

## ДИСКРЕТНАЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССОВ АБРАЗИВНОЙ ОБРАБОТКИ

Дьяконов А.А.<sup>1</sup>, Батуев В.В.<sup>1</sup>, Дегтярева А.С.<sup>1</sup>, Городкова А.Е.<sup>1</sup>, Ковалерова О.В.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ФГБОУ ВПО «Южно-Уральский государственный университет» (НИУ), г. Челябинск, Россия (454080, г. Челябинск, просп. им. В.И. Ленина, 76), e-mail: sigma-80@mail.ru

В статье приведена обобщенная пространственная постановка теплофизической задачи абразивной обработки, учитывающей дискретный контакт абразивного инструмента с обрабатываемой поверхностью заготовки. Для решения данной задачи предложен метод декомпозиции, состоящий из задач: учета теплопередачи; кинематики и дискретности теплового источника; формирования обобщенной формы пятна контакта; дифференциации единичных тепловых источников – абразивных зерен. Приводится решение второй краевой задачи для уравнения теплопроводности в полупространстве в подвижной среде с конвективными членами с учетом дискретной кинематической структуры теплового источника для предложенной принципиальной теплофизической схемы шлифования.

Ключевые слова: теплофизика абразивной обработки, обобщенная постановка, дискретное множественное микрорезание, уравнение теплопроводности, интегральное решение.

## DISCRETE THERMOPHYSICAL MODEL ABRASIVE MACHINING PROCESSES

Dyakonov A.A.<sup>1</sup>, Batuev V.V.<sup>1</sup>, Degtyareva A.S.<sup>1</sup>, Gorodkova A.E.<sup>1</sup>, Kovalerova O.V.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Federal State Funded Educational Institution of Higher Professional Education «South Ural State University» (National Research University), Chelyabinsk, Russia (454080, Chelyabinsk, V.I. Lenin ave, 76), e-mail: sigma-80@mail.ru

The article presents a generalized formulation of spatial thermophysical problem sanding, taking into account the discrete contact with abrasive tool machined workpiece surface. To solve this problem we propose a method of decomposition, consisting of tasks: accounting of heat transfer; kinematics and discontinuity of the heat source, the formation of the generalized form of the contact patch, the differentiation of individual heat sources - abrasive grains. The solution of the second boundary value problem for the heat equation in a half in a mobile environment with convective terms, taking into account the discrete kinematic structure of the heat source for the proposed concept thermophysical circuit grinding.

Keywords: thermal physics sanding, generalized formulation, discrete multiple microcutting, heat equation, integral solution.

В общем виде, концептуально, процесс абразивной обработки можно представить в виде схемы, изображенной на рис. 1. Полупространство с заданными теплофизическими и механическими свойствами движется относительно неподвижной системы координат  $XYZ$  параллельно плоскости  $XOY$  со скоростью  $V_k=(V_x; V_y)$ . По поверхности полупространства движется развертка шлифовального круга со скоростью  $V_k$ , касаясь его по некоторому пятну контакта, которое является зоной шлифования. Зерна шлифовального круга, согласно современной концепции теории шлифования – дискретное множественное микрорезание, попадая в зону шлифования, становятся тепловыми источниками, инициируя нагрев материала заготовки [2, 5].

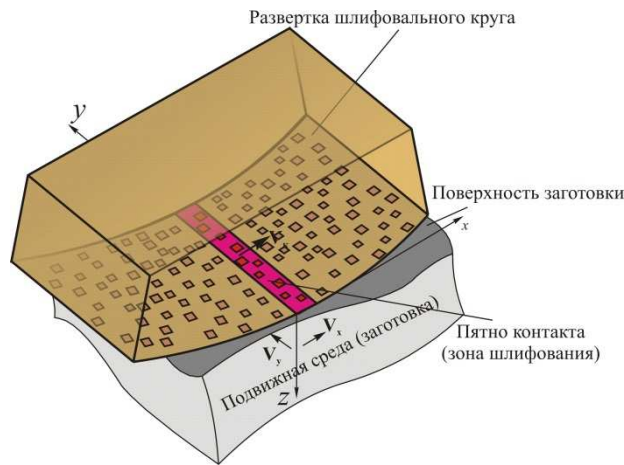


Рис. 1. Принципиальная схема теплофизики шлифования

Для математической реализации такой многофакторной расчетной схемы (нагрев трехмерного подвижного полупространства системой движущихся тепловых источников, действующих в локальной зоне поверхности полупространства) целесообразно применить известный методический подход к решению сложных задач – декомпозицию. В нашем случае предлагается следующая декомпозиция задачи: учет теплопередачи; кинематика и дискретность теплового источника; дифференциация единичных тепловых источников – зерен.

#### Расчетная схема для учета теплопередачи

На первом уровне разработки модели пренебрежем структурой теплоподвода и введем в зоне шлифования некоторый обобщенный тепловой источник интенсивностью  $q_c, \text{Вт/м}^2$ . Тогда расчетная схема (см. рис. 1) приобретет следующий вид (рис. 2).

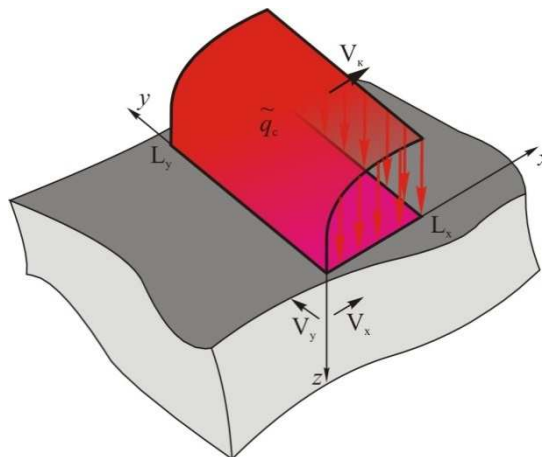


Рис. 2. Первый уровень формализации – теплопередача

Такой вид тепловой источник имеет в схеме сплошного контакта [7]. Т.е. зону контакта можно считать сплошным источником с плотностью теплового потока, распределенного по всей геометрической площадке контакта круга и заготовки по какому-либо непрерывному закону. С подходов аналитического описания и численного решения теплофизические модели со сплошным контактом являются наиболее удобными и простыми. Наряду с этим содер-

жат «слабый» элемент – закон распределения плотности теплового потока в рассматриваемой зоне – определяется только исходя из экспериментальных исследований. Кроме того, эти модели базируются на целом ряде гипотез относительно закона распределения интенсивности теплового источника. Поэтому применимость этих моделей определяется и правомочностью базовых гипотез.

Такая расчетная схема приводит ко второй краевой задаче для уравнения теплопроводности в подвижной среде.

### Расчетная схема учета кинематической дискретной структуры теплового источника

В учете теплопередачи (рис. 2) тепловой источник задан в общем виде, без учета его сложной кинематической структуры.

Для построения модели, учитывающей особенности теплоподвода при шлифовании, представляемого как множественное микрорезание, рассмотрим структуру теплоподвода – проведем второй уровень формализации.

Физически тепловой источник (в соответствии с базовыми положениями современной теории шлифования, сформулированными в работах Л.А. Глейзера [3] и С.Н. Корчака [9]) представляет собой **множество единичных тепловых источников** – абразивных зерен, которые перемещаются со скоростью  $V_k$  относительно зоны шлифования (рис. 3).

Каждый единичный тепловой источник – абразивное зерно имеет свою интенсивность тепловыделения  $q_i$ , в соответствии с которой формируется температурное поле от воздействия данного единичного источника – зерна. Температурные поля от воздействия единичных источников накладываются друг на друга и образуют суммарное температурное поле зоны шлифования.

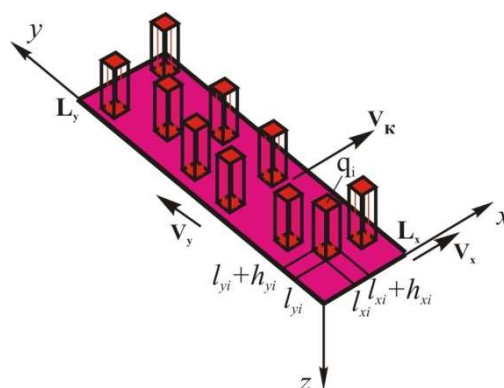


Рис. 3. Второй уровень формализации – дискретная кинематическая структура теплового источника

При этом интенсивности  $q_i$  не являются независимыми. Согласно второму базовому положению теории обрабатываемости, предложенной С.Н. Корчаком [9], интенсивность

каждого теплового источника – зерна зависит от температуры материала в момент врезания в него этого зерна (через прочностную температурно-скоростную характеристику материала). Поэтому учет кинематической дискретной структуры теплового источника обуславливает необходимость отработки обратной связи процесса шлифования и приведет к разработке, скорее всего, имитационного алгоритма.

### Дифференциация единых тепловых источников

Согласно фундаментальным положениям процесса шлифования, вскрытым Л.А. Глейзером, источники теплоподвода – абразивные зерна, вследствие особенностей механики контактного взаимодействия при шлифовании, разделяются на режущие и трущие (давящие) абразивные зерна [3]. Анализ работ по изучению строения профиля шлифовального круга и его контакта с обрабатываемой поверхностью показал, что приблизительно 10–17 % являются режущими, а остальные в виду разновысотности профиля шлифовального круга – трущими (давящими) [1, 11]. При этом в видах шлифования, работающих по несвободной схеме резания, вследствие действия кинематических параметров управления, абразивные зерна – источники теплоподвода работают **в разных зонах – резания (зона II) и выхаживания (зона I)**. Работа в разных зонах, предопределяет разный уровень интенсивности тепловых источников, в зоне резания – более мощный, в зоне выхаживания – меньшая интенсивность тепловых источников (рис. 5).

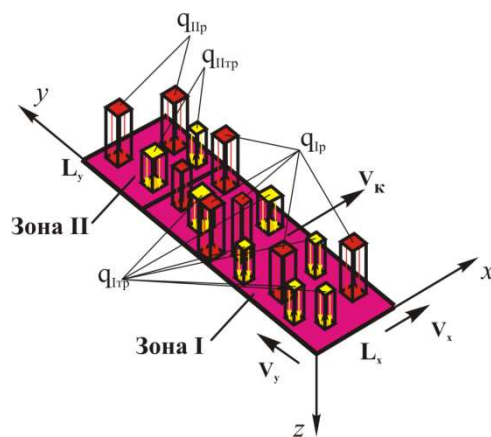


Рис. 5. Дифференциация тепловых источников и зон

Также следует учитывать, что абразивное зерно в свою очередь на микроуровне работает двумя поверхностями – передней, где происходит пластическая деформация снимаемых объемов обрабатываемого материала и задней, по которой происходит трение. При этом вследствие малых размеров абразивных зерен законом распределения теплового источника внутри каждой поверхности пренебрегаем и принимаем равномерным.

Однако очень важным вопросом является определение закона распределения сплошного источника (см. рис. 2). Поскольку рассматривается дискретная схема контакта, то данный

закон распределения формируется воздействием множества единичных тепловых источников  $q_i$  с постоянным законом распределения.

Величину каждой поверхности тепловыделения теплового источника  $q_i$  (рис. б) можно определить по зависимостям, предложенным С.Н. Корчаком [9].

Таким образом, источник является существенно неравномерным при переходе из зоны пластической деформации в зону трения.

Таким образом, имеем четыре множества зерен ( $q_{Ip}$ ,  $q_{Imp}$ ,  $q_{IIP}$ ,  $q_{IImp}$ ) с комбинацией из четырех микрзон тепловыделения ( $q_{Ips}$ ,  $q_{Imp}$ ,  $q_{IIPs}$ ,  $q_{IImp}$ ), работающих в двух зонах тепловыделения – резания и выхаживания.

### Интегральное решение обобщенной теплофизической задачи абразивной обработки

Для расчетной схемы учета конвективности теплопереноса при абразивной обработке имеем уравнение теплопроводности с конвективными членами [4, 5]:

$$\begin{cases} U_t - V_x U_x - V_y U_y = \chi \Delta U (U_{xx} + U_{yy} + U_{zz}), & \begin{cases} -\infty < x < \infty \\ -\infty < y < \infty \\ 0 \leq z < \infty \end{cases}; \\ U(x, y, z, 0) = 0; \\ \lambda U_z(x, y, 0, t) = -q(x, y; t), \quad q(x, y; t) = \begin{cases} (x, y) \in \Omega \\ 0 < t < \infty \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

где  $\Omega$  – полуплоскость:

$$\Omega = \begin{cases} -\infty < x < \infty \\ -\infty < y < \infty \end{cases} \quad (2)$$

Это вторая краевая задача для уравнения теплопроводности в полупространстве в подвижной среде с конвективными членами. Для подобной задачи без конвективных членов существуют аналитические решения, в том числе функция Грина [8].

С помощью функциональных преобразований данную задачу можно свести к каноническому виду, т.е. исключить конвективные члены из уравнения, переведя их в свободный член через краевое условие. В данном случае таковым функциональным преобразованием может явиться:

$$U(x, y, z, t) = W(x, y, z, t) \cdot e^{\frac{V_x x}{2\chi} + \frac{V_x^2 t}{4\chi}} \cdot e^{\frac{V_y y}{2\chi} + \frac{V_y^2 t}{4\chi}} \quad (3)$$

В итоге, для функции  $W(x, y, z, t)$  задача (1) приводится к каноническому виду (4).

$$\begin{cases} W_t = \chi (W_{xx} + W_{yy} + W_{zz}), & \begin{cases} -\infty < x < \infty \\ -\infty < y < \infty \\ 0 \leq z < \infty \end{cases}; \\ W(x, y, z, 0) = 0; \\ \lambda W_z(x, y, 0, t) = -q \cdot e^{\frac{V_x x}{2\chi} + \frac{V_x^2 t}{4\chi}} \cdot e^{\frac{V_y y}{2\chi} + \frac{V_y^2 t}{4\chi}}, \quad q(x, y; t) = \begin{cases} (x, y) \in \Omega \\ 0 < t < \infty \end{cases} \end{cases} \quad (4)$$

Полученная система (4) – каноническая вторая краевая задача уравнения теплопроводности в полупространстве. Для этой задачи в математической физике существует функция Грина [10].

Возвращаясь к исходным переменным, получаем интегральное решение (1) – свертку функции Грина и плотности теплового источника (5).

$$U(x; y; z; t) = \frac{2}{\pi^{\frac{3}{2}} \lambda} \iiint_{\Omega} q(x'; y'; t') e^{-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}{4\chi(t-t')}} \cdot e^{-\frac{V_x(x-x')}{2\chi} - \frac{V_x^2(t-t')}{4\chi}} \cdot e^{-\frac{V_y(y-y')}{2\chi} - \frac{V_y^2(t-t')}{4\chi}} \frac{dx' dy' dt'}{\sqrt{2\chi(t-t')^3}} \quad (5)$$

Учитывая, что источник действует только в зоне шлифования, т.е.:

$$q(x; y; t) = \begin{cases} \tilde{q}(x; y; t), & (x, y) \in \Omega_{\text{пк}} \\ 0 & (x, y) \notin \Omega_{\text{пк}} \end{cases} \quad (6)$$

приходим к трехкратному интегралу (7).

$$U(x; y; z; t) = \frac{2}{\pi^{\frac{3}{2}} \lambda} \int_0^{L_x} dx' \int_0^{L_y} dy' \int_0^t \tilde{q}_e(x'; y'; t') \cdot e^{-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}{4\chi(t-t')}} \cdot e^{-\frac{V_x(x-x')}{2\chi} - \frac{V_x^2(t-t')}{4\chi}} \cdot e^{-\frac{V_y(y-y')}{2\chi} - \frac{V_y^2(t-t')}{4\chi}} \frac{dt'}{\sqrt{2\chi(t-t')^3}} \quad (7)$$

Решения (7) кроме конвективности теплопереноса позволяют учесть и структуру теплового источника, т.к. функция его плотности распределения по зоне шлифования стоит в подынтегральном выражении. Для этого достаточно учесть, что в реалии тепловой источник  $\tilde{q}$  имеет дискретную структуру: конечное множество зерен – источников мощностью  $q_i$  движется по зоне  $\Omega_{\text{пк}}$  со скоростью круга  $V_k$ .

Приходим в конечном итоге, используя свойства аддитивности интегралов, к виду:

$$U(x; y; t) = \frac{2}{\pi^{\frac{3}{2}} \lambda} \sum_{i=0}^{k(t)} \int_{i_y^i}^{i_y^i + h_y^i} dy' \int_{i_x^i}^{i_x^i + h_x^i} dx' \int_0^t q_i(x'; y'; t') \cdot e^{-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}{4\chi(t-t')}} \cdot e^{-\frac{V_x(x-x')}{2\chi} - \frac{V_x^2(t-t')}{4\chi}} \cdot e^{-\frac{V_y(y-y')}{2\chi} - \frac{V_y^2(t-t')}{4\chi}} \frac{dt'}{\sqrt{2\chi(t-t')^3}} \quad (8)$$

Здесь интеграл берется по области  $\Omega_{\text{пк}}$  – но только по совокупности областей отдельных тепловых источников – зерен, т.е. интегрирование идет по всем отдельным областям  $\Omega_i$ .

Полученное уравнение (8) является общим интегральным решением второй краевой задачи для уравнения теплопроводности в подвижной среде с учетом дискретной кинематической структуры теплового источника для принципиальной теплофизической схемы шлифования.

Подынтегральное выражение в (8) описывает вклад в температурное поле зоны шлифования каждого зерна – источника, имеет смысл рассмотреть его для отдельного теплового ис-

точника и получить функцию влияния отдельного теплового источника – зерна (по аналогии с функцией Грина).

### Список литературы

1. Ардашев Д.В. Комплексное описание эксплуатационных возможностей шлифовальных кругов // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Машиностроение. – 2012. - № 33. – С. 113–116.
2. Василенко Ю.В. Распределение температурных полей в заготовке при шлифовании / Ю.В. Василенко, Ю.Ю. Руднева // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2011. - №2-3 (286). – С. 67–69.
3. Глейзер Л.А. О сущности процесса круглого шлифования // Вопросы точности в технологии машиностроения: Сб. науч. тр. – М.: Машгиз, 1959. – С. 98–113.
4. Дьяконов А.А. Научно-методическая база повышения эффективности процессов абразивной обработки на основе многофакторной оценки обрабатываемости материалов // Научно-технические технологии в машиностроении. – 2013. - №1. – С. 19–26.
5. Дьяконов А.А. Теплофизическая модель заготовки от действия единичного теплового источника – абразивного зерна // Известия вузов. Машиностроение. – 2007. - №7. – С.60–62.
6. Дьяконов А.А. Стохастический подход к решению теплофизических и силовых задач теории шлифования // Металлообработка. – 2008. - №2(44). – С.2–6.
7. Шмидт И.В. Обеспечение бездефектной обработки слоистых систем // Научно-технические технологии в машиностроении. – 2013. - № 12. – С. 44–48.
8. Карслоу Г. Теплопроводность твердых тел / Г. Карслоу, Д. Егер. – М.: Наука, 1964. – 488 с.
9. Корчак С.Н. Производительность процесса шлифования стальных деталей – М.: Машиностроение, 1974. – 280 с.
10. Положий Г.Н. Уравнения математической физики – М.: Высшая школа, 1964. – 559 с.
11. Дьяконов А.А. Исследование обрабатываемости материалов - эффективный путь повышения производительности процесса шлифования / А.А. Дьяконов // СТН. – 2012. - №3. – С. 25–29.

### Рецензенты:

Бурнашов М.А., д.т.н., профессор кафедры «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств», ФГБОУ ВПО «Госуниверситет – УНПК», г. Орел;

Мазеин П.Г., д.т.н., профессор, профессор кафедры технологии машиностроения, ФГБОУ  
ВПО «Южно-Уральский государственный университет» (НИУ), г. Челябинск.