УДК 621.316.3

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОВОГО БАЛАНСА ПРОВОДА ВОЗДУШНОЙ ЛИНИИ В УСЛОВИЯХ ВЫНУЖДЕННОЙ КОНВЕКЦИИ

Петрова Е.В., Гиршин С.С., Ляшков А.А., Бигун А.Я.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Омский государственный технический университет», Омск, Россия (644050, Омск, пр-т Мира, 11), e-mail: barsbigun@list.ru

Рассмотрен новый подход к расчету уравнения теплового баланса воздушных линий электропередачи при условии вынужденной конвекции, основанный на приближенном аналитическом решении уравнения нагрева. Уравнение теплового баланса после преобразований представлено как алгебраическое уравнение четвертой степени относительно абсолютной температуры поверхности провода. В предлагаемом подходе решение полученного алгебраического уравнения четвертой степени осуществляется при помощи метода Фиррари. При решении данного уравнения методом Фиррари получается четыре корня уравнений, но только один соответствует реальному тепловому режиму. Сравнительные расчеты показали, что значения температуры, полученные предлагаемым методом и путем численного решения исходного уравнения, совпадают друг от друга. Предложенный метод может использоваться при расчете теплового режима линии в условиях вынужденной конвекции и изменяющейся нагрузки, а также для расчета потерь энергии.

Ключевые слова: вынужденная конвекция, температура провода, изолированный провод, потери энергии, уравнение теплового баланса.

THE ANALYTICAL DECISION OF THE EQUATION OF THERMAL BALANCE OF THE WIRE OF THE AIR-LINE IN THE CONDITIONS OF COMPELLED CONVECTION

Petrova E.V., Girshin S.S., Lyashkov A.A., Bigun A.Y.

Federal State Educational Government-financed Institution of Higher Professional Education «Omsk State Technical University», Omsk, Russian Federation (644050, Omsk, pr-t Mira, 11), e-mail: barsbigun@list.ru

The new approach to calculation of the equation of thermal balance of air-lines of an electricity transmission under condition of compelled convection, based on the approached analytical decision of the equation of heating is considered. The equation of thermal balance after transformations is presented as the algebraic equation of the fourth degree concerning absolute temperature of a surface of a wire. In the offered approach the decision of the received algebraic equation of the fourth degree is carried out by means of a method of Firrari. At the decision of the given equation the method of Firrari turns out four roots of the equations, but only one corresponds to a real thermal mode. Comparative calculations have shown that the values of temperature received by the offered method and by the numerical decision of the initial equation, coincide from each other. The offered method can be used at calculation of a thermal mode of a line in the conditions of compelled convection and changing loading, and also for calculation of losses of energy.

Keywords: compelled convection, the wire temperature, the isolated wire, energy losses, the equation of thermal balance.

Практически важными задачами в электроэнергетике являются улучшение качества электрической энергии и анализ потерь в линиях электропередачи [7-10]. Решение второй задачи предполагает использование уравнений теплового баланса. Уравнения теплового баланса проводов в общем случае нелинейны (в разных источниках приводятся несколько различающиеся варианты этих уравнений, неодинаковость которых обусловлена принимаемыми допущениями) и поэтому решаются численными [2, 6] или приближенными аналитическими [1, 3, 4] методами. Те и другие имеют известные недостатки: при использовании численных методов затрудняется анализ результатов, а приближенные аналитические методы дают достаточную точность лишь в ограниченном диапазоне исходных данных.

Вместе с тем при теплоотдаче вынужденной конвекцией нелинейность уравнений обусловлена только лучистым теплообменом. Согласно закону Стефана – Больцмана, интенсивность этого теплообмена выражается через четвертые степени температур. Следовательно, уравнение теплового баланса провода при вынужденной конвекции фактически представляет собой алгебраическое уравнение четвертой степени. Такие уравнения поддаются прямому аналитическому решению. Ниже приведены соответствующие формулы и методика расчета.

1. Расчетные формулы

Уравнение теплового баланса провода воздушной линии может быть записано в виде [3]:

$$\begin{aligned}\Delta P_0\left(1+\alpha\Theta_{внеш}\right) = d_{пр}\left(1-\alpha\Delta P_0 S_{из}\right)\big[\pi\alpha_{вын}\left(\Theta_{внеш}-\Theta_{окр}\right)+\\ +\pi\varepsilon_n C_0\left(T^4_{внеш}-T^4_{окр}\right)-A_s q_{солн}\big],\end{aligned} \qquad (1)$$

где ΔP_0 – потери активной мощности на единицу длины, вычисленные при сопротивлении, приведенном к 0 °С; α – температурный коэффициент сопротивления; $\Theta_{внеш}$ и $\Theta_{окр}$ – температуры поверхности провода и окружающей среды в °С; $d_{пр}$ – диаметр провода; $S_{из}$ – тепловое сопротивление изоляции на единицу длины провода; $\alpha_{вын}$ – коэффициент теплоотдачи вынужденной конвекцией; ε_n – коэффициент черноты поверхности провода для инфракрасного излучения; C_0 = 5,67·10^{-8} Вт/(м^2·К^4) – постоянная излучения абсолютно черного тела; $T_{внеш}$ и $T_{окр}$ – абсолютные температуры поверхности провода и окружающей среды; A_s – поглощательная способность поверхности провода для солнечного излучения; $q_{солн}$ – плотность потока солнечной радиации на провод.

Разделим обе части уравнения на $\pi d_{пр}\varepsilon_n C_0\left(1-\alpha\Delta P_0 S_{из}\right)$ и перенесем все слагаемые в правую часть с учетом соотношения $T_{внеш} = \Theta_{внеш} + 273{,}15$. Тогда после приведения подобных уравнение (1) примет следующий вид:

$$T^4_{внеш} + A_1 T_{внеш} + A_0 = 0. \qquad (2)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$A_1 = \frac{\alpha_{вын}}{\varepsilon_n C_0} - \frac{\alpha\Delta P_0}{\pi d_{пр}\varepsilon_n C_0\left(1-\alpha\Delta P_0 S_{из}\right)}, \qquad (3)$$

$$A_0 = \frac{(273{,}15\alpha-1)\Delta P_0}{\pi d_{пр}\varepsilon_n C_0\left(1-\alpha\Delta P_0 S_{из}\right)} - \frac{A_s q_{солн}}{\pi\varepsilon_n C_0} - \frac{\alpha_{вын}T_{окр}}{\varepsilon_n C_0} - T^4_{окр}. \qquad (4)$$

Видно, что выражение (2) представляет собой алгебраическое уравнение четвертой степени относительно температуры $T_{внеш}$. Найдем его решение методом Феррари [5].

Слагаемое, содержащее третью степень неизвестного, отсутствует. Тогда первым шагом решения уравнения методом Феррари является преобразование с помощью вспомогательного параметра β [5]:

$$T_{внеш}^4 + A_1 T_{внеш} + A_0 = \left(T_{внеш}^2 + \beta\right)^2 - \left[2\beta T_{внеш}^2 - A_1 T_{внеш} + \beta^2 - A_0\right] = 0. \qquad (5)$$

Параметр β выбирается таким образом, чтобы выражение в квадратных скобках было полным квадратом. Это соответствует условию

$$A_1^2 - 8\beta\left(\beta^2 - A_0\right) = 0 \quad \text{или} \quad \beta^3 - A_0\beta - \frac{A_1^2}{8} = 0. \qquad (6)$$

Решая кубическое уравнение (6) по формуле Кардано [5], получим следующее выражение для β:

$$\beta = \sqrt[3]{\frac{A_1^2}{16} + \sqrt{\frac{A_1^4}{256} - \frac{A_0^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{A_1^2}{16} - \sqrt{\frac{A_1^4}{256} - \frac{A_0^3}{27}}}\ . \qquad (7)$$

При таком значении β уравнение (5) сводится к двум квадратным уравнениям:

$$T_{внеш}^2 + \beta = \pm\sqrt{2\beta}\left(T_{внеш} - \frac{A_1}{4\beta}\right). \qquad (8)$$

Корни уравнений (8):

$$T_{внеш1,2} = -\sqrt{\frac{\beta}{2}} \pm \sqrt{\frac{A_1}{\sqrt{8\beta}} - \frac{\beta}{2}}, \qquad (9)$$

$$T_{внеш3,4} = \sqrt{\frac{\beta}{2}} \pm \sqrt{-\frac{A_1}{\sqrt{8\beta}} - \frac{\beta}{2}}. \qquad (10)$$

Таким образом, получены формулы для четырех значений температуры, удовлетворяющих исходному уравнению теплового баланса. Очевидно, что реальному режиму соответствует только одно из них, а остальные являются математической абстракцией. Чтобы выбрать «правильный» корень, проведем следующие рассуждения.

1. Предположим, что температурная зависимость сопротивления отсутствует (α=0). Из формул (3), (4) при таком допущении следует, что $A_1>0$, $A_0<0$. Численные расчеты показывают, что такие знаки сохраняются и в реальных условиях при $\alpha\neq0$, по крайней мере при токах, соответствующих нормальным режимам эксплуатации линий.

2. Если $A_1>0$, $A_0<0$, то из формулы (7) видно, что β – действительное положительное число.

3. Так как A_1>0 и β>0, то формула (10) дает комплексно-сопряженные корни, а меньший корень, определяемый по формуле (9), представляет собой действительное отрицательное число. Из этого следует, что реальному тепловому режиму линии соответствует больший из корней, определяемых по выражению (9). Таким образом, окончательная расчетная формула для температуры внешней поверхности провода имеет вид

$$T_{внеш} = -\sqrt{\frac{\beta}{2}} + \sqrt{\frac{A_1}{\sqrt{8\beta}} - \frac{\beta}{2}}. \qquad (11)$$

Температура токоведущей части определяется по следующему выражению [10]:

$$\Theta_{пр} = \frac{\Theta_{внеш} + \Delta P_0 S_{из}}{1 - \alpha \Delta P_0 S_{из}}. \qquad (12)$$

Приведенные формулы справедливы как для изолированных, так и для неизолированных проводов воздушных линий. В последнем случае следует принимать $S_{из}$=0.

2. Пример расчета

Пусть по проводу марки SAX-50 протекает ток 200 А. Исходные данные для расчета (табл. 1) примем те же, что были использованы в [3].

Таблица 1

Исходные данные для расчета температуры провода SAX-50

Наименование и обозначение параметра	Численное значение
Погонное активное сопротивление при 0 ºС r_0	0,000663 Ом/м
Тепловое сопротивление изоляции на единицу длины $S_{из}$	0,193566 м·К/Вт
Температурный коэффициент сопротивления α	0,0043 ºС$^{-1}$
Диаметр провода $d_{пр}$	0,0127 м
Коэффициент теплоотдачи вынужденной конвекцией $\alpha_{вын}$	13,3764 Вт/(м^2·K)
Степень черноты поверхности провода $\varepsilon_п$	0,8
Поглощательная способность поверхности провода для солнечного излучения A_s	0,9
Температура окружающей среды $\Theta_{окр}$	0 ºС
Плотность потока солнечной радиации $q_{солн}$	526,291 Вт/м^2
Ток в проводе I	200 А

Расчет. Потери активной мощности на единицу длины при сопротивлении, приведенном к 0 ºС

$$\Delta P_0 = I^2 r_0 = 200^2 \cdot 0{,}000663 = 26{,}52 \text{ Вт/м.}$$

Коэффициенты A_1, A_0 по формулам (3), (4):

$$A_1 = \frac{\alpha_{вын}}{\varepsilon_n C_0} - \frac{\alpha \Delta P_0}{\pi d_{пр} \varepsilon_n C_0 \left(1 - \alpha \Delta P_0 S_{из}\right)} = \frac{13{,}3764}{0{,}8 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8}} -$$

$$- \frac{0{,}0043 \cdot 26{,}52}{\pi \cdot 0{,}0127 \cdot 0{,}8 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \left(1 - 0{,}0043 \cdot 26{,}52 \cdot 0{,}193566\right)} = 2{,}3046 \cdot 10^{8}\ \text{K}^3,$$

$$A_0 = \frac{\left(273{,}15\alpha - 1\right)\Delta P_0}{\pi d_{пр} \varepsilon_n C_0 \left(1 - \alpha \Delta P_0 S_{из}\right)} - \frac{A_s q_{солн}}{\pi \varepsilon_n C_0} - \frac{\alpha_{вын} T_{окр}}{\varepsilon_n C_0} - T_{окр}^4 =$$

$$= \frac{\left(273{,}15 \cdot 0{,}0043 - 1\right) 26{,}52}{\pi \cdot 0{,}0127 \cdot 0{,}8 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \left(1 - 0{,}0043 \cdot 26{,}52 \cdot 0{,}193566\right)} - \frac{0{,}9 \cdot 526{,}291}{\pi \cdot 0{,}8 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8}} -$$

$$- \frac{13{,}3764 \cdot 273{,}15}{0{,}8 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8}} - 273{,}15^4 = -8{,}6826 \cdot 10^{10}\ \text{K}^4.$$

Определяем параметр β по формуле (7):

$$\beta = \sqrt[3]{\frac{A_1^2}{16} + \sqrt{\frac{A_1^4}{256} - \frac{A_0^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{A_1^2}{16} - \sqrt{\frac{A_1^4}{256} - \frac{A_0^3}{27}}} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{\left(2{,}3046 \cdot 10^8\right)^2}{16} + \sqrt{\frac{\left(2{,}3046 \cdot 10^8\right)^4}{256} + \frac{\left(8{,}6826 \cdot 10^{10}\right)^3}{27}}} +$$

$$+ \sqrt[3]{\frac{\left(2{,}3046 \cdot 10^8\right)^2}{16} - \sqrt{\frac{\left(2{,}3046 \cdot 10^8\right)^4}{256} + \frac{\left(8{,}6826 \cdot 10^{10}\right)^3}{27}}} = 72139{,}2\ \text{K}^2.$$

Температура внешней поверхности провода по формуле (11):

$$T_{внеш} = -\sqrt{\frac{\beta}{2}} + \sqrt{\frac{A_1}{\sqrt{8\beta}} - \frac{\beta}{2}} = -\sqrt{\frac{72139{,}2}{2}} + \sqrt{\frac{2{,}3046 \cdot 10^8}{\sqrt{8 \cdot 72139{,}2}} - \frac{72139{,}2}{2}} = 327{,}09\ \text{K},$$

$$\Theta_{внеш} = 327{,}09 - 273{,}15 = 53{,}94\ {}^\circ\text{C}.$$

Температура токоведущей части по формуле (12):

$$\Theta_{пр} = \frac{\Theta_{внеш} + \Delta P_0 S_{из}}{1 - \alpha \Delta P_0 S_{из}} = \frac{53{,}94 + 26{,}52 \cdot 0{,}193566}{1 - 0{,}0043 \cdot 26{,}52 \cdot 0{,}193566} = 60{,}41\ {}^\circ\text{C}.$$

Полученные значения совпадают с результатами численного решения уравнения теплового баланса, приведенными в [3].

Из приведенного расчета видно, что сделанные предположения о знаках коэффициентов для данного примера оказались верными. Однако следует заметить, что это будет справедливо не при любых исходных данных. Так, видно, что при некотором достаточно большом значении потерь мощности (тока) знаменатель во втором слагаемом формулы (3) и в первом слагаемом формулы (4) обращается в ноль. Поэтому коэффициенты

A_1, A_0 при увеличении тока проходят через точки разрыва и меняют знаки. Однако это не свидетельствует о том, что данный метод несправедлив при больших токах, а отражает известный факт, что при больших токах установившегося теплового режима провода не существует. Это является следствием температурной зависимости сопротивления, которая проявляет себя как положительная обратная связь, препятствуя установления теплового равновесия.

Список литературы

1. Воротницкий В.Э., Туркина О.В. Оценка погрешностей расчета переменных потерь электроэнергии в ВЛ из-за неучета метеоусловий / В.Э. Воротницкий, О.В. Туркина // Электрические станции. – 2008. – №10. – С. 42–49.

2. Герасименко А.А. Комплексный учет режимно-атмосферных факторов в расчете активного сопротивления и потерь электроэнергии в ЛЭП / А.А. Герасименко, И.В. Шульгин, Г.С. Тимофеев // Оптимизация режимов работы электрических систем: Межвуз. сб-к научных трудов. – Красноярск, 2008. – С. 188–206.

3. Гиршин С.С. Упрощение уравнений теплового баланса воздушных линий электропередачи в задачах расчета потерь энергии / С. С. Гиршин [и др.] // Омский научный вестник. – 2013. – № 1. – С. 148–151.

4. Зарудский Г.К. Уточнение выражений для расчета температуры проводов воздушных линий электропередачи сверхвысокого напряжения / Г.К. Зарудский, С.Ю. Сыромятников // Вестник МЭИ. – 2008. – № 2. – С. 37–42.

5. Курс высшей алгебры. / А.Г. Курош. – М.: Наука, 1968. – 431 с.

6. Левченко И.И. Нагрузочная способность и мониторинг воздушных линий электропередачи в экстремальных погодных условиях / И.И. Левченко, Е.И. Сацук // Электричество. – 2008. – № 4. – С. 2–8.

7. Математическая модель расчета потерь мощности в изолированных проводах с учетом температуры / С. С. Гиршин [и др.] // Омский научный вестник. – 2009. – № 3. – С. 176–179.

8. Оценка дополнительных потерь мощности от снижения качества электрической энергии в элементах систем электроснабжения / Долингер С.Ю. [и др.]. //Омский научный вестник. – 2013. – № 2. – С. 178–183.

9. Схематические решения активной фильтрации кривой тока в четырехпроводной трехфазной сети для обеспечения качества электрической энергии / В. Н. Горюнов [и др.] // Омский научный вестник. – 2011. – № 3. – С. 214–217.

10. Уточнение метода расчета температуры провода при постоянной нагрузке с учетом климатических факторов / С. С. Гиршин [и др.]; Омский гос. техн. ун-т. – Омск, 2010. – 23 с. – Деп. в ВИНИТИ 08.04.2010, N198-B2010.

Рецензенты:

Черемисин В.Т., д.т.н., профессор, директор Научно-исследовательского института энергосбережения на железнодорожном транспорте, заведующий кафедрой ФГБОУ ВПО «Омский государственный университет путей сообщения», г. Омск;

Кузнецов А.А., д.т.н., профессор, Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Омский государственный университет путей сообщения», г. Омск.