УДК 519.856

ВЫБОР ОПЕРАТОРА МУТАЦИИ В ЭВОЛЮЦИОННЫХ АЛГОРИТМАХ

Хабитуев Б.В.[1], Хаптахаева Н.Б.[2], Сороковиков П.С.[1], Кононова О.В.[1], Лиджеев А.В.[1]

[1]*ФГБОУ ВПО «Бурятский Государственный университет», Улан-Удэ, Россия (670000, Улан-Удэ, ул. Смолина, 24а), e-mail: bairinc0@gmail.com*
[2]*ФГБОУ ВПО «Восточно-Сибирский Государственный университет технологий и управления», Улан-Удэ, Россия (670000, Улан-Удэ, ул. Ключевская, 40в)*

В настоящее время для решения задач оптимизации часто применяют стохастические методы глобальной оптимизации и, в частности, различные разновидности эволюционных алгоритмов. Особенностью данного подхода является большое число настраиваемых параметров, выбор того или иного набора которых может значительно повлиять на эффективность поиска минимума. Одним из основных поисковых механизмов, обеспечивающих исследование пространства поиска, является при этом оператор мутации. В данной статье производится сравнительный анализ двух подходов к реализации оператора мутации: поиск в небольшой окрестности текущей точки и равномерное перераспределение по всему пространству поиска (одной координаты и всей точки). Данные подходы протестированы на наиболее общем случае пространства поиска – задаче безусловной оптимизации с параллелепипедными ограничениями. При этом в качестве тестовых рассматриваются функции с различным рельефом.

Ключевые слова: глобальная оптимизация, эволюционный алгоритм, оператор мутации.

MUTATION OPERATOR CHOICE IN EVOLUTIONARY ALGORITHMS

Khabituev B.V.[1], Khaptakhaeva N.B.[2], Sorokovikov P.S.[1], Kononova O.V.[1], Lidzheev A.V.[1]

[1]*Buryat State University, Ulan-Ude, Russia (670000, Ulan-Ude, ul. Smolina, 24a), e-mail: bairinc0@gmail.com*
[2]*East-Siberian State University of Technologies and Management, Ulan-Ude, Russia (670013, Ulan-Ude, ul. Klyuchevskaya, 40v)*

Nowadays stochastic global optimization methods are often used to solve optimization problems, in particular, various species of evolutionary algorithms. A feature of this approach is a large number of adjustable parameters, which choice can significantly affect the efficiency of finding the minimum. One of the major search engines, provide a study of the search space, wherein a mutation operator. This paper deals with the comparative analysis of the two approaches to the implementation of the mutation operator: the search in a small neighborhood of the current point and uniform redistribution across the search space (one coordinate and the whole point). These approaches are tested in the most general case of the search space – unconstrained optimization with parallelepiped limitations. The tests are considered as functions with different topography.

Keywords: global optimization, evolutionary algorithm, mutation operator

Рассматривается наиболее общая задача безусловной оптимизации с параллелепипедными ограничениями (1)-(2):

$$\arg\min_{x\in X} f(x) \tag{1}$$

$$X = \left\{ (x_i)_{i=\overline{1,n}}, |x_i| \le b \right\} \tag{2}$$

В качестве тестовых функций $f(x)$ в работе рассматривается небольшой набор функций с различными экстремальными характеристиками (табл.1)

Таблица 1

Набор тестовых функций

№	Название	Функция	Ограничения	Характеристики
1	Sphere	$f(x)=\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2}$	(-5,12; 5,12)	одноэкстремальная, простая
2	Rosenbrock	$f(x)=\sum_{i=1}^{n-1}(100\cdot(x_{i+1}-x_i^2)^2+(x_i-1)^2)$	(-2,048; 2,048)	одноэкстремальная, обширное медленно убывающее «плато»
3	Rastrigin	$f(x)=10\cdot n+\sum_{i=1}^{n}(x_i^2-10\cdot\cos(2\pi x_i))$	(-5,12; 5,12)	многоэкстремальная, сложная
4	Schwefel	$f(x)=418{,}9829\cdot n+\sum_{i=1}^{n}\left(-x_i\cdot\sin(\sqrt{\lvert x_i\rvert}\right)$	(-500; 500)	многоэкстремальная, сложная
5	Griewank	$f(x)=1+\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i^2}{4000}\right)-\prod_{i=1}^{n}\cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right)$	(-600; 600)	многоэкстремальная, простая, небольшие локальные минимумы
6	Ackley	$f(x)=20+e-20\cdot e^{-0{,}2\cdot\sqrt{\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}x_i^2}}-e^{\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}\cos(2\pi x_i)}$	(-30; 30)	многоэкстремальная, сложная

Поведение этих функций при $n=2$ представлено в виде карт линий уровня на рис. 1.

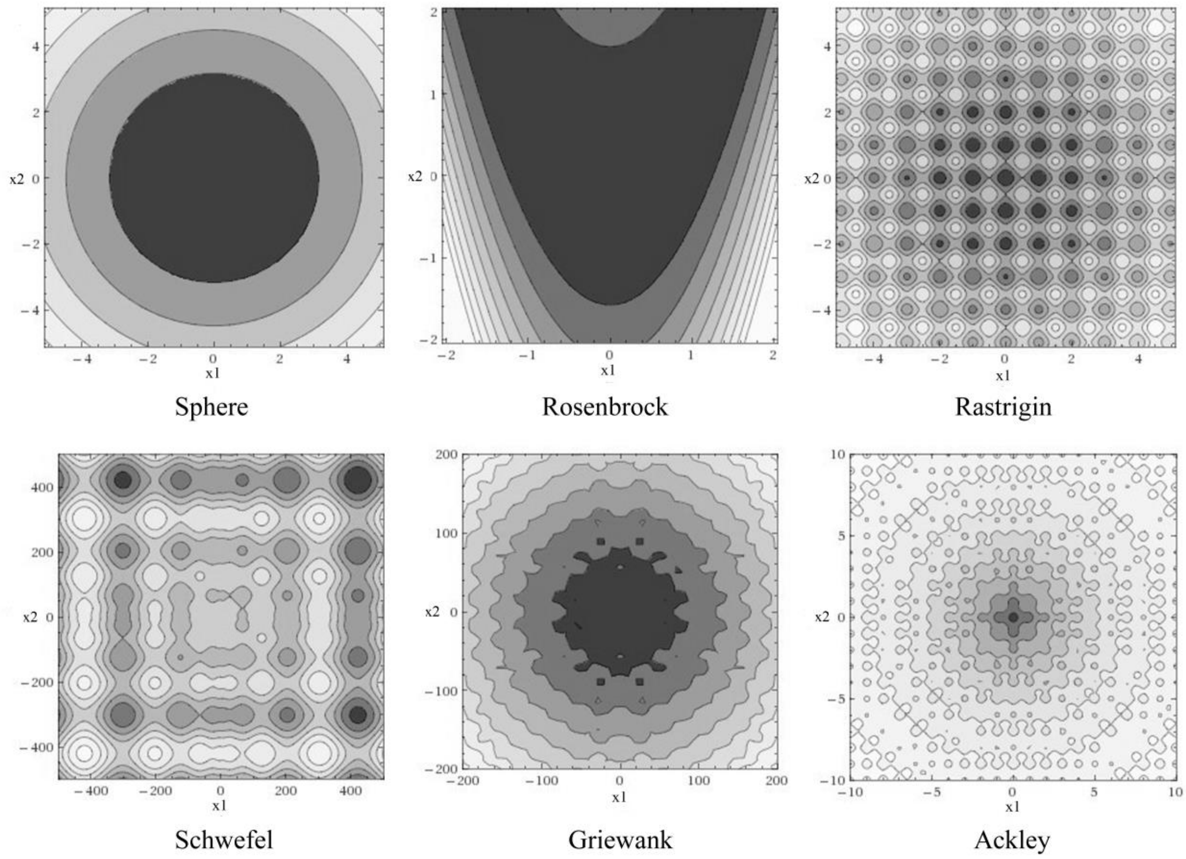

Рис. 1. Карты линий уровня тестовых функций ($n=2$)

Как видно из рис. 1, первые две функции являются достаточно простыми для любого метода оптимизации, а оставшиеся четыре будут уже значительно сложнее, особенно при увеличении размерности.

1. Параметры эволюционного алгоритма

Стохастические методы глобальной оптимизации можно условно разделить на одноточечные и многоточечные (популяционные) методы. Популяционные методы в отличие от одноточечных оперируют множеством точек (популяцией). Частными случаями популяционных методов являются эволюционные алгоритмы, которые моделируют естественный отбор [1; 3]. Общая схема эволюционных алгоритмов показана на рис. 2.

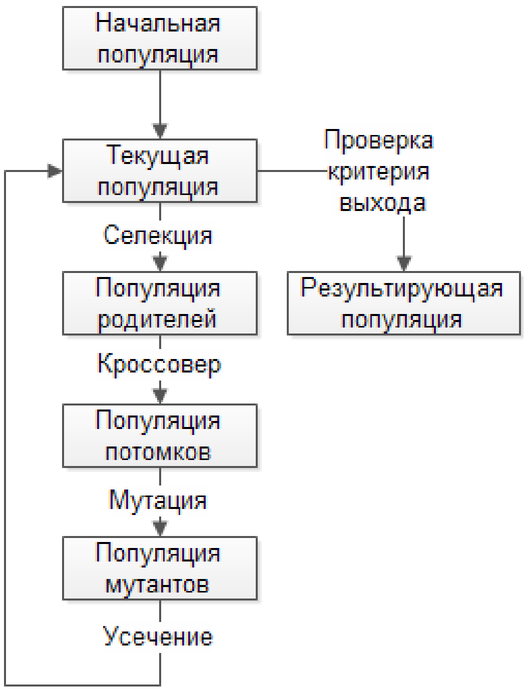

Рис. 2. Общая схема эволюционного алгоритма

В работе используется достаточно стандартный набор параметров алгоритма. В качестве оператора селекции выбран турнирный отбор [1; 5], оператора скрещивания – многоточечный кроссовер с k точками разрыва [1; 2]. В новую популяцию отбирается p наиболее приспособленных особей из родителей и их потомков, где p – размер популяции. Конкретные значения параметров представлены в табл.2.

Таблица 2

Набор параметров эволюционного алгоритма

Параметр	Значение	Комментарий
Размер популяции, p	10	Размер популяции постоянен.
Размер турнира	3	
Число точек разрыва, k	3	Точки разрыва выбираются случайным образом.
Число родителей	5	Отбирается 5 родителей, из которых случайным образом строится 5 пар. Каждая пара в результате

Число потомков	5	кроссовера дает две особи, лучшая из которых считается за единственного потомка.
Вероятность мутации	0,9	Мутация с указанной вероятностью применяется только к потомкам.

Как видно из табл.2 вероятность мутации установлена достаточно высокой и, таким образом, оператор мутации становится основным поисковым механизмом алгоритма. В работе рассмотрены следующие варианты операторов (табл. 3)

Таблица 3

Рассматриваемые операторы мутации

Обозначение	**Описание**
m_1	$i = uniform(1,n)$, $x_i = uniform\left(\left[-b,b\right]\right)$ – случайное изменение одной случайно выбранной координаты точки во всей области определения функции
m_2	$x = uniform(B_r(x))$, где $B_r(x)$ – случайный выбор точки в шаре случайного радиуса r с центром в точке x, $r = uniform(0,1)$.
m_3	$x = uniform(B_r(x))$, – случайный выбор точки в шаре случайного радиуса r с центром в точке x, $r = uniform(0,b)$.

2. Вычислительные эксперименты

Для каждой функции из набора (табл.1) запуск алгоритма производится многократно с каждым из предложенных операторов мутации. Далее подсчитываются основные статистики по запускам: минимальное, максимальное и среднее значения, а также стандартное отклонение достигнутого в запуске минимума (табл.4). Число запусков для каждого оператора принято равным 100. Для обеспечения равных условий для операторов запуски производятся из одних и тех же случайно выбранных в области определения функции стартовых точек. В целях практического применения дальнейших результатов, размерность задач будем достаточно велика и равна 100.

Таблица 4

Результаты вычислительных экспериментов

ЦФ	**Оператор мутации**	**Мин.**	**Макс.**	**Ср.**	**Откл.**
Sphere	m_1	6,97174	16,2056	10,71143	1,847116
	m_2	26,4792	91,4995	49,01797	14,35962
	m_3	1,00054	2,92091	1,760349	0,421124
Rosenbrock	m_1	507,839	998,887	717,2272	94,61012
	m_2	226,28	762,596	470,2759	105,0812
	m_3	190,9086	749,4405	442,535	106,0173
Rastrigin	m_1	154,342	228,234	192,9653	16,14206
	m_2	596,606	975,477	738,9297	66,74251
	m_3	651,564	1014,63	791,7729	67,33052
Schwefel	m_1	3917,42	6780,4	5243,746	607,2343

	m_2	31650,9	38756,4	35095,86	1437,317
	m_3	17126,38	29057,2	23423,26	2388,355
Griewank	m_1	23,2801	53,4758	36,9514	5,655961
	m_2	1733,1	2644,06	2190,205	204,0956
	m_3	4,243146	11,47681	6,497328	1,333431
Ackley	m_1	7,01081	9,30805	8,184293	0,460141
	m_2	18,7743	19,3845	19,10561	0,127096
	m_3	19,12104	19,98783	19,63224	0,158928

Усредненные по 100 запускам результаты отложены в виде графиков на рис.3. По оси абсцисс указано число этапов генетического алгоритма (число поколений), по оси ординат – средняя приспособленность популяции. За одно поколение целевая функция вызывается 15 раз. По оси ординат указано значение достигнутого минимума.

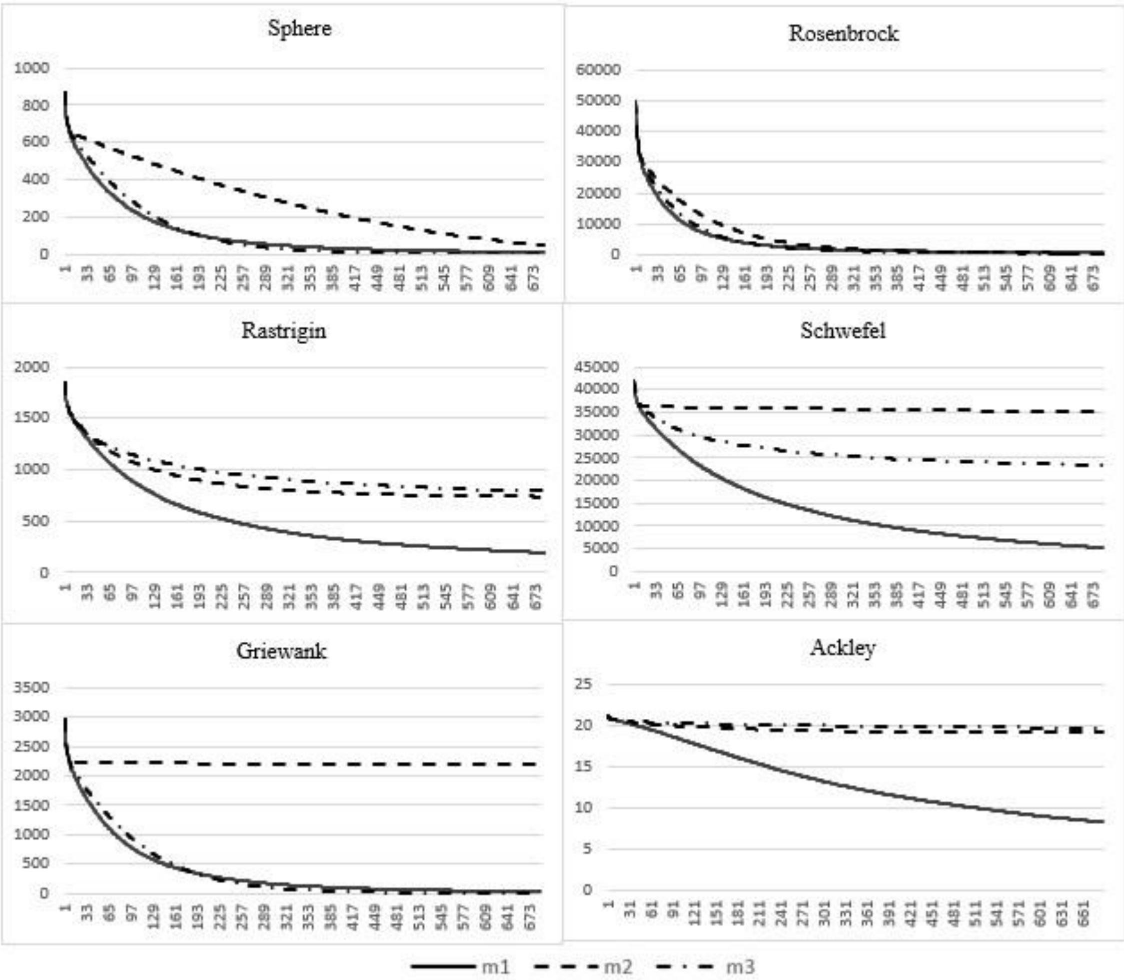

Рис. 3. Усредненные результаты запусков

На основе полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1) на сложных многоэкстремальных функциях (Rastrigin, Schwefel и Ackley) оператор мутации m_1 показывает лучшие результаты;

2) на менее сложных функциях (Sphere, Rosenbrock и Griewank) операторы мутации m_1 и m_3

показывают похожие результаты, лучшие, чем у оператора m_2.

Таким образом, глобальное изменение координат выглядит предпочтительнее изменения в небольшом шаре для всех функций тестового набора.

Для функций, отличающихся значительной сложностью рекомендуется более осторожное покоординатное изменение (оператор наподобие m_1). Для простых функций схожих результатов можно добиться как покоординатным (оператор наподобие m_1) так и полным изменением (оператор наподобие m_3).

Заключение

В данной статье произведено экспериментальное сравнение операторов мутации на наборе целевых функций. Показано преимущество операторов мутации с большим радиусом изменения, а также большая универсальность оператора, реализующего случайный выбор точки в шаре случайного радиуса r с центром в точке x, где $r = uniform(0, b)$.

Список литературы

1. Панченко, Т.В. Генетические алгоритмы : учебно-методическое пособие / под ред. Ю. Ю. Тарасевича. – Астрахань : Издательский дом «Астраханский университет», 2007. – 87 с.
2. Mitchell M. An Introduction to Genetic Algorithms. Cambridge: MIT Press, 1999. – 158 p.
3. Еремеев, А. В. Генетические алгоритмы и оптимизация : учебное пособие – Омск : Изд-во Ом. гос. ун-та, 2008. – 48 с.
4. Емельянов, В.В. Теория и практика эволюционного моделирования / В. В. Емельянов, В. В. Курейчик. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 432 с.
5. Whitley D. A genetic algorithm tutorial. Statistics and Computing, 1994, №4, P.65-85.
6. Goldberg D.E. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. – Reading: Addison Wesley, 1989.

Рецензенты:

Ширапов Д.Ш., д.ф.-м.н., профессор, ФГБОУ ВПО Бурятский государственный университет, г.Улан-Удэ;

Дамбаев Ж.Г., д.т.н., профессор, ФГБОУ ВПО Бурятский государственный университет, г.Улан-Удэ.