

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИГНАЛОВ НА ВЕРОЯТНОСТЬ ОШИБКИ ДЛЯ СХЕМЫ РАЗНЕСЕННОГО ПРИЕМА С РАЗДЕЛЕНИЕМ ЛУЧЕЙ ПО ВРЕМЕНИ ПРИХОДА

Гайчук Д.В.¹, Гайчук В.Ю.²

¹ ФГБОУ ВПО «Ставропольский государственный аграрный университет», Ставрополь, Россия (355017, Ставрополь, пер. Зоотехнический, 12), e-mail: dgajchuk@yandex.ru

² ФГАОУ ВПО «Северо-Кавказский федеральный университет», Ставрополь, Россия (355009, г. Ставрополь, ул. Пушкина, 1), e-mail: nika-lucky@yandex.ru

Выведена функциональная зависимость вероятности ошибки от отношения сигнал/помеха, боковых пиков огибающей автокорреляционной ($\rho_{AKФ}$) и взаимокорреляционной функции ($\rho_{BKФ}$) сигналов, коэффициента неортогональности (ρ_{HO}) сигналов, адекватность которой подтверждается возможностью получения в частных случаях известных зависимостей для вероятности ошибки схемы приема по методу квадратичного суммирования. Результаты исследований показали, что наиболее помехоустойчивой является ортогональная система ($\rho_{HO} = 0$), удовлетворяющая условиям разделения лучей ($\rho_{AKФ} = 0$, $\rho_{BKФ} = 0$). При увеличении $\rho_{AKФ}$, $\rho_{BKФ}$ и ρ_{HO} до 0.2 вероятность ошибки возрастает сравнительно мало и отклонение от ортогональности и условий разделения лучей можно скомпенсировать небольшим увеличением мощности сигнала. Когда $\rho_{AKФ}$, $\rho_{BKФ}$ и ρ_{HO} стремятся к единице, сигналы становятся неразличимыми. Так при $\rho_{AKФ} = 0.5$, $\rho_{BKФ} = 0.5$ и $\rho_{HO} = 0.5$ уже никаким увеличением мощности передатчика скомпенсировать падение верности нельзя. Полученные результаты позволяют выбрать оптимальные системы сигналов для использования в двухлучевых каналах связи.

Ключевые слова: двухлучевой канал, боковые пики корреляционных функций, разнесенный прием.

THE ANALYSIS OF INFLUENCE OF CORRELATION CHARACTERISTICS OF SIGNALS ON PROBABILITY OF THE MISTAKE FOR THE CIRCUIT OF THE CARRIED RECEPTION WITH DIVISION OF BEAMS ON TIME OF ARRIVAL

Gaychuk D.V.¹, Gaychuk V.U.²

¹ Stavropol State Agrarian University, 12, Zootechnicheskyst., Stavropol, Russia, 355017, e-mail: dgajchuk@yandex.ru

² North-Caucasus Federal University, 1, Pushkinast., Stavropol, Russia, 355009, e-mail: nika-lucky@yandex.ru

The functional dependence of probability of an error from the relation a signal/noise, side peaks of an envelope autocorrelated ($\rho_{AKФ}$) and mutually correlative function ($\rho_{BKФ}$) signals, nonorthogonality coefficient (ρ_{HO}) signals which adequacy is confirmed by possibility of receiving in special cases of known dependences for probability of an error of the diagram of reception on a method of square summing is removed. Results of researches showed that the most noiseproof is the orthogonal system ($\rho_{HO} = 0$) meeting conditions of division of rays ($\rho_{AKФ} = 0$, $\rho_{BKФ} = 0$). In case of increase $\rho_{AKФ}$, $\rho_{BKФ}$ and ρ_{HO} to 0.2 probability of an error increases a little and a deviation from orthogonality and conditions of division of rays it is possible to compensate small increase in signal power. When $\rho_{AKФ}$, $\rho_{BKФ}$ and ρ_{HO} aim at 1, signals become indiscernible. So in case of $\rho_{AKФ} = 0.5$, $\rho_{BKФ} = 0.5$ and $\rho_{HO} = 0.5$ already any increase in power of the transmitter can't compensate correctness falling. The received results will allow to select optimum systems of signals for use from two-beam communication links.

Keywords: two-beam channel, side peaks of correlative functions, diversity reception.

Эффективным средством борьбы с замираниями, вызванными дискретной многолучевостью, является разнесенный прием с разделением лучей по времени прихода и последующим их сложением, при этом наиболее сложными для существующих систем передачи информации являются двухлучевые каналы связи [4].

При осуществлении разнесенного приема чаще всего применяют некогерентные методы. При построении некогерентных решающих схем не используются априорные сведения о начальной фазе принимаемого сигнала. Это позволяет в большинстве случаев существенно упростить схемную реализацию ценой некоторого увеличения вероятности ошибок [3]. Анализ показывает, что оптимальные схемы приема, как правило, очень сложны и требуют априорного знания статистических параметров канала и их распределений, которые могут быть получены лишь при помощи достоверных и в то же время относительно кратковременных измерений принимаемых сигналов. В связи с этим далее все расчеты будем проводить для простой, но достаточно эффективной схемы приема по методу квадратичного суммирования [1].

Удобным критерием оценки помехоустойчивости систем передачи информации является вероятность ошибки при приеме символа сообщения. Однако существующий научно-методический аппарат оценки помехоустойчивости обладает рядом недостатков. Формулы для расчета вероятности ошибки получены с допущениями:

не учтены одновременно боковые пики автокорреляционной функции (АКФ) и взаимокорреляционной функции (ВКФ) сигналов;

при расчетах считается, что сигналы разных символов сообщения ортогональны в усиленном смысле по всем каналам приема.

В связи с этим необходимо провести совершенствование методики расчета вероятности ошибки схем приема по методу квадратичного суммирования, работающих в двухлучевых каналах связи.

Целью исследований является анализ влияния корреляционных характеристик сигналов на вероятность ошибки для схемы приема двоичных сигналов по методу квадратичного суммирования. Полученные результаты позволят выбрать оптимальные системы сигналов для использования в двухлучевых каналах связи. В связи с этим необходимо провести совершенствование методики расчета вероятности ошибки схем приема по методу квадратичного суммирования, работающих в двухлучевых каналах связи.

Материал и метод исследования. Усовершенствованная методика отличается от известной, приведенной в [1], наличием дополнительных ограничений – боковые пики АКФ ρ_{AKF} и боковые пики ВКФ ρ_{VKF} отличны от нуля:

$$\rho_{AKF} \neq 0, \rho_{VKF} \neq 0,$$

необходимость введения которых объясняется тем, что при использовании в качестве сигналов-переносчиков реальных ансамблей сигналов с малой базой боковые пики КФ могут быть довольно значительными.

Принимаемый сигнал для рассматриваемого канала удобнее представлять через квад-

ратурные составляющие коэффициентов передачи лучей

$$\mu_{ci} = \mu_i \cos \theta_i, \mu_{si} = \mu_i \sin \theta_i,$$

тогда принимаемый сигнал имеет вид

$$z'(t) = \mu_{c1} z_r(t) + \mu_{s1} \tilde{z}_r(t) + \mu_{c2} z_r(t - \Delta t) + \mu_{s2} \tilde{z}_r(t - \Delta t) + n(t),$$

$$0 \leq t < T + \Delta t.$$

где μ_i и θ_i – соответственно амплитудная и фазовая составляющие коэффициента передачи i -го луча, $z_r(t)$ – передаваемый сигнал, T – длительность сигнала, Δt – задержка второго луча относительно первого.

Для случая приема сигналов по методу квадратичного суммирования правило принятия решения при передаче первого сигнала можно представить в виде [1]:

$$\xi = x_{11}^2 + y_{11}^2 + x_{12}^2 + y_{12}^2 - x_{21}^2 - y_{21}^2 - x_{22}^2 - y_{22}^2 > 0, \quad (1)$$

где

$$x_{ij} = \sqrt{\frac{2}{v^2 P_c T}} \int_0^T z'(t) z_{ij}(t) dt, \quad y_{ij} = \sqrt{\frac{2}{v^2 P_c T}} \int_0^T z'(t) \tilde{z}_{ij}(t) dt, \quad z_{i1}(t) = z_i(t), \quad \tilde{z}_{i1}(t) = \tilde{z}_i(t),$$

$$z_{i2}(t) = z_i(t - \Delta t), \quad \tilde{z}_{i2}(t) = \tilde{z}_i(t - \Delta t), \quad i, j = 1, 2.$$

Принимаемый сигнал имеет вид:

$$z'(t) = \mu_{c1} z_{11}(t) + \mu_{s1} \tilde{z}_{11}(t) + \mu_{c2} z_{12}(t) + \mu_{s2} \tilde{z}_{12}(t) + n(t).$$

Случайные величины, входящие в каждое слагаемое суммы (1), имеют нормальное распределение вероятности [1] и равны:

$$x_{11} = \sqrt{\frac{2}{v^2 P_c T}} \int_0^T z'(t) z_{11}(t) dt = \sqrt{\frac{2}{v^2 P_c T}} \left[\mu_{c1} P_c T + \mu_{c2} \rho_{121} P_c T - \mu_{s2} \tilde{\rho}_{121} P_c T + \int_0^T n(t) z_{11}(t) dt \right], \quad (2)$$

$$y_{11} = \sqrt{\frac{2}{v^2 P_c T}} \left[\mu_{s1} P_c T + \mu_{c2} \tilde{\rho}_{121} P_c T + \mu_{s2} \rho_{121} P_c T + \int_0^T n(t) \tilde{z}_{11}(t) dt \right], \quad (3)$$

$$x_{12} = \sqrt{\frac{2}{v^2 P_c T}} \left[\mu_{c1} \rho_{1112} P_c T - \mu_{s1} \tilde{\rho}_{1112} P_c T + \mu_{c2} P_c T + \int_0^T n(t) z_{12}(t) dt \right], \quad (4)$$

$$y_{12} = \sqrt{\frac{2}{v^2 P_c T}} \left[\mu_{c1} \tilde{\rho}_{1112} P_c T + \mu_{s1} \rho_{1112} P_c T + \mu_{s2} P_c T + \int_0^T n(t) \tilde{z}_{12}(t) dt \right], \quad (5)$$

$$x_{21} = \sqrt{\frac{2}{v^2 P_c T}} \left[\mu_{c1} \rho_{112} P_c T - \mu_{s1} \tilde{\rho}_{112} P_c T + \mu_{c2} \rho_{122} P_c T - \mu_{s2} \tilde{\rho}_{122} P_c T + \int_0^T n(t) z_{21}(t) dt \right], \quad (6)$$

$$y_{21} = \sqrt{\frac{2}{v^2 P_c T}} \left[\mu_{c1} \tilde{\rho}_{112} P_c T + \mu_{s1} \rho_{112} P_c T + \mu_{c2} \tilde{\rho}_{122} P_c T + \mu_{s2} \rho_{122} P_c T + \int_0^T n(t) \tilde{z}_{21}(t) dt \right], \quad (7)$$

$$x_{22} = \sqrt{\frac{2}{v^2 P_c T}} \left[\mu_{c1} \rho_{1122} P_c T - \mu_{s1} \tilde{\rho}_{1122} P_c T + \mu_{c2} \rho_{1222} P_c T - \mu_{s2} \tilde{\rho}_{1222} P_c T + \int_0^T n(t) z_{22}(t) dt \right], \quad (8)$$

$$y_{22} = \sqrt{\frac{2}{v^2 P_c T}} \left[\mu_{c1} \tilde{\rho}_{1122} P_c T + \mu_{s1} \rho_{1122} P_c T + \mu_{c2} \tilde{\rho}_{1222} P_c T + \mu_{s2} \rho_{1222} P_c T + \int_0^T n(t) \tilde{z}_{22}(t) dt \right], \quad (9)$$

где $\rho_{ijkp} = \frac{1}{P_c T} \int_0^T z_{ij}(t) z_{kp}(t) dt$, $\tilde{\rho}_{ijkp} = \frac{1}{P_c T} \int_0^T z_{ij}(t) \tilde{z}_{kp}(t) dt$, v^2 – спектральная плотность мощности шума,

P_c – мощность сигнала, $|\dot{\rho}_{1211}| = |\dot{\rho}_{1112}| = \rho_{AK\Phi}$ – боковой пик огибающей АКФ, $|\dot{\rho}_{1122}|$, $|\dot{\rho}_{1222}|$ – боковые пики огибающей ВКФ ($\rho_{BK\Phi}$), $\dot{\rho}_{1121} = \dot{\rho}_{1222} = \rho_{HO}$ – комплексный коэффициент неортогональности в усиленном смысле, $\dot{\rho}_{ijkp} = \rho_{ijkp} + j \cdot \tilde{\rho}_{ijkp}$.

Из анализа соотношений (2) – (9) следует, что

1. Величины x_{ij} , y_{ij} – случайные величины, распределенные по нормальному закону, т.к. представляют собой линейную комбинацию нормально распределенных случайных величин μ_{ci} , μ_{si} и $n(t)$ с нулевым математическим ожиданием [5].

2. Величины x_{ij} , y_{ij} зависят от коэффициентов передачи лучей μ_1 и μ_2 , энергии сигнала $P_c T$, а также от боковых пиков огибающей АКФ – $|\dot{\rho}_{1211}| = |\dot{\rho}_{1112}|$, ВКФ – $|\dot{\rho}_{1122}|$, $|\dot{\rho}_{1222}|$ и коэффициента неортогональности сигналов $|\dot{\rho}_{1121}| = |\dot{\rho}_{1222}|$.

Плотность вероятности квадратичной формы ξ находится при помощи преобразования Фурье от характеристической функции [1]:

$$W(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\theta\xi} \frac{1}{\prod_{p=1}^{4n} (1 - 2i\lambda_p \theta)^{1/2}} d\theta. \quad (10)$$

где λ_p – собственные числа матрицы $K \cdot A$, $n=2$ – число лучей, K – матрица ковариаций случайных величин (2) – (9), A – матрица квадратичной формы ξ [1]:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}.$$

В зависимости от значений элементов матрицы K собственные числа матрицы $K \cdot A$ могут иметь двойную кратность, т.е. всего будет два собственных числа кратности $2n$ каждое, и парную кратность, т.е. всего будет $2n$ различных собственных значения. Для этих слу-

чаев плотность вероятности получена в [1]. Рассмотрим случай, когда собственные числа матрицы $K \cdot A$ имеют парную кратность, при этом два собственных числа будут действительные, а два – комплексно сопряженные. Выражение (10) можно привести к виду:

$$W(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\theta\xi}}{(1-2i\lambda_1\theta)(1-2i\lambda_2\theta)([1-2i\theta n]^2 + 4(i\theta)^2 m^2)} d\theta. \quad (11)$$

Вычислив интеграл, получим искомую плотность вероятности:

$$\begin{aligned} W(\xi) &= \sum_{i=1}^{k(+)} J_i \quad \text{при } \xi > 0, \\ W(\xi) &= \sum_{i=1}^{k(-)} J_i \quad \text{при } \xi < 0, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\text{где } J_1 = -\frac{A_1}{2\lambda_1} e^{-\frac{\xi}{2\lambda_1}}, \quad J_2 = -\frac{A_2}{2\lambda_2} e^{-\frac{\xi}{2\lambda_2}},$$

$$J_3 = e^{-\frac{n}{2(n^2+m^2)}\xi} \left[\frac{A_4}{4(n^2+m^2)} \cos \frac{m}{2(n^2+m^2)} \xi - \left(\frac{A_3}{2m} + \frac{A_4 n}{4(n^2+m^2)} \right) \sin \frac{m}{2(n^2+m^2)} \xi \right].$$

Обозначения $\sum_{i=1}^{k(+)}$ и $\sum_{i=1}^{k(-)}$ указывают на то, что суммирование ведется соответственно

по всем положительным и по всем отрицательным действительным собственным числам λ_i и действительным частям комплексных собственных чисел. Постоянные A_1, A_2, A_3, A_4 определяются по методу неопределенных коэффициентов [2], n и m соответственно действительная и мнимая части комплексного собственного числа.

При одинаковых вероятностях появления используемых сигналов вероятность ошибки будет равна при передаче первого сигнала:

$$P_{\text{ош}} = 1 - \int_0^{\infty} W(\xi) d\xi. \quad (13)$$

Результаты исследований. Анализируя выражения (10) – (12), можно сделать вывод, что плотность вероятности квадратичной формы определяется собственными числами λ_p , зависящими от величин (2) – (9), которые зависят от величины коэффициента неортогональности в усиленном смысле ρ_{HO} , а также от величины боковых пиков огибающей автокорреляционной функции $\rho_{AK\Phi}$ и взаимокорреляционной функции $|\dot{\rho}_{1122}|, |\dot{\rho}_{122}|$.

На рисунке 1 изображена зависимость вероятности ошибки от h^2 при различных значениях боковых пиков огибающей автокорреляционной $\rho_{AK\Phi}$, взаимокорреляционной функций $\rho_{BK\Phi}$ и коэффициента неортогональности ρ_{HO} .

Как видно из рисунка, наиболее помехоустойчивой является ортогональная система ($\rho_{HO} = 0$), удовлетворяющая условиям разделения лучей ($\rho_{AK\Phi} = 0, \rho_{BK\Phi} = 0$). При увеличении $\rho_{AK\Phi}, \rho_{BK\Phi}$ и ρ_{HO} до 0.2 вероятность ошибки возрастает сравнительно мало, и отклоне-

ние от ортогональности и условий разделения лучей можно скомпенсировать небольшим увеличением мощности сигнала. Когда $\rho_{AKФ}$, $\rho_{BKФ}$ и ρ_{HO} стремятся к единице, сигналы становятся неразличимыми. Так, при $\rho_{AKФ} = 0.5$, $\rho_{BKФ} = 0.5$ и $\rho_{HO} = 0.5$ уже никаким увеличением мощности передатчика скомпенсировать падение верности нельзя.

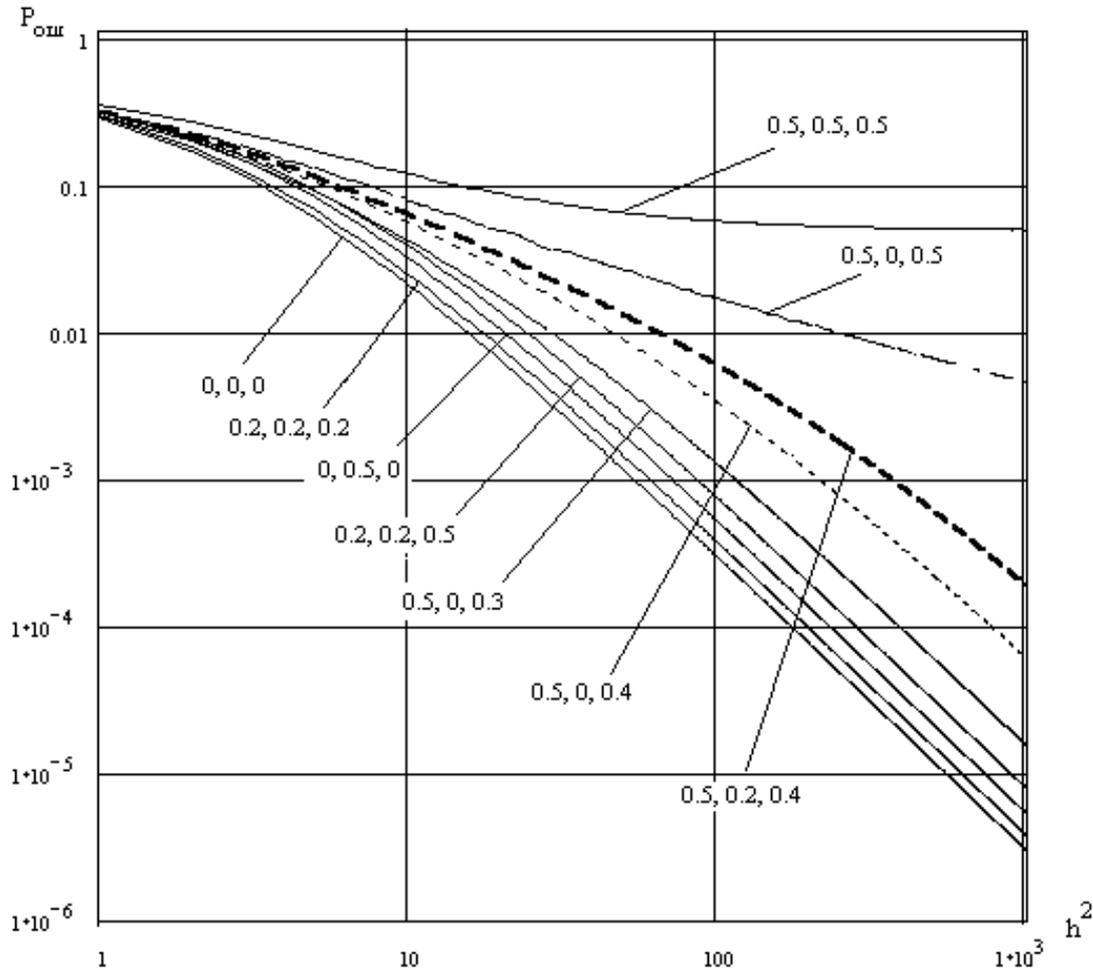


График зависимости $P_{ош}$ от h^2 с учетом коэффициентов $\rho_{AKФ}$, $\rho_{BKФ}$, ρ_{HO}

Выводы. Таким образом, вероятность ошибки для схемы квадратичного суммирования зависит от величины коэффициента неортогональности в усиленном смысле ρ_{HO} , а также от величины боковых пиков огибающей автокорреляционной функции и взаимокорреляционной функции $\rho_{AKФ}$, $\rho_{BKФ}$.

Список литературы

1. Андронов И.С., Финк Л.М. Передача дискретных сообщений по параллельным радиоканалам / И.С. Андронов, Л.М. Финк. – М.: Советское радио, 1971. – 408с.
2. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике / М.Я. Выгодский. – М.: Наука, 1964. – 872с.

3. Самус М.В., Белоконь Л.В., Белоконь А.В. Решение задачи синтеза сигнально-кодовых конструкций на основе линейных алгебраических преобразований / М.В. Самус, Л.В. Белоконь, А.В. Белоконь // Наука. Инновации. Технологии. – 2009. – № 4. – С. 67–70.
4. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений / Л.М. Финк. – М.: Советское радио, 1970. – 728с.
5. Фомин Л.А., Будко П.А., Жук А.П., Шлаев Д.В. Моделирование самоподобных процессов в инфокоммуникационных системах / Л.А. Фомин, П.А. Будко, А.П. Жук, Д.В. Шлаев // Электросвязь. – 2007. – № 3. – С. 34-36.

Рецензенты:

Калмыков И.А., д.т.н., профессор, профессор кафедры информационной безопасности автоматизированных систем Северо-Кавказского федерального университета, г. Ставрополь;
Шуваев А.В., д.э.н., профессор, профессор кафедры информационных систем Ставропольского государственного аграрного университета, г. Ставрополь.