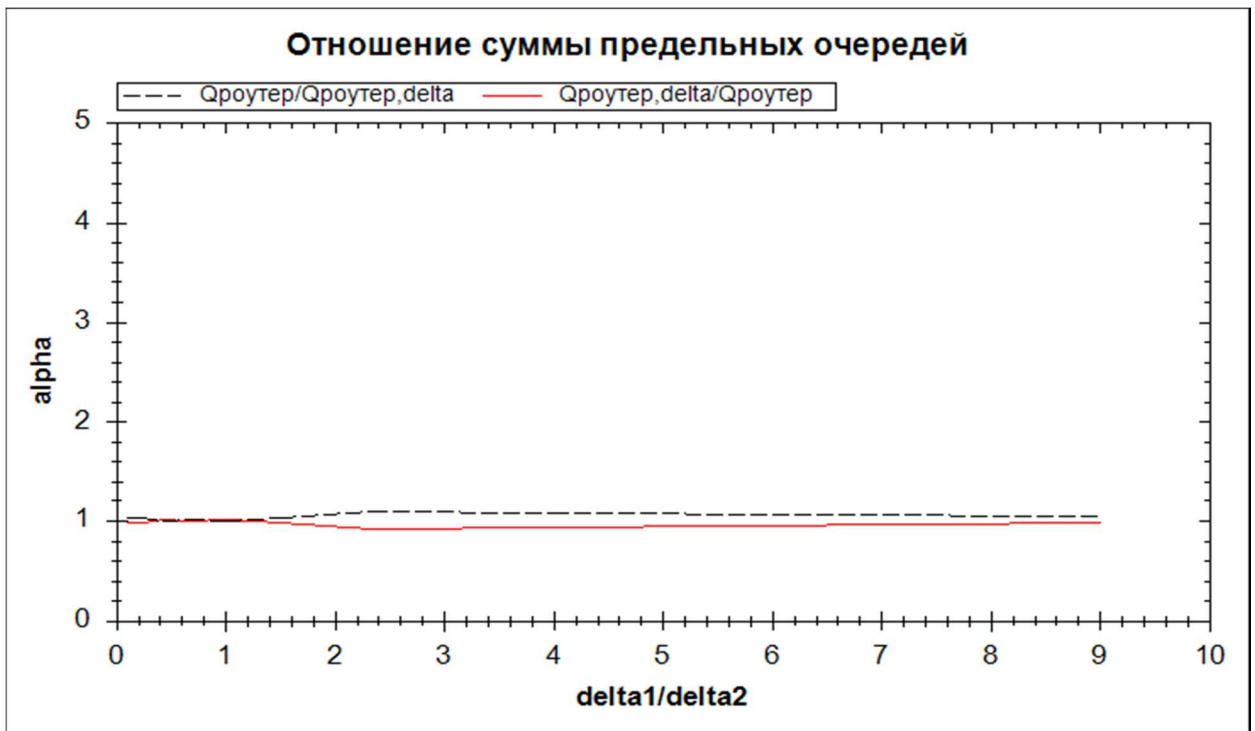


Рис.4. Графики α^3 и $\frac{1}{\alpha^3}$ в зависимости от $\frac{\delta^1}{\delta^2}$.

Эксперимент 2

Параметр	Значение
Моделируемое время, T	50 000
Δ	1,0
Количество точек, N	10
Интенсивность поступления заявок, λ	1,2
Предельная очередь, Q_{\max}^1	1 000
Предельная очередь, Q_{\max}^2	1 000

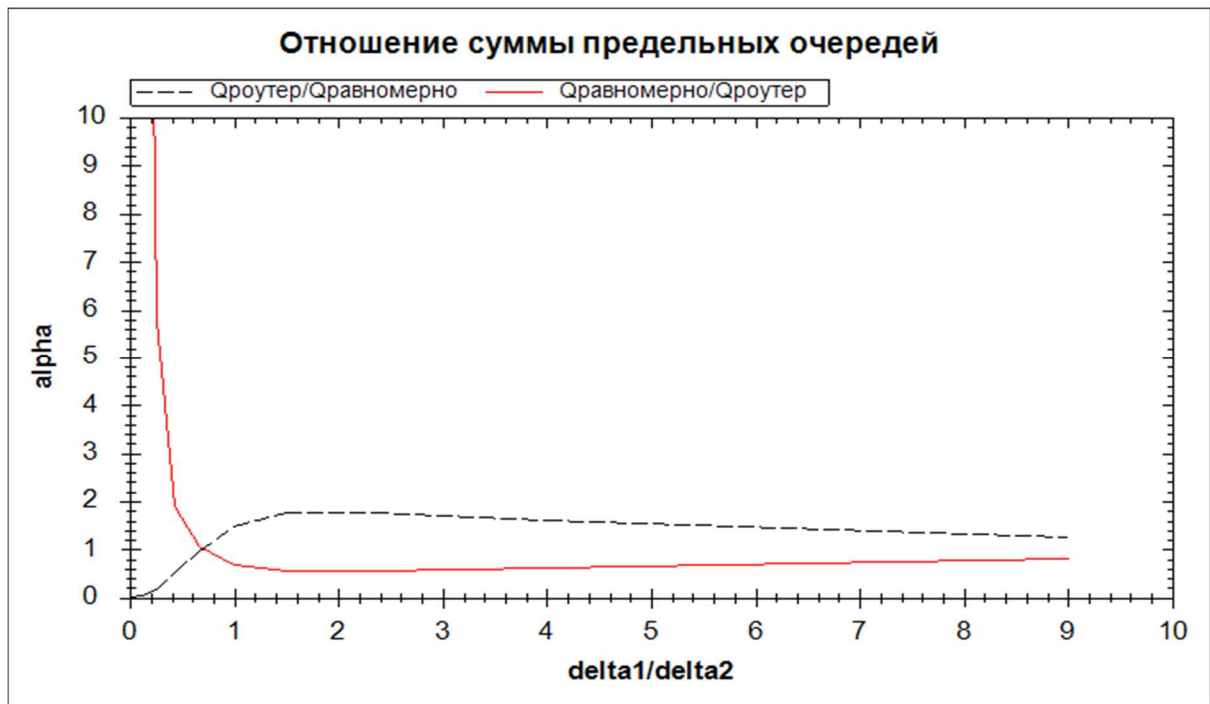


Рис. 5. Графики α^1 и $\frac{1}{\alpha^1}$ в зависимости от $\frac{\delta^1}{\delta^2}$.

Заключение

1. Модель роутера (4.1) эффективна при отсутствии очереди на приборах (интенсивность прихода заявки в систему ниже общей интенсивности обслуживания)

($\lambda > \delta^1 + \delta^2$). Причём минимальное значение $\frac{m_{4.3}}{m_{4.1}}$ достигается при $\frac{\delta^1}{\delta^2} \rightarrow 1$.

2. Модели роутера (4.2), (4.3) эффективны при $\lambda < \delta^1 + \delta^2$ (Интенсивность прихода заявки выше общей интенсивности обслуживания). Причём максимальные значения $\frac{m_{4.1}}{m_{4.3}}$,

$\frac{m_{4.2}}{m_{4.3}}$ достигаются при $\frac{\delta^1}{\delta^2} \rightarrow 1$.

Список литературы

1. Бутов А.А., Раводин К.О. Теория случайных процессов: учебно-методическое пособие. – Ульяновск: УлГУ, 2009. – 62 стр.
2. Бутов А.А., Савинов Ю.Г. Теория массового обслуживания: учебно-методическое пособие. – Ульяновск: УлГУ, 2007. – 43 с.
3. Волков И.К. Зуев С.М., Цветкова Г.М. Случайные процессы: Учеб. Для вузов/ Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. – 448 с.
4. Лоу М. Аверилл, Кельтон, В. Дэвид. Имитационное моделирование. Классика CS. 3 – е изд. – Спб.: Питер., 2004, - 847 с.

5. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем: искусство и наука. – М.: Изд-во Мир, 1978. – 420 с.

Рецензенты:

Мищенко С.П., д.ф.-м.н., профессор ФГБОУ ВПО «Ульяновский государственный университет», г. Ульяновск;

Андреев А.С., д.ф.-м.н., профессор ФГБОУ ВПО «Ульяновский государственный университет», г. Ульяновск.