

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В БЫСТРО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ЦИЛИНДРЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

Дьякова В.В.¹, Полежаев Д.А.¹

¹ФГБОУ ВПО «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет», Пермь, Россия (614990, Пермь, ул. Сибирская, 24), e-mail: dyakova@pspu.ru

Экспериментально изучается динамика жидкости и тяжелой сыпучей среды внутри частично заполненного быстро вращающегося горизонтального цилиндра. Многофазная система сыпучая среда – жидкость – воздух находится в центрифугированном состоянии. Под действием силы тяжести жидкость совершает колебания вблизи песчаной подложки, которые являются причиной возникновения пространственно-периодического квазистационарного рельефа в виде холмов, вытянутых вдоль оси вращения. Структура и интенсивность колебательного движения жидкости изучаются с использованием высокоскоростной видеокамеры Optronic CamRecord CL600x2. Фурье-анализ экспериментальных данных показывает, что частота колебаний жидкости вблизи сыпучей среды определяется скоростью вращения цилиндра и скоростью распространения инерционных волн. Экспериментальные результаты измерения скорости колебательного движения жидкости качественно согласуются с теоретическими предсказаниями. Полученные результаты необходимы для определения управляющих параметров в задаче об устойчивости цилиндрической границы раздела между жидкостью и сыпучей средой и появлении рельефа во вращающемся цилиндре.

Ключевые слова: вращение, сыпучая среда, колебательное движение жидкости, квазистационарный рельеф

EXPERIMENTAL STUDY OF OSCILLATORY FLUID FLOW INSIDE A RAPIDLY ROTATING HORIZONTAL CYLINDER UNDER GRAVITY

Dyakova V.V.¹, Polezhaev D.A.¹

¹Perm State Humanitarian Pedagogical University, Perm, Russia (614990, Perm, Sibirskaya Str., 24), e-mail: dyakova@pspu.ru

The dynamics of liquid and heavy granular medium inside a rapidly rotating horizontal cylinder partially filled with liquid is experimentally studied. Multiphase system granular medium – liquid – air is centrifuged. Gravity induces oscillatory liquid motion near the sand which provokes the onset of spatially periodic quasi-stationary hills extended along the axis of rotation. The oscillatory liquid motion is studied with use of high-speed camera Optronic CamRecord CL600x2. The spectral analysis of experimental data documents that frequency of liquid oscillations near the granular medium is determined by rotation rate and velocity of inertial waves. The experimental results on liquid velocity are in qualitative agreement with theoretical predictions. The obtained results are necessary to determine governing parameters in the problem of liquid – sand interface stability.

Keywords: rotation, granular medium, liquid oscillations, quasi-stationary patterns

Экспериментально изучается динамика трехфазной системы газ – жидкость – сыпучая среда в быстро вращающемся горизонтальном цилиндре. При быстром вращении цилиндра под действием центробежной силы инерции жидкость и тяжелая сыпучая среда переходят в центрифугированное состояние. Вследствие действия силы тяжести кольцевой слой жидкости оказывается неоднородным по толщине: в лабораторной системе отсчета воздушный цилиндр смещен вниз по отношению к оси вращения. Во вращающейся системе отсчета такое распределение жидкости соответствует распространению двумерной волны в направлении, противоположном вращению цилиндра со скоростью, равной скорости вращения кюветы Ω . Бегущая азимутальная волна генерирует в жидкости вынужденные

колебания с частотой, равной скорости вращения цилиндра. Кроме того, под действием силы тяжести в жидкости могут возбуждаться инерционные волны, которые также становятся источником колебаний. Таким образом, колебательное движение жидкости является суперпозицией нескольких типов колебаний. В [3] обнаружено, что интенсификация колебательного движения жидкости приводит к формированию квазистационарного рельефа в форме холмов, перпендикулярных оси колебаний. Для выяснения механизма возникновения рельефа требуется изучить скорость колебательного движения жидкости.

Экспериментальная установка. Эксперименты проводятся с цилиндрической кюветой 1, установленной на горизонтальной платформе 2 (рис. 1). Кювета приводится во вращение с помощью шагового двигателя 3 типа FL86STH80-4208A с блоком управления SMD-40M. Скорость вращения регулируется генератором электрических сигналов Gw Instek GAG-810. В экспериментах скорость вращения варьируется в диапазоне $f = 0 - 15$ об/с, погрешность измерения f не превышает 0.01 об/с.

Кювета представляет собой полый прозрачный цилиндр кругового сечения из плексигласа длиной $L = 7.8$ см и внутренним диаметром $D = 12.6$ см. В центре одного из торцов кюветы имеется отверстие для заполнения жидкостью и сыпучей средой. После заполнения жидкостью и песком кювета крепится к платформе.

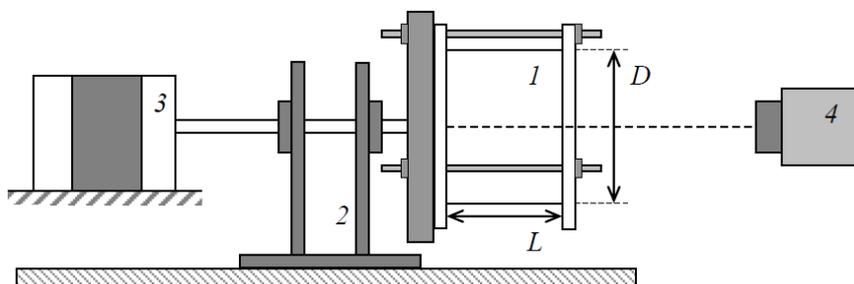


Рис. 1. Экспериментальная установка

В качестве рабочей жидкости используются водоглицериновые смеси различной концентрации, кинематическая вязкость которых варьируется в диапазоне $\nu = 1 - 30$ сСт. Вязкость жидкости измеряется вискозиметром типа ВПЖ-2 (с точностью 0.1 сСт). Количество жидкости характеризуется величиной относительного наполнения $q = V/V_0$, где V - объем кольцевого слоя жидкости, V_0 - объем полости за вычетом объема кольцевого слоя песка. В экспериментах наполнение варьируется в диапазоне $q = 0.1 - 0.6$. Сыпучая среда представляет собой калиброванные сферические стеклянные частицы диаметром 150 – 250 мкм. В экспериментах масса сыпучей среды m равна 125 или 250 г. Плотность гранул измеряется методом гидростатического взвешивания и составляет $\rho = 2.5$ г/см³.

В кювету с жидкостью и сыпучей средой добавляются маркеры размером ~1 мм с плотностью, примерно равной плотности жидкости. Во вращающемся цилиндре маркеры располагаются внутри жидкости над сыпучей средой. Маркеры увлекаются потоками жидкости и используются для визуализации потоков и измерения скорости жидкости.

Движение жидкости изучается с использованием высокоскоростной видеокамеры Optronis CamRecord CL600x2 4, позволяющей производить регистрацию со скоростью до 1200 кадров в секунду при разрешении 800×600 пикселей. Наблюдения проводятся при естественном или стробоскопическом освещении через торцевую стенку кюветы. В зависимости от цели эксперимента частота вспышек стробоскопической лампы согласуется со скоростью вращения полости или со скоростью распространения инерционной волны. Управление стробоскопической лампой осуществляется с помощью ЦАП ZETLab с точностью 0.01 Гц.

Результаты эксперимента. При изучении динамики жидкости и сыпучей среды в быстро вращающемся горизонтальном цилиндре обнаружено, что граница раздела жидкость – песок неустойчива к появлению регулярного квазистационарного рельефа в виде вытянутых вдоль оси вращения холмов (рис. 2). Появление квазистационарного рельефа предположительно связано с неустойчивостью границы раздела в результате азимутального колебательного течения жидкости, возбуждаемого силой тяжести.

Интенсивность колебаний жидкости во вращающемся цилиндре определяется отношением силы тяжести и центробежной силы инерции [2]:

$$\Gamma = \frac{g}{\Omega^2 a}, \quad (1)$$

здесь $\Omega = 2\pi f$ – угловая скорость вращения, a – радиус свободной поверхности жидкости, g – ускорение свободного падения. В отсутствие вращения жидкость и сыпучая среда находятся в нижней части полости. При плавном увеличении скорости вращения цилиндра жидкость и песок частично увлекаются вращающейся стенкой цилиндра. С увеличением скорости вращения объем увлекаемых стенкой жидкости и сыпучей среды возрастает. Сначала в центрифугированное состояние переходит сыпучая среда. При дальнейшем увеличении f жидкость также образует кольцевой слой (точки 1 на рис. 3). В быстро вращающемся горизонтальном цилиндре, когда действие силы тяжести мало по сравнению с центробежной силой инерции ($\Gamma \ll 1$), жидкость почти равномерным слоем покрывают цилиндрическую стенку кюветы и совершают вынужденные азимутальные колебания под действием осциллирующей в системе отсчета полости силы тяжести. Помимо вынужденных колебаний в жидкости также могут возбуждаться колебания под действием азимутальных инерционных волн: порог их возникновения показан точками 2 на рис. 3.

В экспериментах [1] обнаружены бегущие инерционные волны с азимутальными волновыми числами $k = 1 - 5$. Фазовая скорость волн зависит от скорости вращения цилиндра и волнового числа k ; амплитуда возрастает при уменьшении скорости вращения. При понижении скорости вращения на поверхности песка пороговым образом возникает пространственно–периодический рельеф (рис. 3, точки 3). Дальнейшее понижение скорости вращения полости приводит к потере устойчивости центрифугированного состояния жидкости и песка. При достижении пороговой скорости вращения центрифугированный слой обрушивается на дно полости, рельеф разрушается (рис. 3, точки 4). Согласно наблюдениям колебательное движение жидкости вблизи границы раздела жидкость – сыпучая среда является причиной возникновения пространственно-периодического рельефа в виде холмов, вытянутых вдоль оси вращения. В зависимости от скорости Ω и относительного наполнения q жидкость совершает только вынужденные колебания или вынужденные и волновые колебания.



Рис. 2. Рельеф на границе раздела жидкость – сыпучая среда: $\Omega = 35.2 \text{ с}^{-1}$, $\nu = 1.4 \text{ сСт}$, $m = 250 \text{ г}$, $q = 0.216$; светлая линия демонстрирует границу раздела между жидкостью и воздухом; воздушный столб занимает центральную часть полости

С помощью программы CamRecord при заданной скорости вращения выполняется видеосъемка жидкости с имеющимися в ней маркерами в течение интервала времени, достаточного для нескольких десятков оборотов цилиндра. Полученный видеоряд сохраняется в виде серии файлов в формате JPG.

Для вычисления скорости колебательного движения жидкости относительно вращающейся полости вычисляется амплитуда колебаний жидкости b и их частота Ω_{osc} : $\nu_0 =$

$b\Omega_{osc}$. Для вычисления амплитуды колебаний с помощью программы MB-Ruler измеряется азимутальная координата маркера φ в жидкости относительно вертикали в зависимости от времени в течение нескольких десятков оборотов цилиндра. В таком случае положение маркера относительно вращающегося цилиндра может быть вычислено по формуле $\varphi_0 = \varphi - \Omega t$, здесь t – время. Время t можно вычислить, зная время между последовательными кадрами τ : $t = (N - 1)\tau$, где N – номер фотографии в серии. На рис. 4а приведены результаты измерения φ_0 в зависимости от угла поворота цилиндра $\theta = \Omega t$. Важно отметить, что помимо колебательного движения жидкость одновременно совершает осредненное азимутальное движение в направлении, противоположном вращению цилиндра, о чем свидетельствуют уменьшение угла φ_0 на рис. 4а. Осредненное азимутальное движение жидкости во вращающемся цилиндре подробно изучено в [2], и здесь мы не будем останавливаться на его обсуждении. Отметим только, что осредненное течение жидкости становится важным в надкритической области существования рельефа, где приводит к его азимутальному дрейфу.

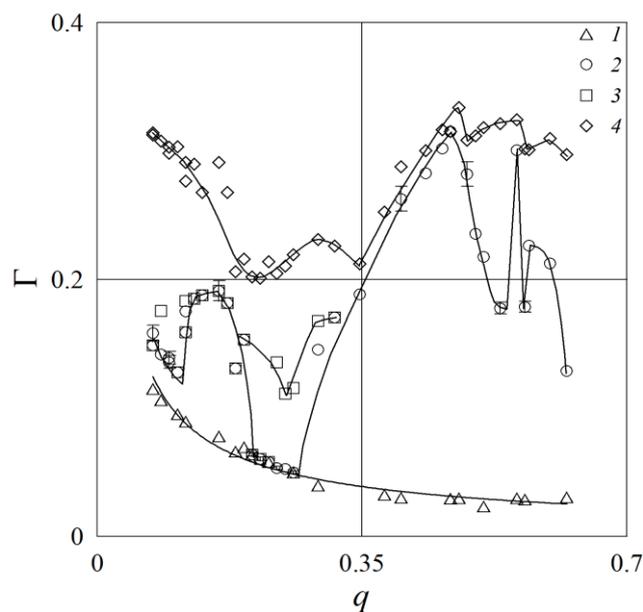


Рис. 3. Зависимость безразмерного ускорения Γ от наполнения полости q ($m = 125$ г, $\nu = 1$ сСт) в пороге центрифугирования жидкости (1), возбуждения инерционных азимутальных волн (2), формирования рельефа (3) и обрушения центрифугированного слоя (4)

Фурье-анализ приведенных данных показывает, что колебания жидкости происходят с единственной частотой, близкой к скорости вращения цилиндра $\Omega_{osc} \approx 33.0$ об/с (рис. 4б). Незначительное отклонение частоты осцилляций Ω_{osc} от скорости вращения Ω связано с наличием осредненного азимутального течения, вследствие чего колебания жидкости происходят с частотой $\Omega_{osc} = \Omega + \Delta\Omega$, здесь $\Delta\Omega$ – скорость осредненного движения жидкости, при этом $\Delta\Omega \ll \Omega$. Возникновение осредненного движения обусловлено волновыми

процессами в жидкости. Согласно [5], при распространении волны элементы жидкости совершают такое незамкнутое орбитальное движение, что возникает средний дрейф в направлении распространения волны. Согласно наблюдениям азимутальная волна распространяется в сторону, противоположную вращению цилиндра, и скорость $\Delta\Omega < 0$.

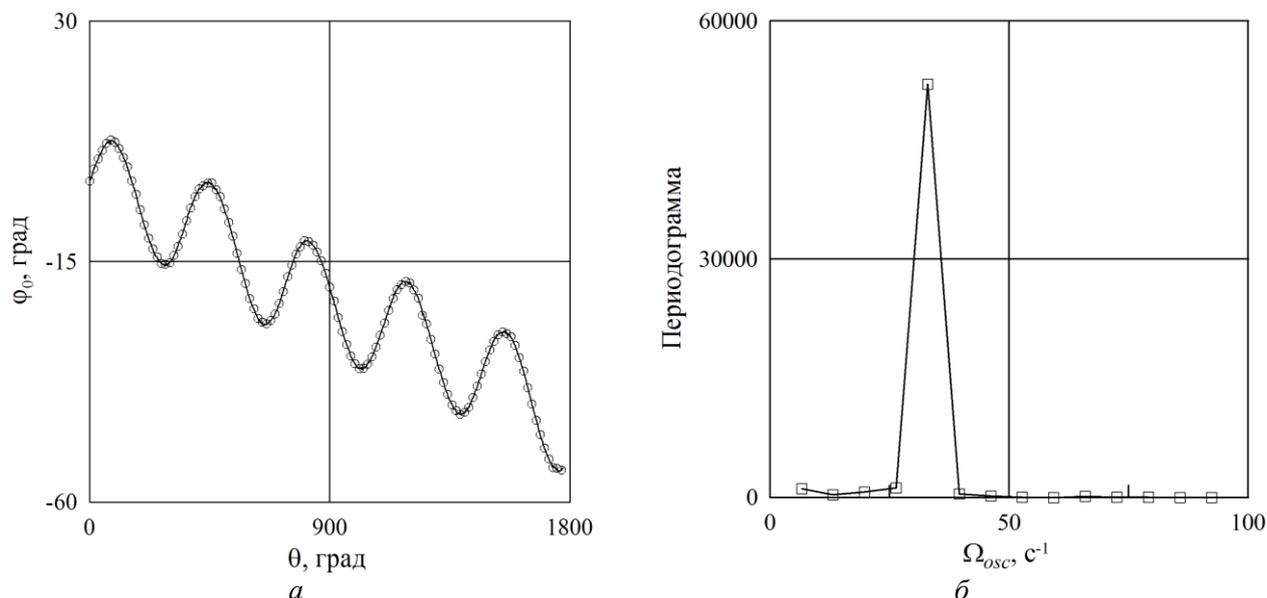


Рис. 4. Положение частицы вблизи центрифугированного слоя песка относительно вращающейся полости φ_0 в зависимости от угла поворота полости θ (а) и результаты спектрального анализа (б): $q = 0.182$, $\Omega = 33.0 \text{ c}^{-1}$, $\nu = 2.9 \text{ cСт}$, $m = 125 \text{ г}$

Вычислим амплитудное значение скорости колебательного движения жидкости v_0 . Согласно рис. 4а амплитуда колебаний жидкости равна $\varphi_{max} = 0.17$ рад, тогда амплитуда колебаний $b = \varphi_{max}r$. Расстояние r от центра полости до маркера, который движется вблизи песчаной подложки, можно вычислить по формуле $r = D/2 - h$, где h – толщина слоя песка. При массе песка $m = 125 \text{ г}$ толщина песчаной подложки равна 0.27 см . Следовательно, $b = 1.02 \text{ см}$. Для амплитуды скорости азимутальных колебаний имеем $v_0 = b\Omega_{osc} = 34 \text{ см/с}$.

Полученные экспериментальные данные можно сравнить с предсказаниями теории [4] для маловязкой жидкости в быстровращающемся бесконечно длинном горизонтальном цилиндре в поле силы тяжести. Согласно теории скорость вынужденных колебаний жидкости можно вычислить по формуле:

$$v = \frac{1-q}{2} \frac{g}{\Omega} \left(\frac{R^2}{r^2} + 1 \right) \cos \varphi, \quad (2)$$

здесь R – расстояние от центра полости до границы раздела между жидкостью и песком, g – ускорение свободного падения. В приведенном примере амплитудное значение скорости жидкости вблизи границы раздела равно $v_0 = 24 \text{ см/с}$. Таким образом, экспериментальные

результаты измерения скорости колебаний жидкости удовлетворительно согласуются с теоретическими предсказаниями [4].

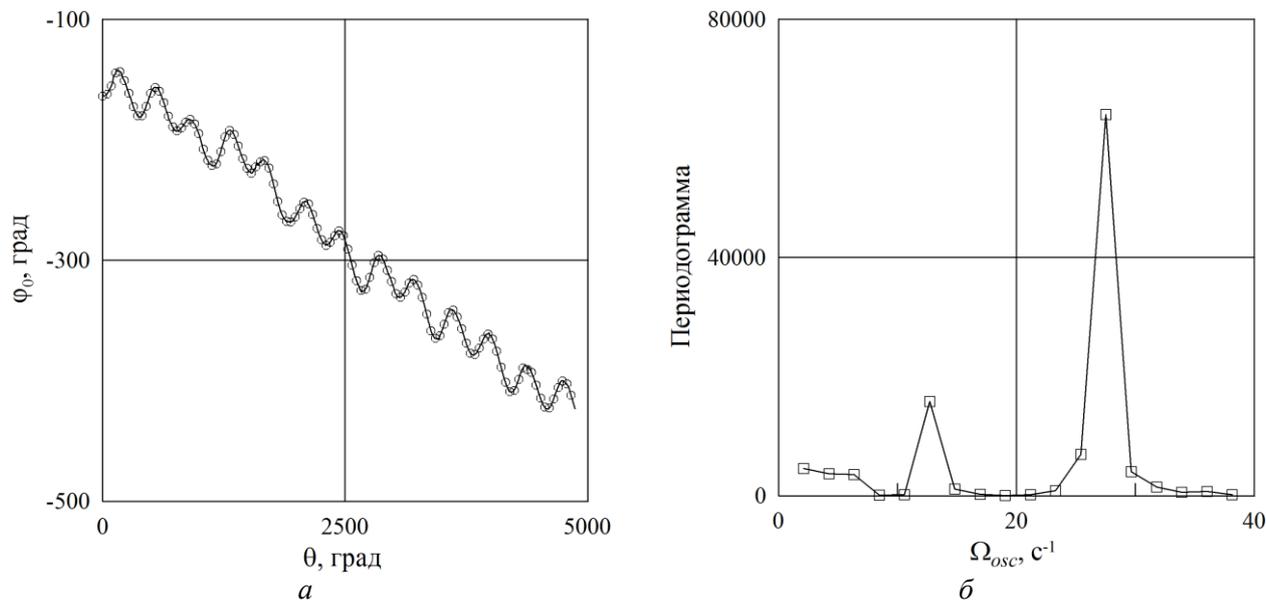


Рис. 5. Положение частицы вблизи центрифугированного слоя песка относительно вращающейся полости ϕ_0 в зависимости от угла поворота полости θ (а) и результаты спектрального анализа (б): $q = 0.129$, $\Omega = 28.7 \text{ c}^{-1}$, $\nu = 2.8 \text{ сСт}$, $m = 250 \text{ г}$, $k = 3$

Если на поверхности жидкости возбуждаются бегущие азимутальные волны, то они также приводят жидкость в колебательное движение. При этом жидкость совершает одновременно вынужденные и волновые колебания. На рис. 5а приведена зависимость азимутальной координаты маркера во вращающейся системе отсчета от угла поворота цилиндра. Как и прежде, помимо колебательного движения жидкость совершает осредненное азимутальное движение. Важно отметить, что скорость такого движения значительно превышает скорость азимутального дрейфа в отсутствие волн: тангенс угла наклона графика на рис. 5а равен относительной скорости осредненного движения жидкости. Измерения показывают, что тангенс угла наклона равен 0.06, так что действительная скорость жидкости в лабораторной системе отсчета $\Omega_l = 27.0 \text{ об/с}$.

Фурье-анализ показывает, что колебательное движение жидкости является суперпозицией двух гармонических колебаний (рис. 5б). Колебания с частотой $\Omega_{osc1} \approx 27 \text{ c}^{-1}$ происходят с частотой, равной скорости вращения жидкости Ω_l . Второй пик соответствует частоте $\Omega_{osc2} = 13 \text{ c}^{-1}$ и определяется фазовой скоростью волны. Действительно, частота осцилляций жидкости равна:

$$\Omega_{osc2} = k(\Omega_l - \Omega_w), \quad (3)$$

где k – азимутальное волновое число, Ω_w – фазовая скорость волны в лабораторной системе отсчета. Согласно наблюдениям в приведенном случае $\Omega_w = 22.1$ об/с и $k = 3$. Таким образом, частота $\Omega_{osc2} = 14.7$ с⁻¹, что хорошо согласуется с результатами Фурье-анализа.

Заключение. Во вращающемся цилиндре, частично заполненном жидкостью и сыпучей средой, сила тяжести генерирует в жидкости азимутальные колебания, ответственные за появление квазистационарного рельефа в виде холмов, вытянутых вдоль оси вращения. Спектральный анализ показывает, что в общем случае колебательное движение жидкости представляет собой суперпозицию нескольких гармонических колебаний. Предложенная методика изучения колебательного движения позволяет изучить спектр колебаний жидкости и измерить скорость колебательного движения жидкости. Полученные результаты будут использованы для определения управляющих параметров в задаче об устойчивости границы раздела между жидкостью и сыпучей средой к появлению рельефа во вращающемся цилиндре.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Научного Фонда (проект 14-11-00476)

Список литературы

1. Дьякова В.В., Полежаев Д.А. Волновые процессы в системе сыпучая среда – жидкость – газ во вращающемся горизонтальном цилиндре // Конвективные течения... – 2013. Вып. 6. – С. 155-167.
2. Иванова А.А., Козлов В.Г., Чиграков А.В. Динамика жидкости во вращающемся горизонтальном цилиндре // Изв. РАН. МЖГ. – 2004. – № 4. – С. 98-111.
3. Dyakova V., Kozlov V., Polezhaev D. Pattern formation inside a rotating cylinder partially filled with liquid and granular medium // Shock and vibration. 2014. Vol. 2014. doi:10.1155/2014/841320.
4. Phillips O.M. Centrifugal waves // J. Fluid Mech. – 1960. – Vol. 7. – №3. – P. 340-352.
5. Stokes G.G. On the theory of oscillatory waves // Trans. Cambridge Philos. Soc. – 1847. – Vol. 8. – P. 441-473.

Рецензенты:

Козлов В.Г., д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой общей и экспериментальной физики, ФГБОУ ВПО «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет», г. Пермь;

Иванова А.А., д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры общей и экспериментальной физики, ФГБОУ ВПО «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет»,

г. Пермь.