

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОНЛАЙН-СЕРВИСОВ В УЧЕБНОМ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ, ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ОТКЛИКА ЛИНЕЙНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ (ЛЭЦ), В ОТВЕТ НА ИМПУЛЬСНОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ

¹Шиян А.Ф., ²Шиян Н.В., ¹Кичигин А.В.

¹ФГБОУ ВПО «Мурманский Государственный технический университет», Мурманск, Россия (183010, г. Мурманск, ул. Спортивная, 13), e-mail: AFShiyan@yandex.ru;

²ФГБОУ ВПО «Мурманский Государственный гуманитарный университет», Мурманск, Россия (183720, г. Мурманск, ул. Капитана Егорова, д.15, e-mail: NV-Shiyan@mail.ru

В практике преподавания естественнонаучных и инженерных дисциплин математические модели, исследуемые в учебных задачах, достаточно объемны и сложны, а их «ручная» математическая обработка требует больших затрат учебного времени, отводимого на аудиторную и самостоятельную работу студента. В частности, учебный вычислительный эксперимент при исследовании переходного процесса в линейной электрической цепи, возникающего при импульсном воздействии на цепь, является чрезвычайно трудоемким. В статье представлены результаты работы по модернизации средств и методик проведения учебного вычислительного эксперимента на примере расчета отклика линейной электрической цепи, в ответ на импульсное воздействие, методом интеграла Дюамеля. Показаны основные возможности решения этой задачи средствами online-версии пакета Mathematica.

Ключевые слова: онлайн Интернет-сервис, пакет символьной математики Wolfram Mathematica, компьютерная математика, интерфейс, вычислительный эксперимент, математическая модель, переходный процесс, интеграл Дюамеля

USAGE OF ONLINE SERVICES IN EDUCATIONAL COMPUTING EXPERIMENT AT RESEARCH OF THE RESPONSE OF LINEAR CIRCUIT ON THE ELECTRICAL IMPULSE'S INFLUENCE

¹Shiyan A.F., ²Shiyan N.V., ¹Kichigin A.V.

¹FGBOU VPO "Murmansk State Technical University", Murmansk, Russia (183010, Murmansk, Sportivnaya St., 13), e-mail: AFShiyan@yandex.ru

²FGBOU VPO "Murmansk State Humanities University", Murmansk, Russia (183720, Murmansk, Captain Egorov St., 15, e-mail: NV-Shiyan@mail.ru

From the experience of tutoring of natural-scientific and engineering disciplines it is known that mathematical models used in educational tasks are rather large and complex and manual mathematical processing requires a big amount of time dedicated for student's classwork and homework. In particular, the educational computing experiment at research of the transition process in a linear circuit arising from a electrical impulse's influence is extremely labor-consuming. Results of modernization of means and techniques of carrying out educational computing experiment on the example of calculation of a response of a linear circuit on electrical impulse's influence by using the method of Duhamel's integral are presented in the article. The main opportunities for the solution of this task are shown by means of the online version of Mathematica suite.

Keywords: online Internet service, symbolical mathematics suite Wolfram Mathematica, computer mathematics, interface, computing experiment, mathematical model, transition process, Duhamel's integral

В учебном процессе естественнонаучных и инженерных дисциплин серьезное внимание уделяется учебному вычислительному эксперименту, на основе использования современных программно-аппаратных средств, которые непрерывно совершенствуются, но избытка времени, позволяющего изучать прикладные программы со сложным интерфейсом, нет. В этой связи, среди большого количества современных программных продуктов, используемых для проведения вычислительного эксперимента, особого внимания заслуживает пакет

Mathematica – мощная система компьютерной алгебры с достаточно удобным, интуитивно понятным и простым в освоении интерфейсом.

Цель исследования: модернизация средств и методик проведения учебного вычислительного эксперимента в практике преподавания естественнонаучных и инженерных дисциплин, на примере совершенствования методики проведения электротехнического вычислительного эксперимента при исследовании переходного процесса в линейной электрической цепи методом интеграла Дюамеля.

Материал и методы исследования: моделирование процесса обучения на основе использования современных компьютерных технологий, математическое моделирование, обобщение опыта.

Результаты исследования и их обсуждение. Исследование переходного процесса, возникающего в ЛЭЦ в ответ на входное импульсное воздействие сложной формы (отклика электрической цепи на импульсное воздействие сложной формы) – задача трудоемкая. В качестве основных программных продуктов для ее решения мы исследовали пакеты компьютерной математики SCILAB и WOLFRAM MATHEMATICA.

Пакет компьютерной алгебры WOLFRAM MATHEMATICA предоставляет пользователю достаточно широкие возможности для расчета переходных процессов. Впрочем, данный пакет применяется российскими студентами и курсантами достаточно ограниченно: во-первых, он дорог, во-вторых, есть достойные бесплатные альтернативы (в частности, пакет компьютерной математики SCILAB). Однако в некоторых задачах, например, при вычислении интеграла Дюамеля, пакет WOLFRAM MATHEMATICA более удобен.

Сегодня появилась бесплатная онлайн-версия этого продукта: WOLFRAM *Mathematica* Online. Исполнительный директор фирмы Wolfram, Стивен Вольфрам, сообщил, что почти все особенности компьютерных приложений доступны в этой браузерной версии пакета.

Наше исследование доказало справедливость этого утверждения. Мы рассмотрели возможности версии WOLFRAM *Mathematica* Online, при выполнении вычислительного эксперимента по исследованию переходного процесса в линейной электрической цепи методом интеграла Дюамеля.

На рис. 1 приведены: (a) – схема исследуемой цепи; (b) – график изменения ЭДС источника импульсного сигнала, действующего на входе исследуемой цепи. Параметры элементов цепи известны: $R_1 = R_3 = 100 \text{ Ом}$; $L = 0,35 \text{ Гн}$; $C = 30 \text{ мкФ}$; $R_2 = R_4 = 20 \text{ Ом}$;

Проиллюстрируем возможности WOLFRAM Mathematica Online при расчете отклика тока конденсатора, включенного в ветвь ЛЭЦ, в ответ на входное импульсное воздействие сложной формы.

Расчет переходной проводимости операторным методом. Операторная схема замещения

Для составления операторной схемы замещения исследуемой ЛЭЦ катушку и конденсатор исходной цепи заменяем их операторными изображениями для нулевых начальных условий, рис. 2. Катушку заменили операторным сопротивлением Lp , конденсатор – операторным сопротивлением $1/Cp$.

Примем величину ЭДС источника входного питания равной 1 В, его операторное изображение

$$E_0/p = 1/p$$

В этом случае оригинал операторного изображения тока ветви с конденсатором будет равен переходной проводимости.

На операторной схеме система контуров выбрана таким образом, чтобы при расчете операторного тока конденсатора методом контурных токов, достаточно было найти лишь ток первого контура $I_{11}(p)$, равный искомому $I_C(p)$.

Операторное изображение тока конденсатора. Для расчета операторного тока конденсатора $I_C(p)$ методом контурных токов, составим систему контурных уравнений.

Все элементы полученной нами системы контурных токов являются операторными изображениями сопротивлений токов и ЭДС. Матричное уравнение, описывающее исследуемую цепь в соответствии с методом контурных токов, имеет следующий вид:

$$[Z_k][I_k] = [E_k],$$

где $[Z_k]$ – матрица контурных сопротивлений, ее коэффициенты:

$$Z_{11} = R_2 + R_4 + 1/Cp; \quad Z_{22} = R_1 + R_3 + R_4 + Lp; \quad Z_{33} = R_1 + R_2 + Lp;$$

$$Z_{12} = Z_{21} = R_4; \quad Z_{13} = Z_{31} = -R_2; \quad Z_{23} = Z_{32} = R_1 + Lp;$$

$[I_k]$ – матрица операторных изображений контурных токов, ее элементы нам неизвестны.

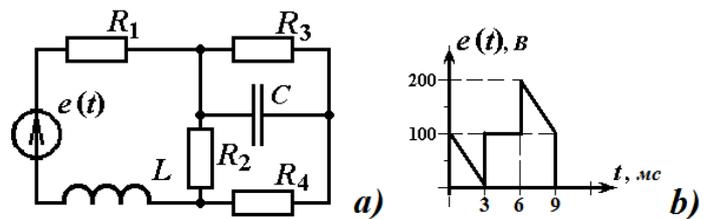


Рис. 1. Схема исследуемой цепи (а), график изменения ЭДС источника входного импульсного сигнала (b)

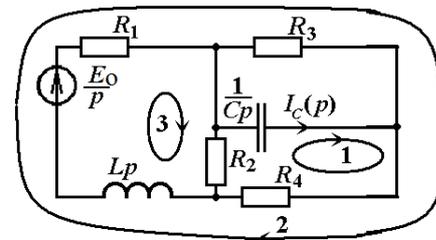


Рис. 2. Операторная схема замещения исследуемой ЛЭЦ

Первый элемент этой матрицы – операторное изображение тока первого контура мы должны найти; $[E_k]$ – матрица операторных изображений контурных ЭДС, ее коэффициенты:

$$E_{11} = 0; \quad E_{22} = E_{33} = E/p = 1/p.$$

Используя пакет WOLFRAM *Mathematica* Online, решим это матричное уравнение. Студентам мы рекомендуем обращаться за консультацией к иллюстрированному самоучителю по работе с пакетом Wolfram Mathematica, Интернет-адрес ресурса [1].

Для решения задачи выходим на Интернет-страницу WOLFRAM *Mathematica* Online, Интернет-адрес ресурса [6]. Кликнув в панели входа в аккаунт кнопку «Create Account», регистрируемся и создаем личный аккаунт. Входим в свой аккаунт. Открыв ячейку ввода в окне блокнота, введем программный код для решения нашей задачи, рис. 3.

The screenshot shows a Mathematica notebook with the following content:

```

In[9]= R1 = 100; R3 = 100; Lo = 0.35; Co = 30 / 1 000 000; R2 = 20;
      R4 = 20; Eo = 1;
      Z11 = R2 + R4 + 1 / (Co * P); Z22 = R1 + R3 + R4 + Lo * P;
      Z33 = R1 + R2 + Lo * P; Z12 = R4; Z21 = R4; Z13 = -R2;
      Z31 = -R2; Z23 = R1 + Lo * P; Z32 = Z23;
      Ek1 = 0; Ek2 = Eo / P; Ek3 = Eo / P;
      Zk = {{Z11, Z12, Z13}, {Z21, Z22, Z23}, {Z31, Z32, Z33}};
      Ik = {Ik1, Ik2, Ik3}; Ek = {Ek1, Ek2, Ek3};
      Ic1 = Solve[Dot[Zk, Ik] == Ek, Ik];
      Ic = Ic1[[1, 1]]; WyP = Together[Ic];
      g0 = InverseLaplaceTransform[WyP, P, t]

Out[7]= Ik1 -> 1.42857 / (390476. + 1480.95 P + 1. P^2)

Out[8]= Ik1 DiracDelta[t] -> 1.42857 (-0.00125857 e^-1137.75 t + 0.00125857 e^-343.199 t)

```

Рис. 3

Следует обратить внимание на то, что многие заглавные символы алфавита зарезервированы пакетом Wolfram Mathematica в качестве служебных. Например, **I** – этим символом обозначается мнимая единица, **E** – основание натурального логарифма, и т.д. Поэтому мы усложняли символьные обозначения, например, ЭДС – **Eo**, индуктивность – **Lo**.

Для запуска командного кода на исполнение нажимаем клавишу «**Enter**» на цифровой клавиатуре или комбинацию клавиш «**Shift + Enter**» на основной клавиатуре. На рис. 3, в ячейках вывода, показан результат исполнения командного кода. Таким образом, передаточная функция по проводимости имеет вид:

$$W_Y(p) = \frac{1,42857}{390476 + 1480,95 p + p^2},$$

Соответственно, переходная проводимость цепи

$$g(t) = 1,42857(-0,00125857 e^{-1137,75t} + 0,00125857 e^{-343,199t})$$

Чтобы раскрыть скобки полученного выражения дополним программный код командой **Expand[g0]**. После исполнения модифицированного кода получим выражение для переходной проводимости цепи:

$$g(t) = -0,00179796 e^{-1137,75t} + 0,00179796 e^{-343,199t},$$

Расчет отклика тока ветви с конденсатором методом интеграла Дюамеля

Исследование входного импульса. Разделение его на однородные участки. Деление входного импульса на однородные участки выполняем таким образом (рис. 4), чтобы в пределах одного участка график функции $u(t)$ можно было представить простым аналитическим выражением: на первом участке входной импульс делает скачок на 100 В, а затем линейно снижается до 0 В;

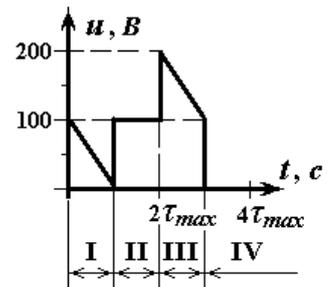


Рис. 4

- на втором участке входной импульс делает скачок на 100 В, а далее не меняет своего уровня;
- на третьем участке входной импульс делает скачок на 100 В, а затем линейно снижается с 200 до 100 В;
- на четвертом участке входной импульс скачком падает от 100 В до 0, чем входной импульс и завершается;
- продолжительность по времени каждого из трех первых участков $\tau_{\max} = 3 \text{ мс} = 0,003 \text{ с}$.

Интеграл Дюамеля и отклик тока конденсатора на первом участке. Для первого участка интеграл Дюамеля для вычисления отклика тока в ветви с конденсатором имеет вид:

$$i_1(t) = \Delta u_1 g(t) + \int_0^t u_1' g(t - \theta) d\theta.$$

В этом уравнении Δu_1 – скачок напряжения входного сигнала на первом участке,

$$\Delta u_1 = 100 \text{ В},$$

а u_1' – скорость изменения входного сигнала на этом участке:

$$u_1' = \Delta u_1 / \tau_{\max} = -100 / 0,003 \approx -33333,3 \text{ В/с}.$$

Рассчитаем интеграл Дюамеля для первого участка в среде пакета WOLFRAM *Mathematica* Online. Запишем программный код решения этой задачи.

1. Откроем в блокноте своего аккаунта новую ячейку ввода. Объявим значения коэффициентов, характеризующих воздействующий сигнал на первом участке (**du1** – скачок входного сигнала в начале участка, **tau** – правая временная граница участка, **k1** - угловой коэффициент прямой графика для первого участка):

$$\mathbf{du1=100;tau=0.003;k1=-du1/tau;}$$

2. Далее следует уравнение переходной проводимости **gt**:

$$gt = -0.00179796 * E^{(-1137.75 * t)} + 0.00179796 * E^{(-343.199 * t)};$$

3. Запишем уравнение переходной проводимости **gθ** в виде, необходимом для интегрирования по промежуточной переменной **θ**:

$$g\theta = -0.00179796 * E^{(-1137.75 * (t - \theta))} + 0.00179796 * E^{(-343.199 * (t - \theta))};$$

4. Запишем код для вычисления отклика тока с помощью интеграла Дюамеля:

$$iC1 = du1 * gt + k1 * Integrate[g\theta, \{ \theta, 0, t \}];$$

5. Оптимизируем выражение отклика тока. С помощью команды **Together** мы запускаем подпрограмму приведения выражения к общему знаменателю. Команда **Expand** обеспечивает раскрытие скобок.

$$iC01 = Expand[Together[iC1]]$$

6. Переменной **Interval1** присваиваем программный код вывода графика отклика тока на первом участке: командой **Plot** выводим график функции **iC01** в диапазоне изменения времени **t** от 0 до **tau**:

$$Interval1 = Plot[iC01, \{ t, 0, tau \}, GridLines -> Automatic, Frame -> True]$$

Параметры **GridLines -> Automatic, Frame -> True** обеспечивают вывод координатной сетки и автоматический выбор размеров графического окна.

Запустив режим исчисления, получили отклик тока конденсатора на первом участке:

$$i_I(t) = -0,121952 - 0,232472 e^{-1137,75t} + 0,354424 e^{-343,199t}.$$

Интеграл Дюамеля и отклик тока конденсатора на втором, третьем и четвертом участках рассчитываем аналогично. Для второго участка интеграл Дюамеля для вычисления отклика тока в ветви с конденсатором имеет вид:

$$i_{II}(t) = \Delta u_I g(t) + \int_0^{\tau} u'_1 g(t - \theta) d\theta + \Delta u_{II} g(t - \tau) + \int_{\tau}^t u'_{11} g(t - \theta) d\theta.$$

Запустив режим исчисления, получили отклик тока конденсатора на втором участке:

$$i_{II}(t) = -4,09232 e^{-1137,75t} + 0,368895 e^{-343,199t}.$$

Программный код решения этой задачи в среде пакета **WOLFRAM Mathematica Online** создается аналогично коду, который мы разрабатывали для первого участка.

Для создания этого кода мы открыли в блокноте новую ячейку ввода и скопировали в нее содержимое предыдущей ячейки – код для расчета отклика тока на 1-м участке. Далее мы модифицировали этот код:

- изменили номер участка в ремарках;
- дописали в исходные данные «**du2=100;**» – значение величины скачка напряжения в начале второго участка;

- поменяли обозначение **gt1** на **gt2**, а в выражении для **gt2** мы время **t** заменили на выражение **(t - tau)**;
- поменяли обозначение **iC1** на **iC2**, а в выражении для **iC2** мы заменили верхний предел интегрирования: вместо переменной **t** мы поставили числовую границу **tau**. Кроме этого, мы дополнили **iC2** откликом на скачок напряжения **du2*gt2**.

Выражение, полученное для отклика тока конденсатора на третьем участке, имеет вид:

$$i_{III}(t) = -0,121952 - 218,422 e^{-1137,75t} + 3,14745 e^{-343,199t}.$$

Выражение, полученное для отклика тока конденсатора на четвертом участке, имеет вид:

$$i_{IV}(t) = 6289,43 e^{-1137,75t} - 4,63233 e^{-343,199t}.$$

Последняя строка кода склеивает графики всех четырех участков:

Show[Interval1,Interval2,Interval3,Interval4,PlotRange-> Automatic]

На рис. 5 приведен график отклика тока конденсатора, полученный после исполнения последней строки программного кода.

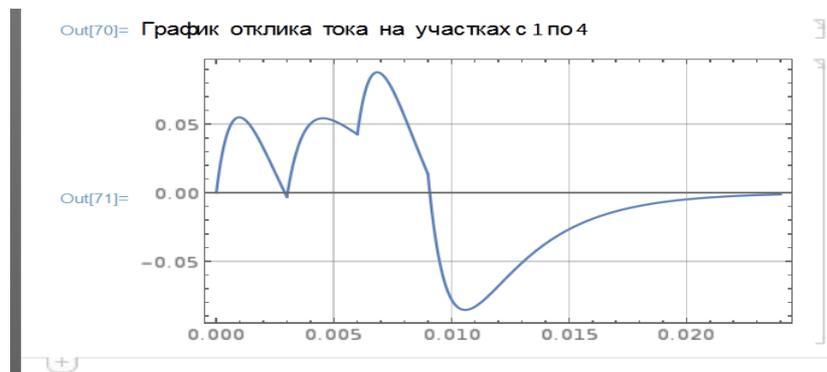


Рис. 5. График отклика тока конденсатора

Заключение

Использование Интернет-ресурса **WOLFRAM Mathematica Online** в учебном вычислительном эксперименте естественнонаучных и инженерных дисциплин целесообразно по ряду соображений.

Потенциал предметного содержания естественнонаучных и инженерных дисциплин может быть реализован, при условии активной познавательной деятельности курсантов и студентов по освоению изучаемой дисциплины.

Продуктивное усвоение студентами и курсантами предметного материала дисциплины на основе учебного вычислительного эксперимента определяет мотивационный аспект, формирует познавательный интерес и ценностное отношение к профессиональным знаниям.

Наряду с мотивационным аспектом, практико-ориентированное обучение естественнонаучным и инженерным дисциплинам обеспечивает инженерному образованию содержательный и процессуальный аспекты, способствует повышению уровня физического осмысления процессов, протекающих в изучаемых технических устройствах. Практико-

ориентированное обучение позволяет достичь более глубокого усвоения знаний, необходимых для профессиональной деятельности инженера, приобрести умение прогнозировать явления, происходящие в изучаемых технических объектах, учит основам конструирования новых технических устройств с заданными функциональными свойствами.

Список литературы

1. Иллюстрированный самоучитель по работе с пакетом Wolfram Mathematica [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://samoucka.ru/document21804.html>.
2. Шиян А.Ф., Методы расчета установившихся режимов ЛЭЦ (с использованием пакета Mathematica): учеб. пособие для студентов (курсантов) высш. учеб. заведений по направлению 180400 "Эксплуатация водного транспорта и транспортного оборудования" по спец. 180404 "Эксплуатация судового электрооборудования и средств автоматики" / А.Ф. Шиян. – Мурманск: МГТУ, 2006. -214 с.- (Утв. УМО по образованию в области эксплуатации водного транспорта ГМА им. С.О. Макарова № 41 от 3 июля 2008г.).
3. Шиян А.Ф., Шиян Н.В. Оптимизация учебного вычислительного эксперимента на основе использования онлайн-сервисов при решении дифференциальных уравнений // Современные проблемы науки и образования. – 2015. - № 1; URL: www.science-education.ru/121-18546 (дата обращения: 03.06.2015).
4. Шиян, Н.В. Педагогические возможности совершенствования физического образования на современном этапе развития общества: монография / Н.В. Шиян. – Мурманск: Изд-во МГТУ, 2012. –164 с.
5. Шиян, А.Ф., Шиян Н.В., Учебный вычислительный эксперимент на основе использования современных программно-аппаратных средств // Успехи современного естествознания. – 2014. - № 3. – С. 152-158.
6. WOLFRAM CLOUD : сайт облачного Интернет-ресурса свободной онлайн-версии пакета компьютерной алгебры WOLFRAM MATHEMATICA ONLINE [BETA] [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.wolframcloud.com>.

Рецензенты:

Власов А.Б., д.т.н., профессор, Заместитель начальника по научной работе Морской академии Мурманского государственного технического университета, г. Мурманск;
Морозов Н.Н., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой общей и прикладной физики Мурманского государственного технического университета, г. Мурманск.