

УДК 621.318

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОДНОГО КЛАССА НАМАГНИЧИВАЮЩИХ СИСТЕМ

Горбатенко Н.И.<sup>1</sup>, Ланкин М.В.<sup>1</sup>, Ланкин А.М.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова», Новочеркасск, Россия (346428, Новочеркасск, ул. Просвещения, 132), e-mail: lankinjohn@rambler.ru

Исследован один класс намагничающих систем, обеспечивающих автоматизацию процесса измерения и способных с высокой производительностью осуществлять транспортировку, ориентацию, фиксацию в измерительной позиции и перемагничивание испытуемых изделий из магнитотвердых материалов — намагничающие системы прямоточного типа (НСПТ). Разработана математическая модель, описывающая процесс движения постоянных магнитов (ПМ). Предложены уравнения аппроксимации проекций вектора электромагнитной силы, действующей на ПМ в процессе движения его в измерительную позицию. Погрешность аппроксимации составила 3% и 6% соответственно для тангенциальной и нормальной составляющей вектора электромагнитной силы. НСПТ устройств испытаний ПМ обеспечивают суммарное время транспортировки, ориентации и фиксации ПМ в измерительной позиции, не превышающее 450 мс при погрешности его установки в измерительную позицию не более 0,7 мм.

Ключевые слова: намагничающая система прямоточного типа, постоянный магнит, электромагнит, испытание, ориентация

## MATHEMATICAL MODEL OF A CLASS OF THE MAGNETIZING SYSTEMS

Gorbatenko N.I.<sup>1</sup>, Lankin A.M.<sup>1</sup>, Lankin A.M.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Federal State Budget Educational Institution of Higher Professional Educational «Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI)», Novocherkassk, Russia (346428, Novocherkassk, st. Prosvjashenija, 132), e-mail: lankinjohn@rambler.ru

Studied a class of magnetizing systems providing automated measurement process and capable of high performance to transport, orientation, fixation in the measuring position and the reversal of the subjects of articles of magnetic materials - magnetizing system ram type (MSRT). The mathematical describing the process of movement of the permanent magnets (PM). The equations approximating projection vector of the electromagnetic force acting on the PM during its movement in the measuring position. Approximation error was 3% and 6%, respectively, for the tangential and normal component of the electromagnetic force. MSRT PM devices provide a total test time of transportation, orientation and fixation of the PM in the measuring position does not exceed 450 ms with error installing it into the measuring position is not more than 0,7 mm.

Keywords: magnetizing system ramjet-type permanent magnet, an electromagnet, testing, orientation

Известные конструкции намагничающих систем устройств производственных испытания постоянных магнитов (ПМ) [1, 4] не приспособлены для быстрой и точной установки ПМ в измерительную позицию. Этот недостаток устранен в намагничающих системах прямоточного типа (НСПТ) [2, 3, 5]. Достоинством НСПТ является удобство загрузки и выгрузки образцов, поскольку движение последних происходит под действием собственного веса и магнитного поля по траектории, не имеющей отклонений от прямой линии.

Конструкция НСПТ для литых и порошковых ПМ, намагниченных вдоль продольной оси, приведена на рисунке 1. Она содержит намагничающие катушки НК, магнитопровод М броневой конструкции, в полюсах которого находится сквозной канал с помещенной в

него немагнитной направляющей Н. В центральной части направляющей находится блок первичных преобразователей индукции и напряженности ИК. Работает НСПТ следующим образом. Испытуемый ПМ поступает в направляющую и движется по ней под действием силы тяжести.

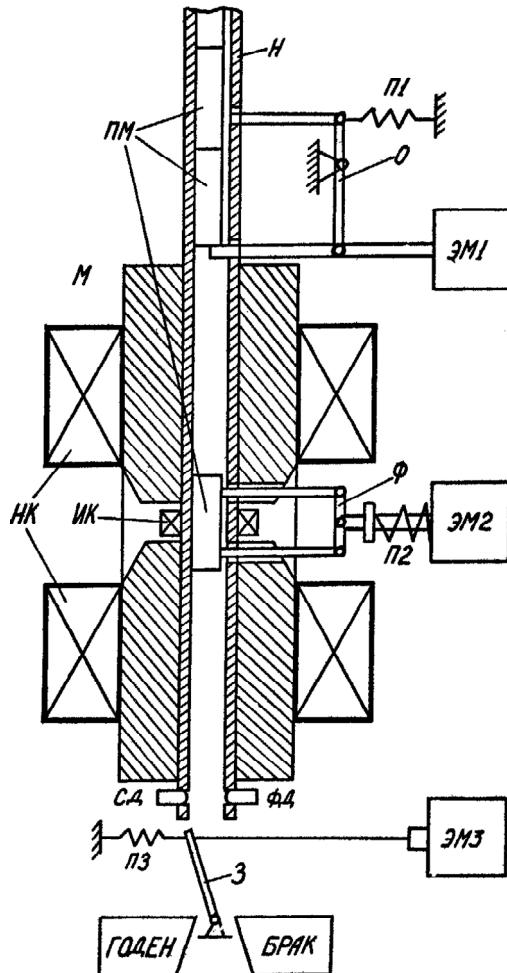


Рис. 1. Конструкция НСПТ

Одновременно в намагничивающие катушки подается ток, создающий в межполюсном пространстве НСПТ магнитное поле напряженностью, достаточной для фиксации ПМ в измерительной позиции (центр межполюсного пространства). После установки ПМ в измерительную позицию срабатывают механические фиксаторы Ф, удерживающие его в этом положении. Далее осуществляется перемагничивание ПМ по заданной программе под действием магнитного поля, создаваемого током в намагничивающих катушках. Электромагниты ЭМ1–ЭМ3 и пружины П1–П3 приводят в действие отсекатель О, фиксатор Ф и заслонку З соответственно.

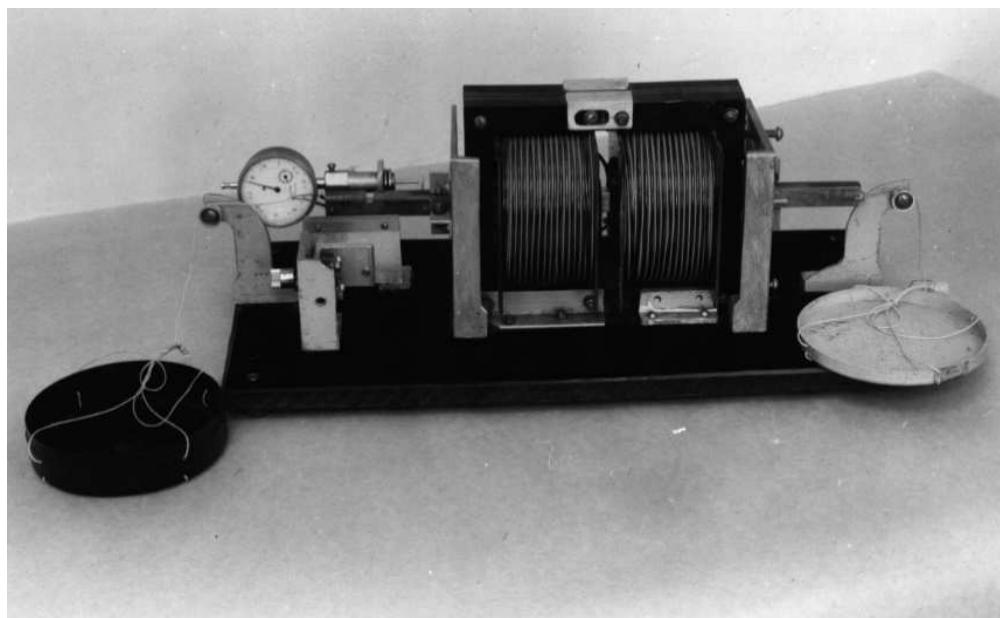
Для оптимального проектирования НСПТ [6, 7, 10] необходима модель, описывающая процесс движения ПМ. Уравнение движения изделия в системе данного типа имеет вид:

$$m \frac{d^2y}{dt^2} + P + F_\tau[y, B_{\text{nc}}(H), B_u(H), G] + F_n[y, B_{\text{nc}}(H), B_u(H), G]k_{\text{tp}} \cdot \text{sign}(\frac{dy}{dt}) = 0, \quad (1)$$

где  $u$  – расстояние между центром изделия и центром межполюсного пространства;  $m$  – масса изделия;  $P$  – сила тяжести изделия;  $F_t$ ,  $F_n$  – тангенциальная и нормальная составляющие электромагнитной силы, действующей на изделие;  $k_{tp}$  – коэффициент трения изделия о стенки направляющей;  $B_{nc}(H)$ ,  $B_n(H)$  – магнитные характеристики материалов магнитопровода системы и изделия;  $G$  – обобщенный параметр геометрических размеров изделия и межполюсного пространства системы.

При решении уравнения (1) наибольшую сложность представляет определение тангенциальной  $F_t$  и нормальной  $F_n$  составляющих электромагнитной силы, действующей на испытуемое изделие. Использование метода конечных элементов (МКЭ) позволяет решить задачу расчета проекций  $F_x$  и  $F_y$  вектора электромагнитной силы  $\bar{F}$ .

При анализе различных вариантов НСПТ для определения сил, действующих на испытуемое изделие, использовались как расчетные методы теории поля, так и экспериментальные исследования. Измерение сил  $F_y$  и  $F_x$  производилось на установке, принцип действия которой поясняет рисунок 2.



*Рис. 2. Экспериментальная установка*

Для измерения силы  $F_y$  выставляют заданные значения тока в катушках НСПТ и значения координаты  $u$ . Изменяя массу грузов, добиваются равновесия. Измерение силы  $F_x$  производится методом замещения. При заданных значениях тока и координаты  $u$  измеряют прогиб вставки. Затем такие же значения прогиба получают при помощи грузов на снятой из экспериментальной установки вставке. Координата  $u$  измеряется индикатором часового типа с ценой деления 0,01 мм; в качестве грузов используются наборы разновесов Г-4-1111.10; измерение деформации производится тензорезисторами типа 2ПКБ-20-200, измерительным преобразователем Ш74/2 и цифровым вольтметром В7-34А.

На основе анализа результатов исследований различных образцов систем данного типа предложено силы  $F_y$  и  $F_x$  аппроксимировать выражениями:

$$F_y = G_1 B_{cp}^2(H) \sin[G_2 \mu_{hc}(H)(y - a_y y^n)]; \quad F_x = G_3 B_{cp}^2(H) \cos[G_2 \mu_{hc}(H)(y - a_x y^q)],$$

где  $G_1, G_2, G_3, a_y, a_x, n, q$  – коэффициенты, определяемые геометрическими размерами испытуемого изделия и межполюсного пространства системы.

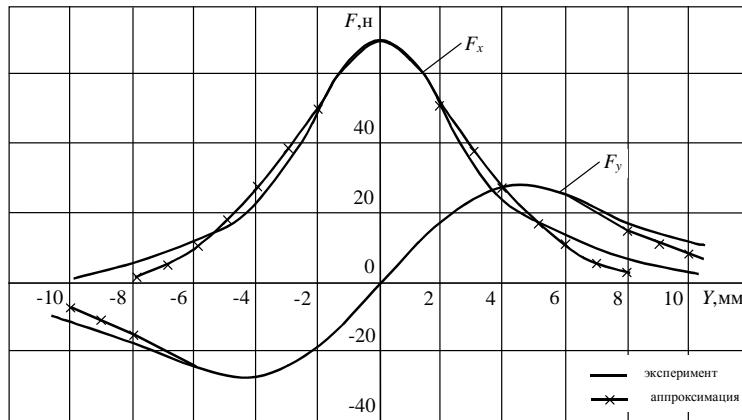


Рис. 3. Результаты аппроксимации сил  $F_y, F_x$

Погрешность аппроксимации составила 3% и 6% для  $F_y$  и  $F_x$  соответственно. Значения

$$\text{погрешности [8, 9] определялись по формуле } \theta = \frac{\sqrt{\frac{1}{\ell} \sum_{i=1}^{\ell} (F_i - \hat{F}_i)^2}}{\frac{1}{\ell} \sum_{i=1}^{\ell} |F_i|} \cdot 100\%,$$

где  $\ell$  – количество сопоставляемых точек;  $F_i, \hat{F}_i$  – значения экспериментальной и расчетной сил в точке сопоставления  $i$ .

Моделирование ПМ произведено путем решения уравнения (1) с помощью пакета MATLAB. Расчитано изменение координаты центра ПМ во времени. На рисунке 4 представлены траектория и фазовый портрет движения ПМ. Для ПМ массой 0,01 кг получено время движения в измерительную позицию – 0,45 с, точность позиционирования – 0,6 мм. При изменении массы ПМ от 0,0093 кг до 0,0107 кг время движения в измерительную позицию менялось от 0,39 с до 0,45 с, а точность позиционирования — от 0,51 мм до 0,43 мм.

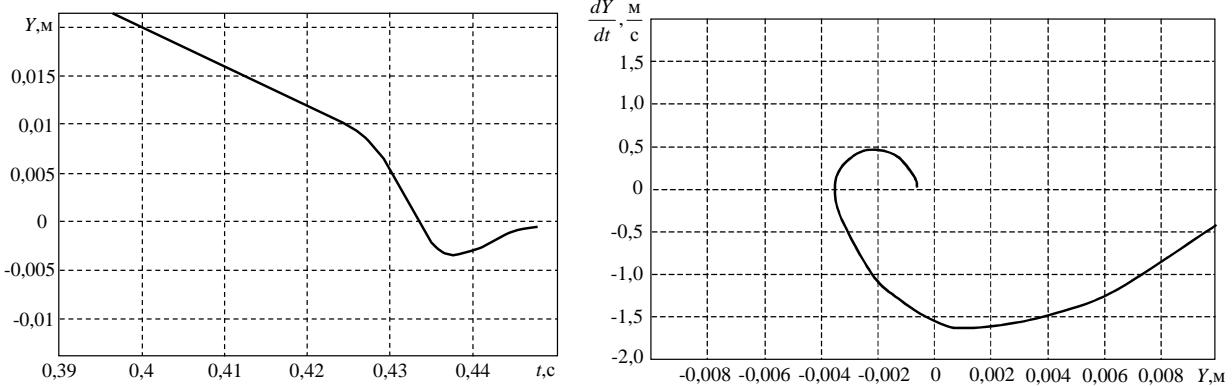


Рис. 4. Траектория и фазовый портрет движения ПМ

Используя понятие фазового пространства, уравнение (1) представим в виде:

$$\frac{dz}{dy} = \frac{1}{z} \left( -g - \frac{F_i}{m} - \frac{F_n}{m} k_{TP} \operatorname{sign}(z) \right), \quad (2)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения;  $z = dy/dt$ .

Так как для правой части (2) не выполняются условия Коши, представим его в виде двух уравнений, для каждого из которых они выполняются:

$$\frac{dz}{dy} = \frac{1}{z} \left( -g - \frac{F_i}{m} - \frac{F_n}{m} k_{TP} \right), z > 0, \quad \frac{dz}{dy} = \frac{1}{z} \left( -g - \frac{F_i}{m} + \frac{F_n}{m} k_{TP} \right), z < 0.$$

На рисунке 5 изображен фазовый портрет движения ПМ. Движение устойчиво в малом, но неустойчиво в целом.

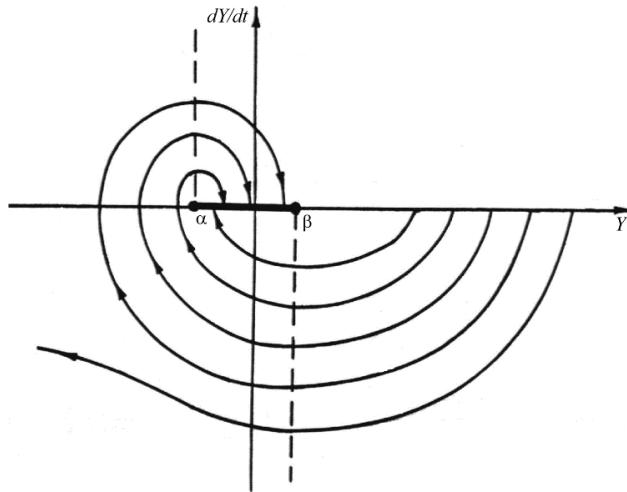


Рис. 5. Фазовый портрет движения ПМ

Координаты концов отрезка  $[\alpha, \beta]$ , определяющие предельные значения погрешности остановки ПМ, могут быть вычислены из уравнений:

$$-g - \frac{F_i}{m} - \frac{F_n}{m} k_{TP} = 0; \quad -g - \frac{F_i}{m} + \frac{F_n}{m} k_{TP} = 0.$$

Решая их для области  $y < \pi/2G_2\mu_{nc}$ , получим:

$$\alpha = \frac{2}{G_2 \mu_{nc}(H)} \operatorname{arctg} \left[ \frac{-G_1 B_{cp}^2(H) + \sqrt{B_{cp}^4(H)(G_1^2 + G_3^2 k_{TP}^2) - P^2}}{P + G_3 k_{TP} B_{cp}^2(H)} \right],$$

$$\beta = \frac{2}{G_2 \mu_{nc}(H)} \operatorname{arctg} \left[ \frac{-G_1 B_{cp}^2(H) + \sqrt{B_{cp}^4(H)(G_1^2 + G_3^2 \cdot k_{TP}^2) - P^2}}{P - G_3 k_{TP} B_{cp}^2(H)} \right].$$

В процессе движения ПМ получает энергию от сил электромагнитной природы и расходует ее на преодоление сил трения. В процессе движения энергия переходит из потенциальной формы в кинетическую и обратно. Энергетические процессы определяют характер движения ПМ. Запишем выражение для энергии ПМ, находящегося в точке с координатой  $y$  и обладающего скоростью  $z$ :

$$E_{\pm}(y, z_{\pm}) = \frac{z^2 m}{2} - m \int_0^y F_{\pm}(x) dx, \quad (3)$$

где  $F_{\pm} = -g - \frac{F_{\tau}(x)}{m} \mp \frac{F_n(x)}{m} k_{TP}$ ;  $F_{+}$  – соответствует  $z_{+} = \frac{dy}{dt} > 0$ ;  $F_{-}$  – соответствует  $z_{-} = \frac{dy}{dt} < 0$ .

Дифференцируя по времени выражение (3), получим:

$$\frac{d}{dt} E_{\pm}(y, z_{\pm}) = mz \frac{dz}{dt} - mF_{\pm}(y) \frac{dy}{dt}. \quad (4)$$

С учетом (2) выражение (4) примет вид:

$$\frac{d}{dt} E_{\pm}(y, z_{\pm}) = mzF_{\pm}(y) - mzF_{\pm}(y) = 0. \quad (5)$$

Последнее выражение показывает, что суммарная энергия образца постоянна на каждом участке фазовой траектории, для которого справедливо  $\operatorname{sign} z = \operatorname{const}$ .

Выделим из (3) потенциальную энергию:

$$\Pi_{\pm}(y) = -m \int_0^y F_{\pm}(x) dx = P - \int_0^y F_{\tau}(x) dx \mp k_{TP} \int_0^y F_n(x) dx.$$

Пусть движение образца начинается в момент времени  $t = 0$ , причем  $y(0) = y_0 > 0$ ,  $z(0) = 0$ , тогда с учетом выражения (5) имеем:

$$U(y_0) + \Psi_{\pm}(y_0) = U(y_1) + \Psi_{\pm}(y_1), \quad (6)$$

где  $U(y) = \int_0^y F_{\tau}(x) dx$ ;  $\Psi(y) = \mp k_{TP} \int_0^y F_n(x) dx$ ;  $y_1 = -y_0 + \chi$  – первая точка пересечения фазовой

траекторией движения ПМ оси  $OY$  при заданных начальных условиях;  $\chi$  – величина уменьшения радиуса фазовой траектории движения образца.

Преобразуем (6), используя разложение в ряд Тейлора и отбросив величины второй степени малости:  $U(y_0) + \Psi_{\pm}(y_0) = U(-y_0) + U'(-y_0) + \Psi_{\pm}(-y_0) + \Psi'_{\pm}(-y_0)\chi$ .

Учитывая четность  $U(y)$  и  $\Psi'_\pm(y)$  и нечетность  $\Psi_\pm(y)$  и  $U'(y)$ , из последнего

$$\text{выражения получим } \chi = \frac{2\Psi_\pm(y_0)}{\Psi'_\pm(y_0) - U'(y_0)} = \frac{\mp 2k_{TP} \int_0^{y_1} F_n(x) dx}{\mp k_{TP} F_n(y_0) + F_\tau(y_0)}.$$

Используя те же начальные условия, что и раньше, и с учетом (5) можно записать для энергии образца в точке с координатой  $y_1$ :

$$\frac{z^2 m}{2} - \Pi_\pm(y_1) = \Pi_\pm(y_0), \text{ откуда}$$

$$z = \frac{dy}{dt} = \sqrt{\frac{2(-\Pi_\pm(y_0) + \Pi_\pm(y_1))}{m}}, \text{ а } \frac{dt}{dz} = 1/\sqrt{\frac{2(-\Pi_\pm(y_0) + \Pi_\pm(y_1))}{m}}.$$

Из последнего выражения определим время перехода от точки с координатой  $y_0$  в точ-

$$\text{ку с координатой } y_1: t_{01} = \int_{y_0}^{y_1} \frac{dx}{\sqrt{2(\Pi_\pm(y_1) - \Pi_\pm(y_0))/m}} = \int_{y_0}^{y_1} \frac{dx}{\sqrt{\frac{2}{m} \int_{y_0}^{y_1} (F_\tau(x) \mp k_{TP} F_n(x)) dx}}.$$

Обобщив полученный результат на  $p$ -ое пересечение фазовой траекторией оси  $OY$ , можно записать:

$$y_p = -y_{p-1} + \frac{\mp 2k_{TP} \int_{y_{p-1}}^{y_p} F_n(x) dx}{\mp k_{TP} F_n(y_{p-1}) + F_\tau(y_{p-1})}, \quad t_{p-1,p} = \int_{y_{p-1}}^{y_p} \frac{dx}{\sqrt{\frac{2}{m} \int_{y_{p-1}}^{y_p} (F_\tau(x) \mp k_{TP} F_n(x)) dx}}.$$

Использование этих выражений и условие остановки образца  $\begin{cases} \alpha \leq y \leq \beta \\ z = 0 \end{cases}$  позволяет без

расчета фазовой траектории движения образца, при заданных начальных условиях рассчитать значение времени движения и погрешности установки ПМ.

Исследованы НСПТ, обеспечивающие автоматизацию процесса измерения и способные с высокой производительностью осуществлять транспортировку, ориентацию, фиксацию в измерительной позиции и перемагничивание испытуемых ПМ. Разработана математическая модель НСПТ, описывающая процесс движения ПМ. Предложены уравнения аппроксимации проекций вектора электромагнитной силы, действующей на ПМ в процессе движения его в измерительную позицию. НСПТ устроены испытаний ПМ обеспечивают суммарное время транспортировки, ориентации и фиксации магнита в измерительной позиции не более 450 мс при погрешности его установки в измерительную позицию не более 0,7 мм.

*Статья подготовлена с использованием оборудования ЦКП «Диагностика и энергозэффективное электрооборудование» ЮРГПУ(НПИ).*

### **Список литературы**

1. Горбатенко Н.И.; Ланкин М.В. Information and measuring system for permanent-magnet tests // Russian Electrical Engineering — 2004. — Т. 75. № 8. — С. 63–66.
2. Горбатенко Н.И.; Ланкин М.В. Информационно-измерительная система для испытания постоянных магнитов // Электротехника — 2004. — № 8. — С. 55–58.
3. Горбатенко Н.И., Ланкин М.В. Намагничающие системы с электромагнитной подачей испытуемых изделий / Электромеханика. – 1989. № 9. – С. 79–85.
4. Ланкин М.В. Приборы и методы контроля магнитных свойств постоянных магнитов. – Новочеркасск: ЮРГТУ (НПИ), 2007. – 292 с.
5. Ланкин М.В., Наракидзе Н.Д., Ланкин А.М. Топография магнитного поля в окрестностях образца из магнитомягкого материала // Современные проблемы науки и образования. - 2014. - № 5; URL: [www.science-education.ru/119-14696](http://www.science-education.ru/119-14696).
6. Ланкин А.М.; Ланкин М.В. Метод измерения вебер-амперной характеристики электротехнических устройств // Современные проблемы науки и образования. — 2014. — №1; Режим доступа: <http://www.science-education.ru/115-12186>.
7. Ланкин А.М., Ланкин М.В., Наракидзе Н.Д., Наугольнов О.А. Управление магнитным состоянием изделий из магнитомягких материалов / Фундаментальные исследования. 2014. № 11-5. С. 1005–1009.
8. Ланкин М.В. Метрологическое обеспечение процессорных средств испытания постоянных магнитов // Изв. вузов. Электромеханика. — 2004. — № 3.— С. 69–73.
9. Ланкин М.В. Методика метрологической аттестации устройств автоматического контроля // Изв. вузов. Электромеханика. — 2003. — № 1. — С. 69–72.
10. Наракидзе Н.Д., Ланкин А.М., Ланкин М.В. Адаптивный алгоритм управления магнитным состоянием изделия из магнитомягкого материала при определении основной кривой намагничивания // Современные проблемы науки и образования. 2014. № 5; URL: [www.science-education.ru/119-14704](http://www.science-education.ru/119-14704).

### **Рецензенты:**

Елсуков В.С, д.т.н., профессор кафедры «Автоматика и телемеханика», ФГБОУ ВПО «Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова», г. Новочеркасск;

Гречихин В.В, д.т.н., профессор кафедры «Информационные и измерительные системы и технологии», ФГБОУ ВПО «Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова», г. Новочеркасск.