

ОСОБЕННОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЭКОНОМИЧЕСКИХ НАПРАВЛЕНИЙ БАКАЛАВРИАТА

Круглов Е.В.¹, Круглова С.С.¹, Бурлакова Д.А.¹

¹ФГАОУ ВО «Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского» Минобрнауки РФ, Нижний Новгород, Россия (605950, Нижний Новгород, ГСП, пр. Гагарина, 23), e-mail kruglov19@mail.ru

В работе изучаются вопросы, связанные с подбором материала по курсу математического анализа для студентов экономических направлений, в частности, направления «Бизнес-информатика». Для различных тем математического анализа рассматриваются возможные иллюстративные примеры экономической теории и обсуждается их структура. В качестве иллюстративного материала экономического содержания предлагаются понятие эластичности, теория потребительского выбора, функции полезности, производственные функции и др. Структура разделов «Функции многих вещественных переменных», «Интегральное исчисление» и «Ряды» рассматривается с точки зрения применения в экономических и экономико-математических дисциплинах. В связи со средним низким уровнем математической подготовки студентов экономических направлений обосновывается необходимость вводного курса по элементарной математике. Обсуждается структура этого курса и рассматривается его примерное содержание.

Ключевые слова: методика высшей школы, организация работы студентов, курс высшей математики, курс математического анализа

FEATURES OF TEACHING OF MATHEMATICAL ANALYSIS FOR STUDENTS OF ECONOMICS BACHELOR

Kruglov E.V.¹, Kruglova S.S.¹, Burlakova D.A.¹

Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod. Nizhni Novgorod, Russia (603950, Nizhni Novgorod, Gagarina av., 23), e-mail kruglov19@mail.ru

This paper deals with issues related to the selection of the material at the rate of mathematical analysis for students of economic trends, in particular, the direction of "Business Informatics". For the various topics of mathematical analysis there are examines possible illustrative examples of economic theory and we discuss structure. As an illustrative material of economic content we proposed concept of elasticity, the theory of consumer choice of utility functions, production functions and others. The structure of the sections "Functions of several real variables", "Integral calculus" and "Series" is considered from the point of view of the application of economic and economic-mathematical disciplines. Because of an average low of mathematical preparation of students of economic trends the need for an introductory course proved. The structure of this course is discussed. We consider the content of the course.

Keywords: methods of higher education, organization of students' work, higher mathematics course, mathematical analysis course

Вопросам повышения мотивации студентов на лекциях и практических занятиях по математике посвящено большое количество литературы [2-5,7]. Одним из средств такого повышения является адаптация курса к содержанию образования, которое получают студенты. Анализируя содержание курсов специализации, можно прийти к заключению о необходимости введения в лекционный курс соответствующих примеров и понятий, изъятии лишней информации, дополнительной структуризации и т.п. Выводы авторов основаны на многолетнем опыте преподавания математических дисциплин для студентов-нематематиков (в частности, студентов-экономистов).

Преподавание математического анализа для студентов физико-математических направлений носит устоявшийся характер и не вызывает сомнений. Важнейшие математические понятия (производная, определённый интеграл и т.д.) иллюстрируются не только геометрическими, но и физическими примерами – простейшим из них является интерпретация производной как скорости. Поскольку традиционно считается, что физические примеры при преподавании математики наиболее иллюстративны, а также в силу недостатка специальной информации, подход к преподаванию математического анализа, абсолютно уместный при работе со студентами-физиками или со студентами-математиками, часто переносится на преподавание для студентов любых других направлений.

Между тем в современной экономической теории, макро- и микроэкономике, в эконометрическом моделировании и т.п. достаточно материала для содержательных примеров, которые можно рассказывать в курсе математического анализа. Более того, именно потребности современной экономической теории диктуют отбор тем, необходимых для изложения специального материала.

Одним из результатов анкетирования студентов первого курса направления «Бизнес-информатика» Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского, которое проводится с целью выяснения мотивации выбора данного направления каждый год в течение многих лет (см., например, [6]) силами сотрудников выпускающей кафедры, является следующее наблюдение. Среди других причин выбора данного направления от 58 до 70 процентов бывших абитуриентов 2011-2014 года однозначно называют отсутствие в программе обучения физики, а от 11 до 24 процентов (в зависимости от года поступления) в ответ на этот вопрос отметили графу «скорее да, чем нет». В результате студенты, «убежавшие» от нелюбимой физики на направление, где физики нет, вынуждены слушать про массу стержня с неоднородной плотностью, строить графики функций, которые им никогда не встретятся в специальных дисциплинах, осваивать методы интегрирования (такие, как подстановки Чебышева или Эйлера), которые им никогда не понадобятся, и т.п. Неприятие физики большинством слушателей в случае ссылок в курсе математики на физические примеры вызывает снижение мотивации, неприятие учебной дисциплины и большие трудности усвояемости и без того трудного материала. Требуется в некоторых случаях дополнять, а в некоторых – заменять традиционный иллюстративный материал примерами использования математических понятий в экономической науке и практике; расставлять акценты таким образом, чтобы обратить внимание на более часто используемые в последующих курсах разделы математических дисциплин.

Упомянутое анкетирование выявило помимо остального, следующий факт. Даже студенты, поступившие в 2014 году на направление «Бизнес-информатика» (дневное отделение) с общим баллом ЕГЭ 230-250, в большинстве случаев имея высокие баллы по обществознанию и русскому языку, по математике показали очень скромный результат. Студентов с баллом по математике выше 68 (это выше 15 тестовых баллов из 33 возможных, то есть решивших более, чем все задания части В, где требуется только написать ответ) – около 30 процентов. Отметим, что аналогичная картина наблюдалась среди первокурсников, зачисленных по упомянутому направлению в ННГУ им. Н.И. Лобачевского в 2011-2013 гг. Не способствует мотивации к обучению и не является полезным изучение красивых, но сложных и не применяющихся в практике данной науки разделов математики при условии, что не более тридцати процентов слушателей способны к восприятию этой информации. Требуется жесткий отбор тематики математических курсов таким образом, чтобы, во-первых, сохранить логику изложения, во-вторых, вооружить студентов знаниями, находящими применение в последующих курсах, имеющих не только абстрактное значение.

Ниже анализируется содержание некоторых разделов курса математического анализа применительно к требованиям экономического образования.

Вопросы изложения теории пределов для прикладников вообще и экономистов в частности, а также общие аспекты преподавания математики для студентов-нематематиков затронуты, в частности, в статье [4]. Обратившись к дифференциальному исчислению функции одной переменной, обнаруживаем, что совершенно очевидным приложением производной в экономике представляется такое важное понятие экономической теории, как эластичность функции. Глава, посвящённая этому понятию, имеется, например, в книге [1]. Мы не призываем отказываться от использования в курсе лекций геометрической и кинематической интерпретации производной. Они наглядны, а практический опыт свидетельствует, что соотношения в прямоугольном треугольнике, а также прямолинейное движение – то немногое, что действительно в большинстве случаев присутствует в качестве остаточных знаний от уроков геометрии и физики у большинства выпускников средних школ. Введение в курс математического анализа эластичности функции необходимо как иллюстрация важности понятия производной именно для специалистов по экономическим наукам с целью большей мотивации к изучению математики.

Среди приложений дифференциального исчисления функций одной переменной традиционно большое время уделяется построению графиков функций. Преподавателю математики при этом интересно показать наиболее эффектные задачи, и на занятиях довольно много времени может уделяться различным тонким примерам – функциям, содержащим экстремумы в условиях отсутствия производной; несколько точек перегиба;

имеющим различные невертикальные асимптоты в окрестности положительной и отрицательной бесконечности и т.д. Между тем исследования таких функций помимо навыков вычисления пределов и производных в большинстве случаев требуют хороших знаний и умения работать, например, с таким понятием, как степень с рациональным показателем и т.п. Однако, как свидетельствует практика, такие компетенции обычно присутствуют не более чем у 20-30 процентов числа обучающихся на потоке. Впрочем, главным является то, что подобные примеры не возникают в дисциплинах экономического и экономико-математического профиля. Вместе с тем в экономической теории используются функции (отнюдь не тривиальные), которые студенты экономических направлений будут изучать, к которым они будут постоянно возвращаться. Помимо обычных многочленов и дробно-рациональных функций это, например, различные функции полезности и производственные функции. По мнению авторов статьи, в рамках темы «Исследование функций и построение графиков» совершенно необходимо рассматривать, например, функцию полезности с постоянной межвременной эластичностью замещения, записанные в интенсивной форме производственные функции Кобба-Дугласа, с постоянной эластичностью замещения и др. (источниками информации в этом случае могут служить, например, книги [1,9]).

Тема «Дифференциальное исчисление функций многих переменных», излагаемая для экономических направлений, требует обязательного присутствия понятий градиента, производной по направлению, условного экстремума (включая метод Лагранжа). Более чем уместно в качестве применения упомянуть теорию потребительского выбора, рассмотреть простейшие оптимизационные задачи экономического содержания (например, расчет максимальной полезности при бюджетном ограничении). При этом совершенно не обязательно подробно и тщательно излагать достаточные условия экстремума – в экономических задачах в подавляющем большинстве случаев из содержания ясно, каким является разыскиваемый экстремум (максимумом или минимумом). Между тем лекторы обычно исключают именно темы, важные для курсов оптимизации и экономических приложений, оставляя красивую теорию абсолютного экстремума, включая критерий Сильвестра знакоопределённости квадратичных форм.

Интегральное исчисление функций одного переменного представляет собой одну из самых сложных тем математического анализа. Процесс вычисления интегралов в отличие от вычисления производных, в целом не поддается формальной схематизации. С другой стороны, в курсах экономического и экономико-математического содержания необходимость вычисления сложных интегралов практически не встречается. См. также [1]. Кроме того, в настоящее время существует большое количество пакетов прикладных

программ, в том числе размещённых для бесплатного использования в интернете, позволяющих в случае необходимости узнать значение того или иного интеграла.

В соответствии с данной реальностью интегральное исчисление в курсах математического анализа для экономических направлений может быть без вреда для дальнейшего обучения частично сокращено. По мнению авторов, не следует рассматривать интегралы от рациональных дробей, имеющих в знаменателе кратные комплексные корни; интегралы от функций, содержащих иррациональности (кроме простейших), а также интегралы от тригонометрических функций, требующих специальных замен, зачастую приводящих к интегралам от громоздких дробно-рациональных функций.

Вместе с тем о несобственных интегралах полезно рассказать несколько больше, чем это обычно делается в курсах для экономистов, дав четкие представления о сходимости несобственных интегралов по бесконечному промежутку. Это обосновано тем, что данные объекты активно используются теорией оптимального управления, а также присутствуют в большом количестве моделей теории экономического роста.

Что касается интегрального исчисления функций многих переменных, отмечено, что кратные интегралы в дальнейшем обучении студента экономического направления не возникают нигде, поэтому данную тему следует оставить только для ознакомления, показав счет на простейших примерах.

В разделе «Ряды», с нашей точки зрения, не следует много времени уделять общей теории функциональных рядов, но совершенно необходимо подробно рассмотреть теорию степенных рядов и их приложений – вычисление с помощью рядов неберущихся интегралов и решение в виде рядов дифференциальных уравнений.

Главной проблемой обучения первокурсников математическому анализу, тем не менее, остается слабая школьная база. Из отчетов Федерального института педагогических измерений [9] следует, что на 70 баллов и выше ЕГЭ по математике пишут от 5 до 3 процентов выпускников, в зависимости от года выпуска; 80 баллов и выше получают менее двух процентов выпускников. Несмотря на высокий конкурс на бюджетные места, за счет большого количества внебюджетных мест средний уровень знания математики первокурсниками экономических направлений остается низким. Это наводит на мысли о необходимости предварительного достаточно объёмного курса элементарной математики (по нашим прикидкам, не менее 72 часов аудиторной нагрузки) без соответствующего ограничения аудиторной нагрузки по другим дисциплинам. По мнению авторов, этот курс должен содержать такие темы, как действия с дробями, степени с натуральным, целым и рациональным показателем, логарифмы, преобразования алгебраических выражений, тригонометрию, элементарные функции, элементарные сведения из планиметрии. В рамках

этого курса не предполагается решение сложных задач, необходимо на простых примерах показать действие того или иного правила и на простых же примерах обучить элементарным навыкам работы с теми или иными объектами элементарной математики. Тестирование, предложенное студентам перед началом курса, поможет выделить из потока тех студентов, которым дополнительная помощь по элементарной математике не требуется, и освободить их от не нужной в данном случае нагрузки.

Список литературы

1. Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Ю.Н. Математические методы в экономике: Учебник. – 3-е изд. – М.: Дело и сервис, 2001. – 368 с.
2. Котельникова М.В., Соколов В.М. Об анализе содержания курса математического анализа для экономистов // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского.– 2013. – №5(2). – С. 86-89.
3. Круглов Е.В., Круглова С.С. Применение проектной технологии при организации учебного процесса в курсах информационного цикла // Качество образования. Проблемы и перспективы: сб. статей / Нижегородский гос. ун-т; [под ред. А.В. Петрова]. Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 2009, с. 58-62.
4. Круглов Е.В., Круглова С.С. Об организации учебной работы студентов на лекциях и практических занятиях по математике // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского.– 2014. – №2(1). – С. 68-71.
5. Кручинина Г.А., Купряшина Л.А. Особенности математической подготовки бакалавров экономических специальностей в рамках компетентностного подхода // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского.– 2013. – №2(1). – С. 16-23.
6. Кузнецов Ю.А., Круглов Е.В. О динамике мотивации и качестве образования абитуриентов // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского.– 2012. – №5(1). – С. 11-16.
7. Кузнецов Ю.А., Семенов А.В. Инновационная модель подготовки экономистов в области математики и экономико-математического моделирования // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского.– 2012. – №4(1). – С. 71-75.
8. Федеральный институт педагогических измерений: Аналитические и методические материалы [Электронный ресурс]. – URL: <http://fipi.ru/ege-i-gve-11/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy> (дата обращения 01.12.2014).
9. De La Croix D., Michel P. A Theory of Economic Growth. Dynamics and Policy in Overlapping Generation. – Cambridge University Press, 2004. – 378 p.

Рецензенты:

Дятлова К.Д., д.п.н., профессор, профессор кафедры «Биохимия и физиология растений» биологического факультета ННГУ им. Н.И. Лобачевского, г. Нижний Новгород.

Гребенев И.В., д.п.н., профессор, профессор кафедры кристаллографии и экспериментальной физики физического факультета ННГУ им. Н.И. Лобачевского, г. Нижний Новгород.