

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ПРИВОДА С ГИБРИДНЫМ ШАГОВЫМ ДВИГАТЕЛЕМ РОБОТИЗИРОВАННОЙ ПЛАТФОРМЫ

Рыбак Л.А.¹, Черкашин Н.Н.¹, Гунькин А.А.¹, Чичварин А.В.²

¹Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, г.Белгород, rl_bgtu@intbel.ru

²Старооскольский технологический институт (филиал) МИСиС

В статье рассмотрены перспективы применения гибридных шаговых электродвигателей в системе роботизированной виброзащитной платформе, предназначенной для защиты объекта от низкочастотных воздействий со стороны основания. Построена математическая модель системы в пространстве состояний с учетом характеристик электромеханического привода, включающую шариковую винтовую передачу и шаговый двигатель. Получены нелинейные дифференциальные уравнения движения платформы и соответствующие им линеаризованные уравнения движения, с учётом малости углов. Получена передаточная функция системы, описывающая влияния напряжения на статоре на скорость относительного поступательного движения платформы. Представлены результаты математического моделирования, построены амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики системы для конкретной модели двигателя и винтовой передачи.

Ключевые слова: гибридный шаговый двигатель, система управления, виброзащитная система, математическая модель, частотные характеристики.

SIMULATION OF ELECTROMECHANICAL DRIVE WITH A HYBRID STEPPER MOTOR OF ROBOTIC PLATFORM

Rybak L.A.¹, Cherkashin N. N.¹, Gunkin A.A.¹, Chichvarin A.V.²

¹Belgorod State technological university of V.G.Shukhov, Belgorod, rl_bgtu@intbel.ru

²Stary Oskol Technological Institute (branch) MISiS

The article discusses perspectives the use of hybrid stepper motors in the system vibration-proof robotic platform designed to protect the object from the low-frequency effects from the base. A mathematical model of the system in the state space, taking into account the characteristics of the electromechanical actuator comprising a ball screw and re-cottage stepper motor. The nonlinear differential equations of motion of the platform and the corresponding linearized equations of motion, taking into account the smallness of the angles. Obtain the transfer function of the system, describing the effect of voltage on the stator relative to the speed-enforcement of the translational motion of the platform. The results of mathematical model-ing, built amplitude-frequency and phase-frequency characteristics of the system for a particular engine model and helical gear.

Keywords: hybrid stepping motor, control system, vibroprotection system, mathematical model, Bode chart.

Структура активной системы виброзащиты.

Рассмотрим роботизированную виброзащитную платформу, предназначенную для защиты технологических объектов, а также человека-оператора от низкочастотных воздействий со стороны подвижного основания.[1] В качестве приводного механизма использован электромеханический исполнительный механизм, который является наиболее простым по своему конструктивному исполнению и эксплуатационным характеристикам. В качестве датчиков обратных связей использованы акселерометры, установленные на объекте и основании, и датчик относительного перемещения.

Применение гибридного шагового двигателя в системе привода позволяет с высокой точностью преобразовывать цифровой электрический сигнал непосредственно в дискретные угловые перемещения (шаги) ротора.[2]

На рис. 1 представлено поперечное сечение однопакетного реактивного двигателя.

Сердечник статора имеет шесть выступающих зубцов, в то время как ротор всего четыре. Сердечники как ротора, так и статора выполнены из магнитомягкой стали. Три набора обмоток расположены, как показано на рис. 1. Каждый набор состоит из двух катушек, соединенных последовательно. Набор обмоток называется фазой, и, соответственно, машина — трехфазным двигателем.

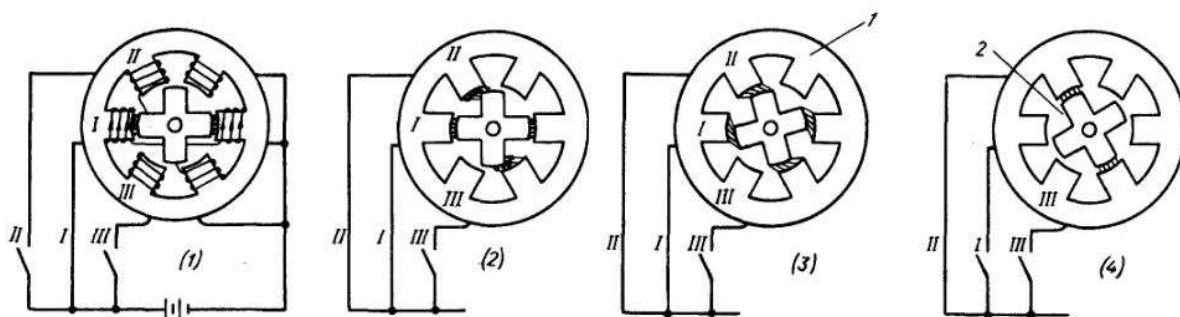


Рис. 1. Принцип работы шагового двигателя: 1 — сердечник статора; 2 — сердечник ротора. Двигатель поворачивается за каждый импульс управления на определенный фиксированный угол. Чем меньше шаг, тем большая частота вращения может быть достигнута. Шаговые двигатели могут обеспечить маленький шаг (до 1000 шагов за один оборот)

Частота вращения задается числом шагов в секунду, и вместо показателя «частота вращения» часто используется термин «шаговая частота вращения». Однако шаговая частота вращения не определяет точно абсолютную частоту вращения.[3] Соотношение между частотой вращения и шаговой частотой вращения задается формулой

$$n = 60f/S$$

где n — частота вращения, об/мин; f — шаговая частота вращения; S — число шагов.

Разработка математической модели. Упрощенная схема такой системы вибрационной роботизированной платформы представлена на рис. 2. Электрические сигналы с акселерометров и датчика относительного перемещения поступают в регулятор, сигнал из которого подается на вход электрической следящей системы, управляющей поворотом ротора двигателя. Двигатель вращает винт, и гайка перемещается в направляющем элементе, изменяя положение объекта относительно основания. 4.

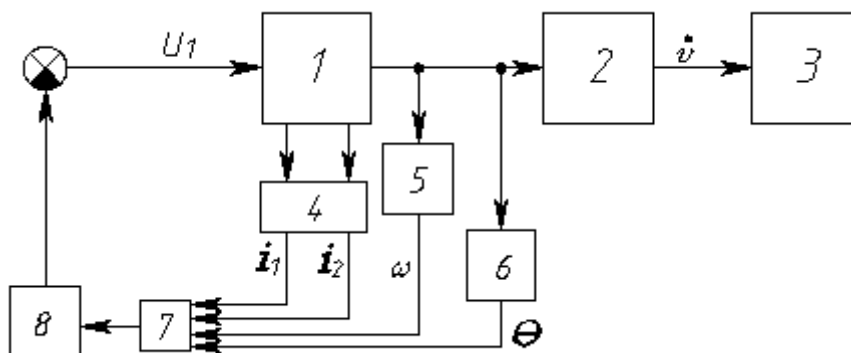


Рис. 2. Схема системы виброзащиты с электромеханическим исполнительным механизмом:
 1 — электродвигатель; 2 — шарико-винтовая пара; 3 — объект виброзащиты; 4 — датчик тока; 5 — датчик скорости; 6 — датчик положения; 7 — регулятор; 8 — усилитель мощности

Построим математическую модель системы виброзащиты с учетом характеристик электромеханического приводного механизма, включающего шариковую винтовую передачу и шаговый двигатель.

В шариковой винтовой паре модель передачи скоростей и момента описывается выражениями[4]

$$\omega = R_1 \dot{z} \quad M = R_2 F \quad \dot{x} = \dot{y} + \dot{z} \quad (1)$$

где R_1 — передаточное число по скоростным параметрам, R_2 — передаточное число по силовым параметрам, ω — скорость вращения якоря двигателя, M — вращающий момент на гайке, $F = m\ddot{x}$ — сила сопротивления, m — масса платформы, x — абсолютное перемещение объекта, y — абсолютное перемещение основания, z — относительное перемещение объекта.

Момент, приложенный к валу двигателя и усилие, создаваемое поступательным движением объекта, связаны зависимостью

$$M = \frac{1}{2} F D_{sr} \operatorname{tg}(\psi + \rho) \quad (2)$$

где D_{sr} — диаметр окружности, на которой располагаются центры шариков, ψ — угол подъема винтовой линии по цилиндру диаметром D , ρ — приведенный угол трения качения.[5]

С учетом выражений (1), (2), и того, что $\operatorname{tg}(\psi + \rho) = \frac{\operatorname{tg}\psi}{\eta}$; $\operatorname{tg}\psi = \frac{S}{\pi D}$ получаем передаточные отношения по скоростным и силовым параметрам

$$R_1 = \frac{2\pi}{Sn} \quad R_2 = \frac{S}{2\pi\eta} \quad (3)$$

где S — шаг резьбы, n — число заходов резьбы, η — КПД шариковой винтовой пары.

Рассмотрим двухфазный шаговый электродвигатель с активным неявнополюсным ротором (рис. 3).

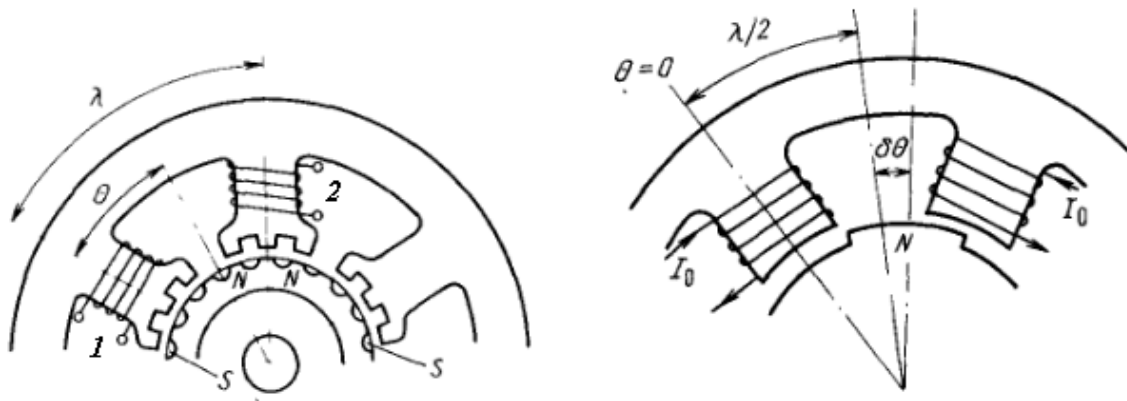


Рис. 3. Модель шагового двигателя

Примем за начало отсчета угла θ положение, при котором ось полюса ротора совпадает с осью первой фазы. При этом $L_{11} = L_{22} = L = \text{const}$; $r_1 = r_2 = r$; $u_1 = u_2 = u$

Запишем уравнения движения ротора и напряжения в обмотках статора

$$\begin{cases} J\ddot{\Theta} + D\dot{\Theta} + I_1 p \psi \sin p\Theta + I_2 p \psi \sin p(\Theta - \lambda) + M = 0 \\ rI_1 + L\dot{I}_1 + M_{12}\dot{I}_2 - \frac{d}{dt}(\psi \cos p\Theta) = u \\ rI_2 + L\dot{I}_2 + M_{12}\dot{I}_1 - \frac{d}{dt}[\psi \cos p(\Theta - \lambda)] = u \end{cases} \quad (4)$$

где J — момент инерции ротора двигателя, I_1, r_1 — ток и сопротивление 1-й фазы статора, I_2, r_2 — ток и сопротивление 2-й фазы статора, u — напряжение источника питания, Θ — угол между осью полюсов и вектором н. с., p — число пар полюсов, ψ — максимальное потокоцепление возбужденного ротора с одной фазой статора, L — собственная индуктивность, D — коэффициент вязкого трения, I_0 — установившееся значение тока в обмотках, λ — интервалы между обмотками, M_{12} — взаимная индуктивность.

Уравнения системы (4) являются нелинейными дифференциальными уравнениями. Так как нелинейные дифференциальные уравнения крайне сложно решить аналитически, линеаризуем их следующим образом. Если по обмоткам обеих фаз проходит постоянный ток I_0 , то положение равновесия здесь достигается при $\Theta = \lambda/2$. Отклонение от положения равновесия обозначим θ . Оно является функцией времени t и в последующем анализе является достаточно малой величиной. Когда ротор поворачивается или колеблется, ток в обеих обмотках отклоняется от установившегося значения на i_1 и i_2 соответственно.

Предположим, что

$$\begin{aligned}
\Theta &= \frac{\lambda}{2} + \theta; \\
I_1 &= I_0 + i_1; \\
I_2 &= I_0 + i_2
\end{aligned}
\tag{5}$$

тогда имеем

$$\sin p\Theta = \sin\left(\frac{p\lambda}{2} + p\theta\right) = \sin\frac{p\lambda}{2} \cos p\theta + \cos\frac{p\lambda}{2} \sin p\theta
\tag{6}$$

Учитывая, что произведение $p\theta$ достаточно малая величина, получим

$$\cos p\theta \approx 1; \sin p\theta \approx p\theta$$

Уравнение (6) упрощается и принимает вид

$$\sin p\Theta = \sin\frac{p\lambda}{2} + p\theta \cdot \cos\frac{p\lambda}{2}
\tag{7}$$

Тогда

$$\begin{aligned}
\sin p(\Theta - \lambda) &= \sin p\left(\frac{\lambda}{2} + \theta - \lambda\right) = -\sin p\left(\frac{\lambda}{2} - \theta\right) = -\sin\frac{p\lambda}{2} + p\theta \cdot \cos\frac{p\lambda}{2}; \\
\cos p\Theta &= \cos p\left(\frac{\lambda}{2} + \theta\right) = p\theta \cdot \sin\frac{p\lambda}{2} + \cos\frac{p\lambda}{2}; \\
\cos p(\Theta - \lambda) &= \cos p\left(\frac{\lambda}{2} + \theta - \lambda\right) = \cos p\left(\frac{\lambda}{2} - \theta\right) = -p\theta \cdot \sin\frac{p\lambda}{2} + \cos\frac{p\lambda}{2}
\end{aligned}
\tag{8}$$

Подставив уравнения (5), (7) и (8) в (4) и приняв $i_1\theta = 0$ и $i_2\theta = 0$, получим

$$\begin{cases}
J\ddot{\theta} + D\dot{\theta} + 2p^2\psi I_0\theta \cos\frac{p\lambda}{2} + p\psi(i_1 - i_2)\sin\frac{p\lambda}{2} + M = 0 \\
ri_1 + Li_1 + M_{12}\dot{i}_2 - p\psi\dot{\theta}\sin\frac{p\lambda}{2} = u \\
ri_2 + Li_2 + M_{12}\dot{i}_1 + p\psi\dot{\theta}\sin\frac{p\lambda}{2} = u \\
\dot{\theta} = \omega
\end{cases}
\tag{9}$$

С учетом (1), (3), (4) система уравнений (9) принимает вид

$$\begin{cases}
J\ddot{\theta} + D\dot{\theta} + 2p^2\psi I_0\theta \cos\frac{p\lambda}{2} + p\psi(i_1 - i_2)\sin\frac{p\lambda}{2} + R_2m\ddot{z} + R_2m\dot{y} = 0 \\
ri_1 + Li_1 + M_{12}\dot{i}_2 - p\psi\dot{\theta}\sin\frac{p\lambda}{2} = u \\
ri_2 + Li_2 + M_{12}\dot{i}_1 + p\psi\dot{\theta}\sin\frac{p\lambda}{2} = u \\
\dot{\theta} = R_1\dot{z}
\end{cases}
\tag{10}$$

Упростим уравнения системы (10) и приведем их к виду, характерному для уравнений, опи-

сывающих систему в пространстве состояний, приняв $\Psi_1 = p\psi \sin \frac{p\lambda}{2}$ и

$$\Psi_2 = 2p^2\psi I_0 \cos \frac{p\lambda}{2}.$$

Введем 4 переменные состояния: $x_1 = \dot{z}$, $x_2 = z$, $x_3 = \dot{i}_1$ и $x_4 = \dot{i}_2$. Система уравнений (10) примет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{R_1}{JR_1 + R_2m} \left(D + \frac{2\Psi_1}{L - M_{12}} \right) x_1 - \frac{R_1\Psi_2}{JR_1 + R_2m} x_2 + \\ + \frac{r\Psi_1}{(JR_1 + R_2m)(L - M_{12})} (x_3 - x_4) - R_2m\ddot{y} \\ \dot{x}_2 = x_1 \\ \dot{x}_3 = \frac{R_1\Psi_1}{L - M_{12}} x_1 - \frac{Lr}{L^2 - M_{12}^2} x_3 + \frac{M_{12}r}{L^2 - M_{12}^2} x_4 + \frac{1}{L - M_{12}} u \\ \dot{x}_4 = -\frac{R_1\Psi_1}{L - M_{12}} x_1 + \frac{Mr}{L^2 - M_{12}^2} x_3 - \frac{Lr}{L^2 - M_{12}^2} x_4 + \frac{1}{L - M_{12}} u \end{cases}$$

или в векторно-матричной форме

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{Y} \\ \dot{z} = \mathbf{C}\mathbf{X} \end{cases}$$

где $\mathbf{X} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$ — вектор переменных состояния, $\mathbf{Y} = [\ddot{y} \ 0 \ 0 \ 0]^T$ — вектор возмущающего воздействия, $\mathbf{u} = [u \ u \ 0 \ 0]^T$ — вектор входных сигналов А,В,С.

От описания системы в пространстве состояний перейдём к передаточной функции, описывающей влияние напряжений на статоре u на относительную скорость поступательного

движения механизма \dot{z}

$$W_{U-\dot{z}}(s) = \frac{\dot{z}(s)}{u(s)} = \mathbf{C}\Phi(s)\mathbf{B}$$

где $\Phi(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ — переходная матрица состояния, \mathbf{I} — единичная матрица.

После проведения соответствующих вычислений можно получить передаточную функцию, описывающую влияние напряжения на статоре u на угловую скорость вращения вала двигателя ω

$$W_{u-\omega}(s) = \frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{1}{R_1} W_{U-\dot{z}}(s)$$

После проведения соответствующих вычислений получим передаточную функцию в виде

$$W_{u-\omega}(s) = \frac{-0,0526 + 0,00037s - 10,17s^2}{0,33 + 0,0026s + 63,9s^2 + s^3}$$

Для данной системы получим выражения для переходной характеристики, как реакции на единичное ступенчатое воздействие и частотных характеристик (АЧХ и ФЧХ) соответственно

$$h(t) = L^{-1}\{W_{u-\omega}(s)u(s)\},$$

$$A(\omega) = |W_{u-\omega}(j\omega)|,$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{Im}(W_{u-\omega}(j\omega))}{\operatorname{Re}(W_{u-\omega}(j\omega))}\right),$$

где $W_{u-\dot{z}}(j\omega) = W_{u-\dot{z}}(s)|_{s=j\omega}$

Реакция полученной системы на единичное ступенчатое воздействие приведена на рис. 4, а АЧХ и ФЧХ — на рис. 5.

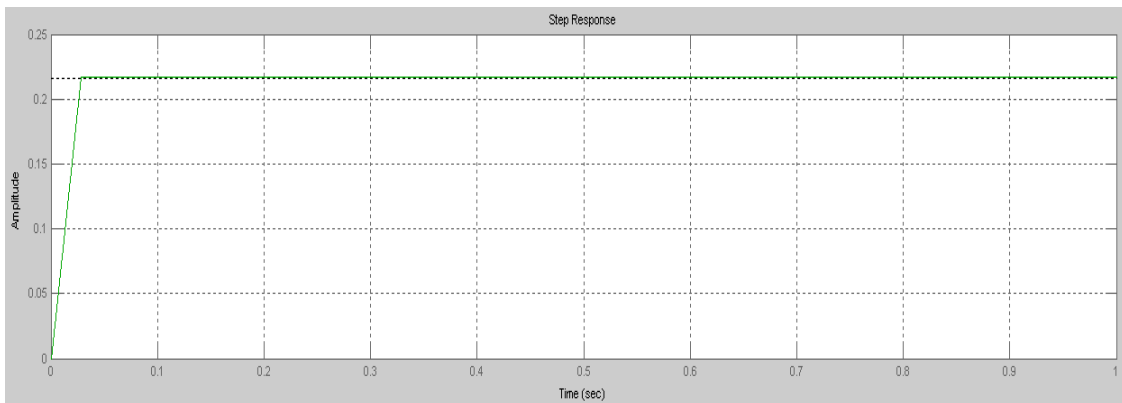


Рис. 4. Реакция рассматриваемой системы на единичное ступенчатое воздействие.

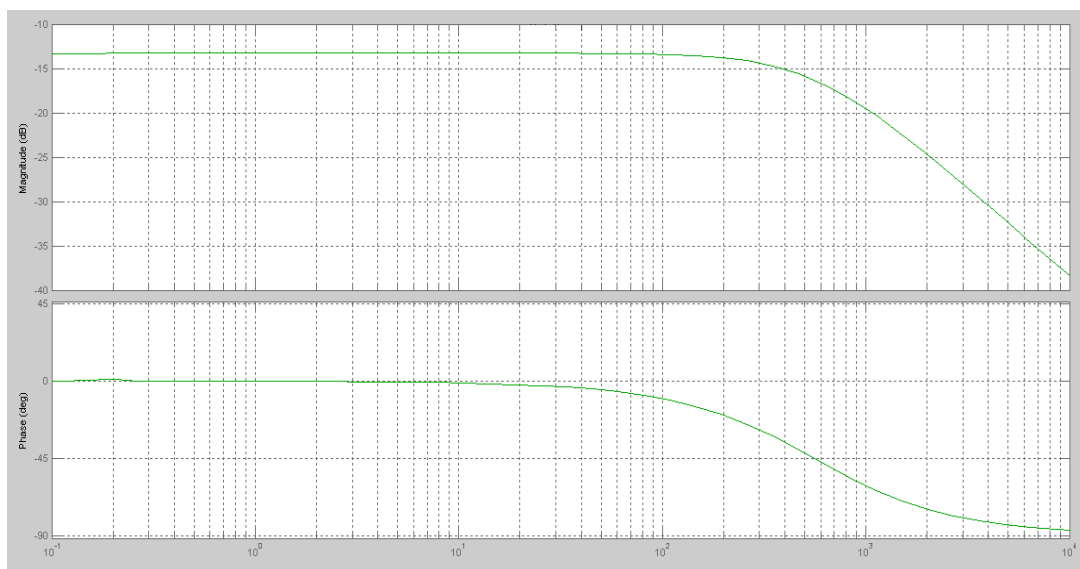


Рис. 5. Частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ).

Из приведенных рисунков видно, что время переходного процесса при единичном ступенча-

том воздействии составляет 0,0028 с, а полоса пропускания — до 500 Гц. Необходимо заметить, что колебательный характер процесса, вытекающий из вида передаточной функции, практически не проявляется из-за большой величины затухания, что является отличительной особенностью шагового двигателя.

Список литературы

1. Вибрации в технике: Справочник: В 6-ти т. Т. 6. 2-е изд., испр. и доп. / Ред. совет: К.В. Фролов (пред.) — М.: Машиностроение, 1995. Защита от вибрации и ударов / Под ред. К.В. Фролова. 456 с., ил.
2. Проектирование механических передач. Учеб. пособие для немашиностроит. вузов. Изд. 4-е, перераб. М., «Машиностроение», 1976.
3. Погонин А.А., М.С. Чепчуров, А.В. Хуртасенко. Нестационарный станочный модуль с адаптивной системой управления// Известия высших учебных заведений. Строительство.-2008.-№2.-С.72-75.
4. Гузенков, П. Г. Детали машин: Учеб. для вузов [Текст] / П. Г. Гузенков.— 4 изд., испр.— М.: Высш. шк., 1986.— 358 с.
5. Погонин А.А., А.Д. Короп. Повышение эффективности использования оборудования при фрезеровании титанового сплава// Вестник БГТУ им. В.Г.Шухова.-2010.- №3.-С. 98–101.

Рецензенты:

Дуюн Т.А., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой технологии машиностроения ФГБОУ ВПО Белгородского государственного технологического университета, г. Белгород;
Пелипенко Н.А., д.т.н., профессор Белгородского государственного национального исследовательского университета, г. Белгород.