

## ОПТИМИЗАЦИЯ УЧЕБНОГО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ОНЛАЙН-СЕРВИСОВ ПРИ РЕШЕНИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Шиян А.Ф.<sup>1</sup>, Шиян Н.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ФГБОУ ВПО «Мурманский государственный технический университет», Мурманск, Россия (183010, г. Мурманск, ул. Спортивная, 13), e-mail: AFShiyan@yandex.ru

<sup>2</sup>ФГБОУ ВО «Мурманский государственный гуманитарный университет», Мурманск, Россия (183720, г. Мурманск, ул. Капитана Егорова, д.15), e-mail: NV-Shiyan@mail.ru

**В практике преподавания естественнонаучных и инженерных дисциплин математические модели, исследуемые в учебных задачах, достаточно объемны и сложны, а их «ручная» математическая обработка требует больших затрат учебного времени, отводимого на аудиторную и самостоятельную работу студента. В статье проведен анализ возможностей применения бесплатных математических онлайн Интернет-сервисов для решения дифференциальных уравнений. Показаны примеры использования этих ресурсов в учебном вычислительном эксперименте дисциплин естественно-технического направления. Постулируется, что продуктивное усвоение студентами и курсантами предметного материала дисциплины на основе использования современных программно-аппаратных и сетевых ресурсов в учебном вычислительном эксперименте определяет мотивационный аспект, формирует познавательный интерес и ценностное отношение к профессиональным знаниям.**

Ключевые слова: онлайн Интернет-сервис, пакет символьной математики Wolfram Mathematica, компьютерная математика, интерфейс, вычислительный эксперимент, математическая модель.

## OPTIMIZATION OF EDUCATIONAL COMPUTER-ORIENTED EXPERIMENT ON THE BASIS OF ONLINE SERVICES USAGE WHEN SOLVING DIFFERENTIAL EQUATIONS

Shiyan A.F.<sup>1</sup>, Shiyan N.V.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>FGBOU VPO "Murmansk State Technical University", Murmansk, Russia (183010, Murmansk, Sportivnaya St., 13), e-mail: AFShiyan@yandex.ru

<sup>2</sup>FGBOU VO "Murmansk State Humanities University", Murmansk, Russia (183720, Murmansk, Captain Egorov St., 15), e-mail: NV-Shiyan@mail.ru

**In practice of natural-science and engineering disciplines teaching, the mathematical models studied in educational tasks are rather volume and complicated, and their "manual" mathematical processing requires great class hours expenditures assigned for classroom and independent work of the student. The article offers an analysis of the application opportunities of free mathematical online Internet services for the solution of differential equations. The examples of usage of these resources in educational computer-oriented experiment in disciplines of the natural and technical direction are shown. It is postulated that productive assimilation by students and cadets of the discipline subject material on the basis of usage of modern firmware and network resources in educational computer-oriented experiment defines motivational aspect, forms cognitive interest and the valuable attitude towards professional knowledge.**

Keywords: online Internet service, package of symbolical mathematics of Wolfram Mathematica, computer mathematics, interface, computing experiment, mathematical model.

В практике преподавания естественнонаучных и инженерных дисциплин математические модели, исследуемые в учебных задачах, достаточно объемны и сложны, а их «ручная» математическая обработка требует больших затрат учебного времени, отводимого на аудиторную и самостоятельную работу студента.

С целью оптимизации использования учебного времени студентов, затрачиваемого на обработку математических моделей вычислительного эксперимента, необходимо научить их использованию возможностей современных программно-аппаратных сетевых ресурсов,

чтобы на их основе минимизировать временные затраты на вычислительные операции. В учебном процессе естественнонаучных и инженерных дисциплин нет избытка времени, позволяющего изучать прикладные программы со сложным интерфейсом. В этой связи особое внимание заслуживает пакет Wolfram Mathematica – мощная система компьютерной алгебры с достаточно удобным, интуитивно понятным и простым в освоении интерфейсом.

Учебные учреждения всего мира используют пакет Wolfram Mathematica в университетском образовании. Однако сразу следует отметить высокую стоимость пакета Wolfram Mathematica, что делает весьма проблематичным его использование российскими студентами. Потому в нашей работе исследуются возможности применения в учебном вычислительном эксперименте свободных Интернет-ресурсов:

- свободная онлайн-версия пакета компьютерной алгебры Wolfram Mathematica, Интернет-адрес ресурса [7];
- онлайн-вычислитель WolframAlpha, Интернет-адрес ресурса [6].

**Пример решения практико-ориентированной учебной технической задачи, с использованием, для решения дифференциального уравнения, свободной онлайн-версии компьютерной алгебры Wolfram Mathematica**

Задача. На глубокой и спокойной воде осуществляется разгон судна от нулевой скорости (относительно воды) до установившегося ее значения, соответствующего заданному положению телеграфа. Считая, что упор винта (сила, с которой винт толкает судно) равен  $P = 465$  кН, в режиме разгона судна остается постоянным. Сопротивление воды пропорционально квадрату скорости судна. Определить зависимость скорости движения судна в зависимости от времени, найти установившуюся скорость движения судна (ответ выразить в узлах; 1 узел = 1852 м/ч  $\approx$  0,51 м/с).

Коэффициент сопротивления движению  $K = 11280$  кг/м. Водоизмещение судна  $T = 7500$  т, масса судна при прямолинейном движении  $M \approx 1,1T$  (с учетом присоединенных масс воды – при своем движении судно перемещает вместе с собой некоторую часть воды, взаимодействующей с корпусом судна).

Решение. Решая эту задачу, студенты и курсанты исследуют физику процесса и, применив законы динамики, составляют две математические модели движения судна.

*Первая модель* характеризует динамику изменения скорости судна. Она выражается дифференциальным уравнением:

$$M \frac{dv}{dt} = P - Kv^2, \quad (1)$$

решение которого «ручным» способом – задача трудоемкая.

*Вторая модель*

$$P - Kv^2 = 0,$$

характеризует движение судна с установившейся скоростью. Из второй модели установившаяся скорость движения находится простым вычислением:

$$v_{\max} = \sqrt{P/K} \approx 6,42 \text{ м/с} \approx 12,5 \text{ узлов.}$$

*Решение задачи средствами онлайн-версии пакета Wolfram Mathematica.*

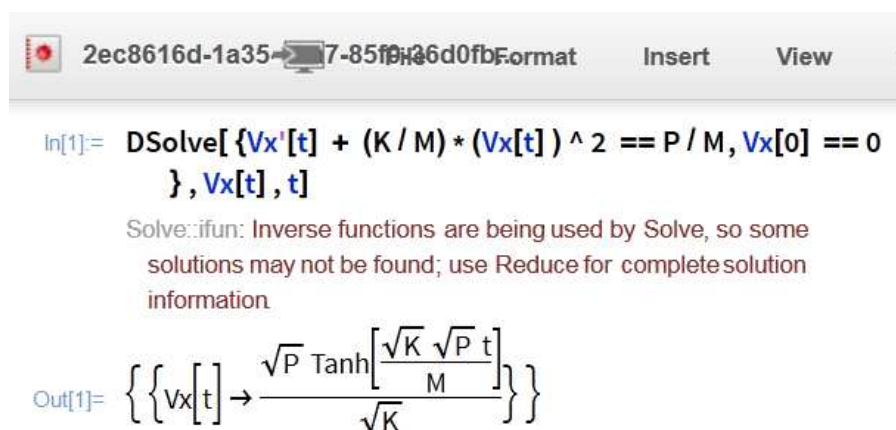
После регистрации на странице WOLFRAM CLOUD онлайн-версии пакета Wolfram Mathematica [7] открываем ячейку ввода программного кода, в которую вводим математическую модель исследуемого физического процесса (1), дополненную начальными условиями (разгон судна осуществляется от нулевой скорости):

$$\begin{cases} M \frac{dv}{dt} = P - Kv^2 \\ v(0) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Для решения этого уравнения средствами онлайн-версии пакета Wolfram Mathematica используем команду **DSolve[ ]**, параметрами которой и является математическая модель (2):

$$\mathbf{DSolve[\{Vx'[t] + (K/M)*(Vx[t])^2 == P/M, Vx[0] == 0\}, Vx[t], t]}$$

На рис. 1 показан скриншот окна программы Wolfram Mathematica после запуска режима «Исчисление» кода, записанного в ячейку ввода **In[1]**. Запуск этого режима производится нажатием комбинации клавиш «Shift + Enter» на основной клавиатуре, или клавиши «**Enter**» – на цифровой клавиатуре. После исполнения команды **DSolve[ ]**, в рабочем окне Wolfram Mathematica открылась еще одна ячейка – ячейка вывода результата **Out[1]**.



*Рис. 1. Окно программы Wolfram Mathematica после запуска режима «Исчисление»*

Числовые значения коэффициентов  $K$ ,  $M$ ,  $P$  в командном коде, введенном в ячейку ввода, предварительно нами не были объявлены, поэтому решение, полученное после исполнения команды **DSolve[ ]**, имеет символьный вид

$$v = \sqrt{\frac{P}{K}} \operatorname{th}\left(\frac{\sqrt{KP}}{M} t\right).$$

С учетом

$$\operatorname{th} x = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1},$$

искомое нами символьное решение имеет вид:

$$v = \sqrt{P} \left( e^{\frac{2\sqrt{KP}}{M}t} - 1 \right) / \left[ \sqrt{K} \left( e^{\frac{2\sqrt{KP}}{M}t} + 1 \right) \right]. \quad (3)$$

Создадим еще одну ячейку ввода **In[2]**, в которой, перед командой **DSolve[ ]**, присвоим соответствующие числовые значения коэффициентам  $K$ ,  $M$ ,  $P$ . После исполнения кода, записанного

в ячейке **In[2]**, в ячейке вывода результата **Out[3]** появляется результат с числовыми коэффициентами.

Результат, полученный в ячейке **Out[3]** (см. рис.2), нам привычнее видеть с символьным отображением основания натурального логарифма. Заменив числовое значение 2,71828 символом  $e$ , получим искомое решение исследуемого нами дифференциального уравнения:

$$v = \frac{6.42055 \left( e^{0.0175573 t} - 1 \right)}{\left( e^{0.0175573 t} + 1 \right)}. \quad (4)$$

```
In[2]:= K = 11 280; T = 7 500 000; M = 1.1 * T; P = 465 000;
V = DSolve[ {Vx'[t] + (K / M) * (Vx[t]) ^ 2 == P / M, Vx[0]
== 0}, Vx[t], t]
Solve::ifun: Inverse functions are being used by Solve, so some
solutions may not be found; use Reduce for complete solution
information.
Out[3]= { { {Vx[t] -> \frac{6.42055 (-1. + 1. 2.71828^{0.0175573 t})}{1. + 2.71828^{0.0175573 t}} } }
```

Рис. 2. Окно программы Wolfram Mathematica после исчисления модифицированного кода

Создадим еще одну ячейку ввода **In[4]**, в которую скопируем программный код из предыдущей ячейки ввода **In[2]**, дополнив его командой **Plot[ ]** со следующими параметрами:

```
Plot[ Evaluate[Vx[t]/.V,{t,0,500}],GridLines -> Automatic, Frame -> True]
```

Вид ячейки ввода **In[4]** с модифицированным кодом и результат исполнения этого кода показаны на рис. 3.

В ячейке вывода **Out[5]** мы видим результат, уже известный нам из ячейки вывода **Out[3]**. В ячейке вывода **Out[6]** построен график изменения скорости судна в функции времени.

```

In[4]:= K = 11 280; T = 7 500 000; M = 1.1 * T; P = 465 000;
V = DSolve[ {Vx'[t] + (K / M) * (Vx[t] ) ^ 2 == P / M, Vx[0]
== 0} , Vx[t] , t]
Plot[ Evaluate[Vx[t] /. V, {t, 0, 500} ] , GridLines -> Autom
atic, Frame -> True]

```

```

Out[5]= { { Vx[t] ->  $\frac{6.42055 \left( -1. + 1.271828^{0.0175573 t} \right)}{1. + 2.71828^{0.0175573 t}}$  } }

```

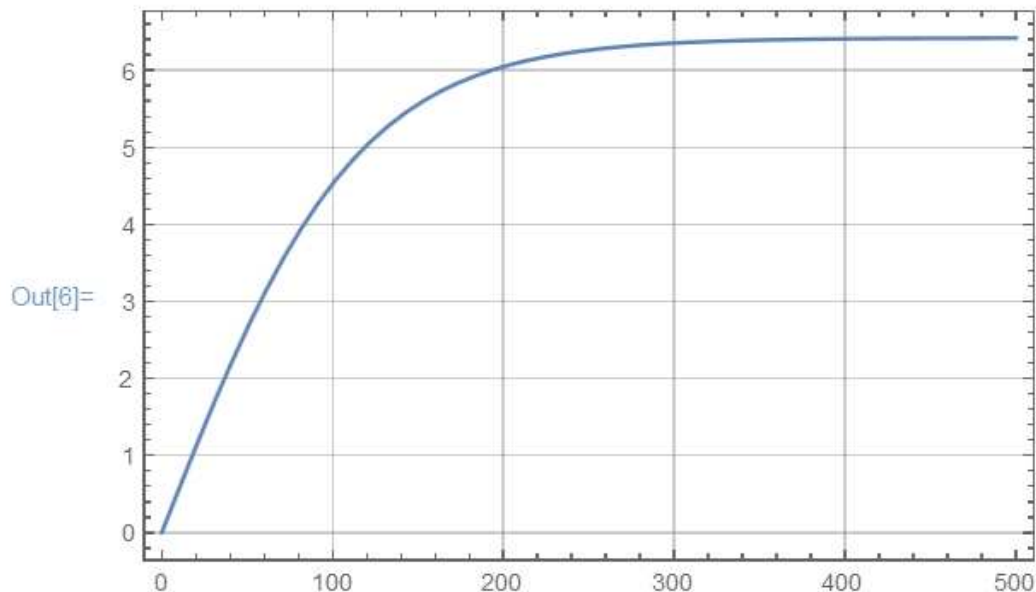


Рис. 3. Окно программы Wolfram Mathematica с ячейкой вывода графического результата

Конечно, онлайн-версия пакета Wolfram Mathematica не дает пользователю доступа к значительной части интерфейса своего коммерческого варианта, однако и в таком виде она может быть успешно использована в учебном вычислительном эксперименте дисциплин естественно-технического направления.

### Пример решения дифференциального уравнения средствами свободного онлайн-вычислителя WolframAlpha

Для решения рассмотренной выше задачи средствами свободного онлайн-вычислителя WolframAlpha, выйдем на Интернет-сайт этой программы [6].

Для символьного решения исследуемого дифференциального уравнения вводим его практически в стандартном для математиков виде в ячейку ввода:

$$\{M \cdot V(t)' + k \cdot V(t)^2 - P = 0, V(0) = 0\}$$

Вид ячейки ввода с введенным выражением и результат исчисления, полученный после клика виртуальной кнопки «=», расположенной в ячейке ввода справа, показан рис. 4

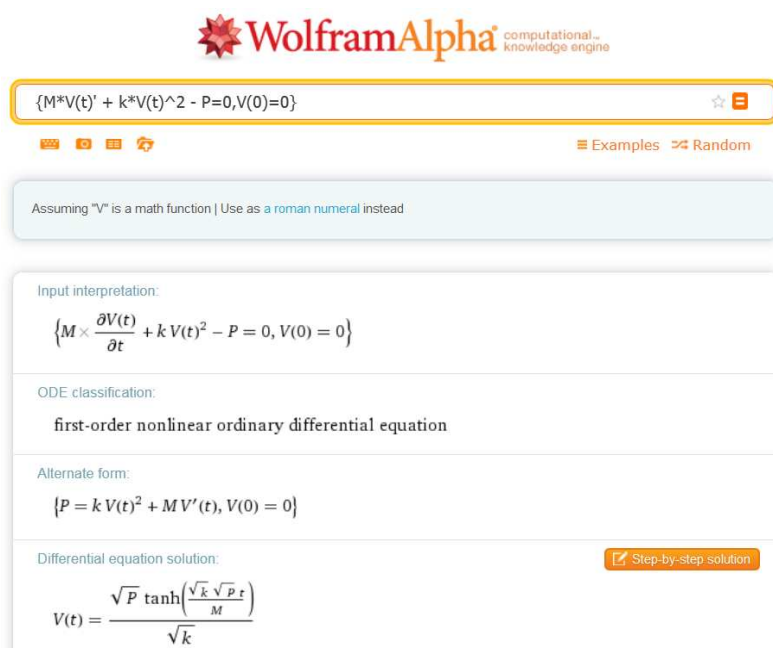


Рис. 4. Окно программы WolframAlpha с результатом символьного решения

Если в ячейку ввода ввести математическую модель с числовыми значениями коэффициентов,

$$\{1.1*750000*V(t)' + 11280*V(t)^2 - 465000=0, V(0)=0\},$$

то полученный результат будет аналогичен тому, что мы получили, используя пакет Wolfram Mathematica, см. рис. 5

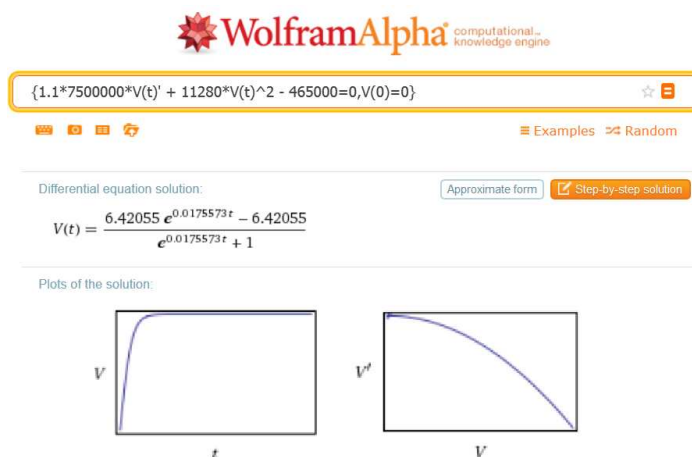


Рис. 5. Окно программы WolframAlpha с результатом числового решения и графиками

## Заключение

Продуктивное усвоение студентами и курсантами предметного материала дисциплины на основе использования современных программно-аппаратных и сетевых ресурсов в учебном вычислительном эксперименте определяет мотивационный аспект, формирует познавательный интерес и ценностное отношение к профессиональным знаниям.

## Список литературы

1. Шиян А.Ф., Шиян Н.В., Использование свободного программного обеспечения в учебном вычислительном эксперименте при исследовании нелинейных магнитных цепей // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 3; URL: [www.science-education.ru/117-13579](http://www.science-education.ru/117-13579).
2. Шиян А.Ф., Методы расчета установившихся режимов ЛЭЦ (с использованием пакета Mathematica): учеб. пособие для студентов (курсантов) высш. учеб. заведений по направлению 180400 «Эксплуатация водного транспорта и транспортного оборудования» по спец. 180404 «Эксплуатация судового электрооборудования и средств автоматики» / А.Ф. Шиян. – Мурманск: МГТУ, 2006. – 214 с. – (Утв. УМО по образованию в области эксплуатации водного транспорта ГМА им. С.О. Макарова № 41 от 3 июля 2008 г.).
3. Шиян, Н.В. Педагогические возможности совершенствования физического образования на современном этапе развития общества: монография / Н.В. Шиян. – Мурманск: Изд-во МГГУ, 2012. – 164 с.
4. Шиян, А.Ф., Шиян Н.В., Применение свободного программного пакета SCILAB в преподавании естественнонаучных и инженерных дисциплин: Материалы XXIV Международной конференции «Применение инновационных технологий в образовании» в рамках Конгресса конференций «Информационные технологии в образовании», с 26 по 27 июня 2013 года на базе Фонда новых технологий в образовании «Байтик» (г. Москва, г. Троицк). – М., 2013. – С. 467-469.
5. Шиян, А.Ф., Шиян Н.В. Учебный вычислительный эксперимент на основе использования современных программно-аппаратных средств // Успехи современного естествознания. – 2014. – № 3. – С. 152-158.
6. WolframAlpha : сайт облачного онлайн-вычислителя WolframAlpha [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.wolframalpha.com>.
7. WOLFRAM CLOUD : сайт облачного Интернет-ресурса свободной онлайн-версии пакета компьютерной алгебры WOLFRAM MATHEMATICA ONLINE [BETA] [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.wolframcloud.com>.

### Рецензенты:

Власов А.Б., д.т.н., профессор, заместитель начальника по научной работе Морской академии Мурманского государственного технического университета, г. Мурманск;

Морозов Н.Н., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой общей и прикладной физики Мурманского государственного технического университета, г. Мурманск.