

## ПРИМЕНЕНИЕ ФАКТОРНОГО ПОДХОДА КЛАСТЕРИЗАЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ МОНИТОРИНГОВОЙ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ В ВУЗЕ

Терехина Л.И.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет», Томск, Россия (634050, Томск, пр. Ленина, 30), e-mail: lyter@tpu.ru

По итогам обучения высшей математике в первом семестре студентов очной формы обучения Физико-технического института Томского политехнического университета был проведен многомерный статистический анализ, в котором анализировались 4 показателя: ВК – результаты входного тестового контроля по программе математики средней школы, АТТ1 – результаты текущей аттестации по унифицированной дисциплине «Математика 1.1» в середине семестра, АТТ2 – результаты текущей аттестации по унифицированной дисциплине «Математика 1.1» в конце семестра, ЭКЗ – результат экзамена, проводимого в классической форме. Корреляционный анализ выявил высоко значимую положительную корреляционную зависимость между обеими аттестациями (АТТ1 и АТТ2) и ЭКЗ. По результатам факторного анализа с учетом корреляционной зависимости показателей построены два фактора: Ф1 – фактор успеваемости по унифицированной дисциплине «Математика 1.1», в котором объединены три показателя {АТТ1+АТТ2+ЭКЗ} и Ф2 – фактор входного контроля. В таком 2-х мерном факторном пространстве {Ф1, Ф2} методом K-средних получена 4-х кластерная высококачественная модель, в которой 10 групп студентов сгруппировались в 4 кластера. Для каждого фактора выделены однородные группы кластеров. Результаты подобной кластеризации результатов оценивания знаний могут быть учтены в организации очного обучения для оценивания качества образования и контроля знаний в системе высшего образования.

Ключевые слова: многомерный статистический (корреляционный, факторный, кластерный, дисперсионный) анализ, высшее образование, мониторинг.

## FACTOR APPROACH OF CLUSTERING OF OUTCOMES OF THE ESTIMATION OF MATHEMATICAL KNOWLEDGE IN HIGHER EDUCATION SYSTEM

Terehina L.I.<sup>1</sup>

National research Tomsk polytechnic university, Tomsk, Russia (634050, Tomsk, Lenin's avenue, 30), e-mail: lyter@tpu.ru

The multidimensional statistical analysis of outcomes of the full-time first year students of Physics & Technics Institute of Tomsk Polytechnic University who studied Higher mathematics course is carried out. We review a system of 4 indicators: EC - outcomes of introductory mathematical test, CERT1 - outcomes of currently studied «Mathematics 1.1» test realized in the middle of a semester, CERT 2 - outcomes of currently studied «Mathematics 1.1» test realized at the end of the semester, EX - outcome of classical exam made. Correlation analysis revealed a highly significant positive correlation linkage between CERT and EX marks. Furthermore we applied a factor analysis for our initial data. It shows that there are two indicators F1 - the resulting advancement factor on «Mathematics 1.1» {as a sum of CERT 1+CERT 2+EX} and F2 - the factor of entering control. In such a way constructed 2D factor space {F1, F2} the method of K-averages makes us possess to find a high-quality 4-clusters model who unite 10 student groups in four clusters. Within the limits of analysis of variance the homogeneous groups of clusters are selected for each factor. These results of clustering outcomes of an estimation of knowledge levels can be considered in the course of higher education training for the estimation of quality of student knowledge taught.

Keywords: multi-dimensional statistical (correlation, factor, cluster, dispersing) analysis, higher education, monitoring

Основным направлением совершенствования современного российского высшего образования в условиях его модернизации является повышение качества обучения [4, 8] и контроля знаний в рамках системного мониторинга качества этапов образовательного процесса и его результатов [3, 7, 9]. Создание информационных баз данных о состоянии всех элементов системы образования, многообразие и разнородность показателей эффективности

образовательной деятельности вузов предполагает использование методов многомерного статистического анализа, позволяет проводить различные виды статистического анализа (корреляционный, дисперсионный, факторный, кластерный) и делать выводы об эффективности функционирования всей образовательной системы и составляющих ее подсистем [1, 2, 5].

В данной работе проведен многомерный статистический анализ результатов оценивания знаний по высшей математике в 1-ом семестре по унифицированной дисциплине «Математика 1.1», в состав которой входили модули: линейная алгебра и аналитическая геометрия и дифференциальное исчисление, студентов очной формы обучения Физико-технического института Томского политехнического университета (выборка ФТИ объема  $n = 175$ ). Для этого были использованы следующие 4 показателя:

1. ВК – результаты входного контроля знаний по математике в рамках школьной программы, проводившегося в тестовой форме,
2. АТТ1 – результаты текущей аттестации по дисциплине в середине семестра,
3. АТТ2 – результаты текущей аттестации по дисциплине в конце семестра,
4. ЭКЗ – результат экзамена, проводимого в традиционной форме.

Результаты представлены на (рис.1). Для удобства восприятия все числовые результаты приведены к единой 5-балльной шкале (набранные студентами итоговые баллы делились на максимальный балл, который можно было получить за семестр, и результат деления умножался на пять). Таким образом, в MS Excel была создана база данных, которая обрабатывалась в пакете Statistica [6] для статистического анализа данных.

Согласно корреляционному анализу выявлены высоко значимые (с уровнем значимости  $p < 0,0005$ ) положительные корреляционные зависимости между АТТ1, АТТ2 и ЭКЗ (коэффициенты парных корреляции Пирсона  $r$  и Спирмена  $R > 0,79$ ).

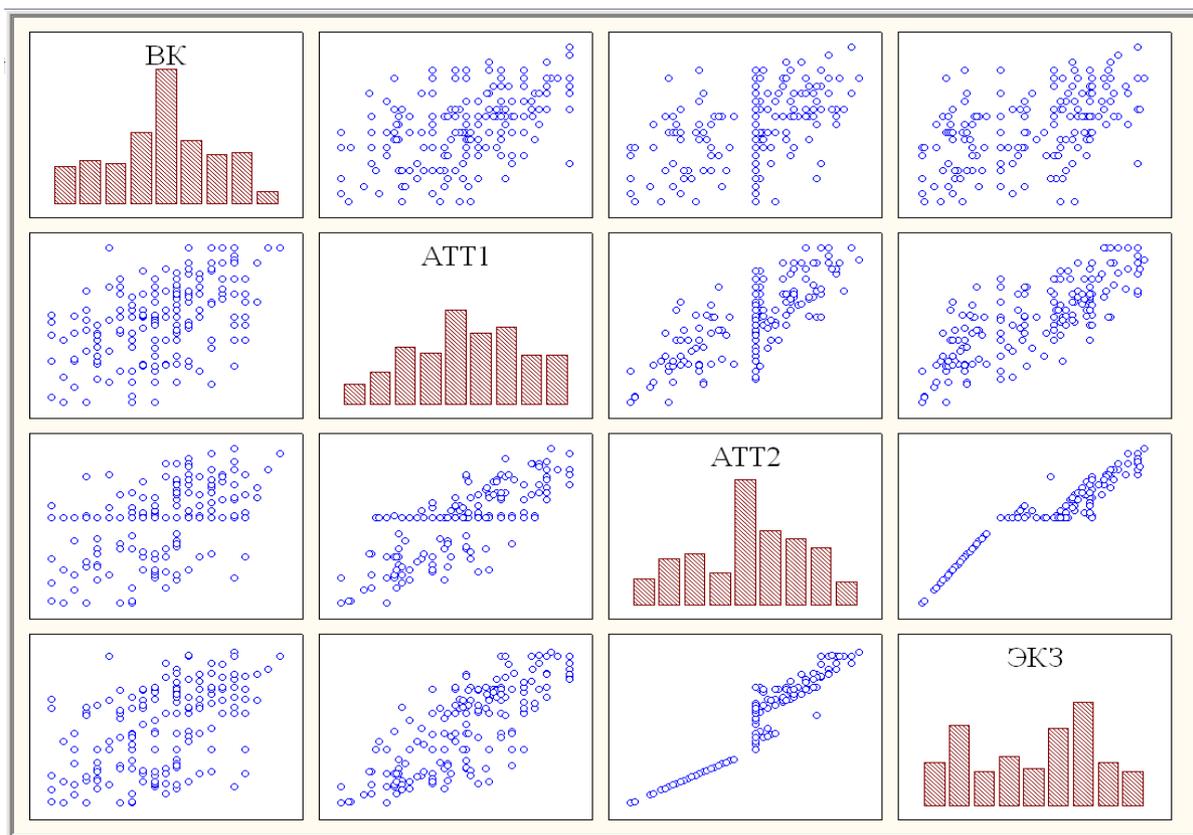


Рис. 1. Диаграммы рассеяния с гистограммами переменных выборки ФТИ

Поэтому в дальнейшем методом главных компонент количество исходных показателей было сокращено до двух, в первую группу Ф1 объединились АТТ1, АТТ2 и ЭКЗ, а во вторую – Ф2 показатель ВК. На основании факторного анализа была проведена интерпретация новых факторных переменных Ф1 и Ф2 по нагрузкам, характеризующим корреляции между факторами и показателями (табл. 1).

Таблица 1

Вращаемые факторные нагрузки в выбранной 2-х факторной модели ФТИ

Перемен.	Фактор.нагрузки (Варим. исх.) Выделение: Главные комп. (Отмечены нагрузки >0,70)	
	Фактор 1	Фактор 2
ВК	0,259	<b>0,966</b>
АТТ1	<b>0,856</b>	0,290
АТТ2	<b>0,933</b>	0,261
ЭКЗ	<b>0,925</b>	0,281
Общ.дис.	2,527	1,163
Доля общ	0,632	0,291

Анализ таблицы 1 показывает, что высокие факторные нагрузки исходных показателей для обоих факторов Ф1{АТТ1+АТТ2+ЭКЗ} и Ф2 {ВК} характеризуются положительной корреляционной связью.

Дальнейший анализ результатов успеваемости 10 групп студентов ФТИ в рамках построенной 2-х факторной модели проводился в системе координат  $\{\Phi_1, \Phi_2\}$ . Для определения количества кластеров использовался метод древовидной кластеризации. На рис. 2 показано иерархическое дерево, по которому 10 групп оказались разбиты на 4 кластера, и это разбиение устойчиво относительно вариации мер близости и правил объединения двух кластеров.

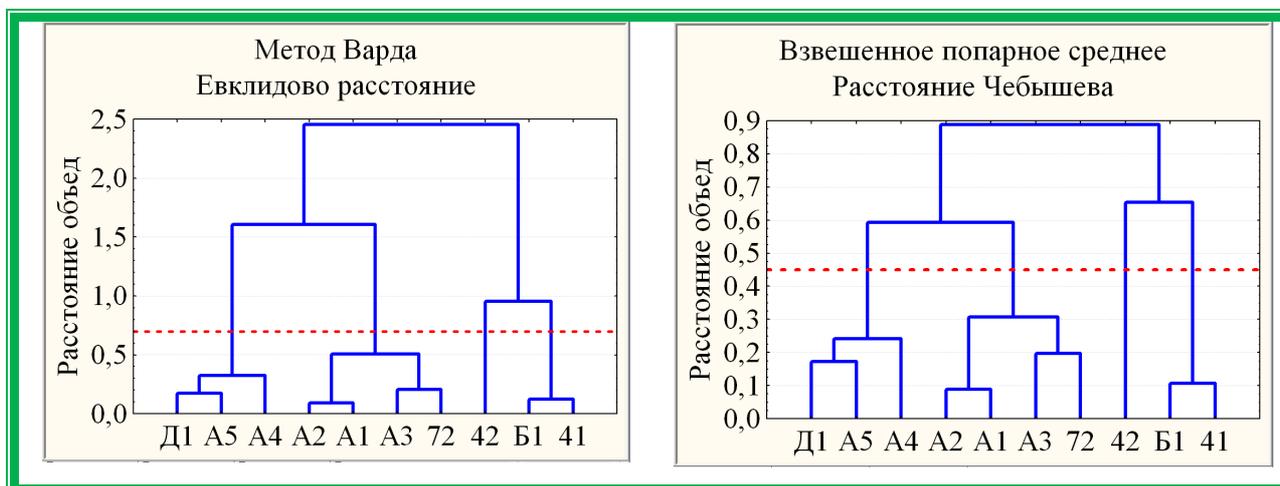


Рис. 2. Дендрограммы наблюдений в пространстве  $\{\Phi_1, \Phi_2\}$ , построенные с использованием разных мер близости и правил объединения двух кластеров

Далее в 2-х мерном факторном пространстве  $\{\Phi_1, \Phi_2\}$  методом  $K$ -средних, проведена классификация учебных групп. В результате была получена также 4-х кластерная высококачественная модель результатов ФТИ, распределяющая 10 учебных групп студентов по 4-м кластерам высоко значимо (на уровне значимости  $p < 0,0005$ ) согласно  $\lambda$ -критерию Уилкса по совокупности показателей  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  (рис. 3).

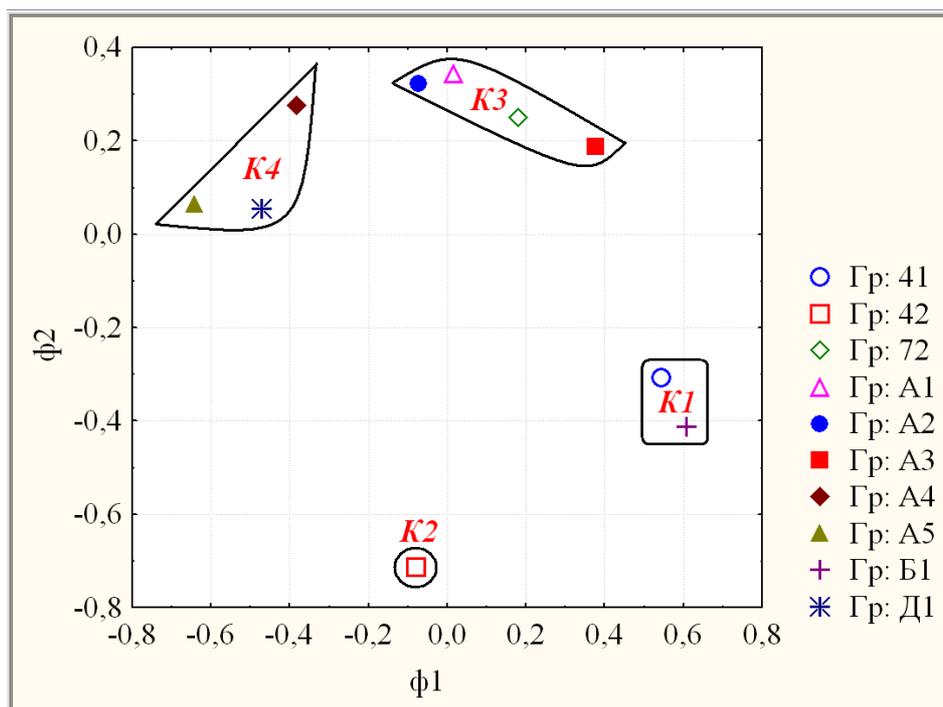


Рис. 3. Диаграмма рассеяния кластеров ФТИ в факторных координат {Ф1, Ф2}

Для оценки качества кластеризации по каждому фактору применялся параметрический дисперсионный анализ (табл. 2).

Таблица 2

Результаты дисперсионного анализа кластеризации наблюдений по факторам ФТИ

перемен.	Дисперсионный анализ (ВК_АТТ_ЭКЗ_ФТИ.sta)					
	Между SS	сс	Внутри SS	сс	F	значим. p
ф1	1,477	3	0,155	6	19,088	<b>0,00180</b>
ф2	1,125	3	0,052	6	43,050	<b>0,00019</b>

Из табл. 2 следует, что по фактору Ф2 три кластера различаются высоко значимо ( $p \approx 0,0002 < 0,0005$ ), а по фактору Ф1 различаются сильно значимо ( $0,0005 < p \approx 0,002 < 0,005$ ).

Кластерные средние  $m$  по четырем исходным {ВК, АТТ1, АТТ2, ЭКЗ} и двум новым {Ф1, Ф2} показателям приведены в табл. 3.

Таблица 3

Кластерные средние  $m$  по ВК, АТТ1, АТТ2, ЭКЗ, Ф1, Ф2

Кластер	АТТ1	АТТ2	ЭКЗ	Ф1	Ф2	ВК	Состав
К1	3,108	3,241	2,934	0,576	-0,359	2,196	41+Б1
К3	3,236	2,711	2,471	0,111	0,282	2,746	А1+А2+А3+72
К4	2,005	2,276	1,855	-0,504	0,140	2,431	А4+А5+Д1
К2	2,241	2,380	2,089	-0,078	-0,714	1,611	42

Используя апостериорные критерии Фишера, Шеффе, Тьюки, результаты множественных сравнений кластерных средних можно представить в порядке их убывания в пределах каждого фактора:

Ф1: {К1}, {К3, К2}, {К4}. При этом К1 отличается от К3, а К2 – от К4 – слабо значимо ( $0,10 < p < 0,05$ ); К1 отличается от К4 сильно значимо ( $0,0005 < p < 0,005$ ).

Ф2: {К3, К4}, {К1, К2}. При этом К4 отличается от К1 статистически значимо ( $0,005 < p < 0,05$ ).

Можно отметить, что построенные последовательности неоднородных групп кластеров по каждому фактору подтверждаются результатами множественных сравнений по непараметрическому критерию Краскела-Уоллиса. Для фактора Ф1 отличие К1 от К4 становится статистически значимым ( $0,005 < p < 0,05$ ), а для Ф2 отличие К1 от К3 становится слабо значимым (на уровне значимости  $0,05 < p < 0,10$ ).

Графики кластерных средних для каждого фактора приведены на рис. 4.

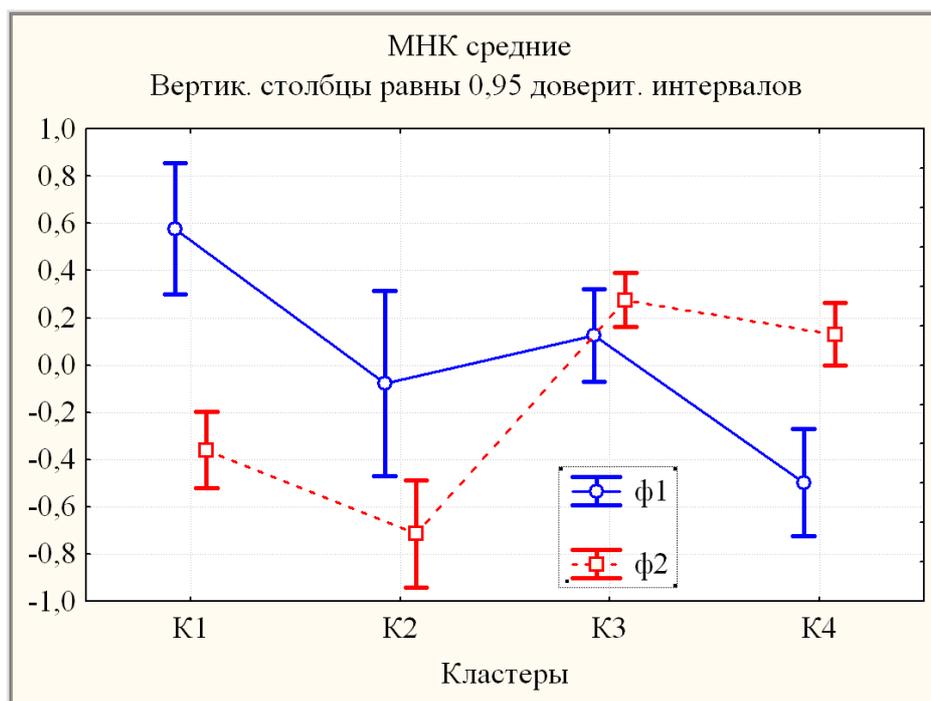


Рис. 4. Линейные графики факторных (стандартизированных) средних с 95% границами доверительных интервалов для каждого кластера

Полученные результаты кластерного анализа наблюдений по совокупности факторов с учетом результатов множественных сравнений кластерных средних для каждого фактора позволяют провести классификацию наблюдений в порядковой шкале стандартизированных измерений (табл. 4), при этом за «Средний» был принят интервал  $(-0,3; +0,3)$ , интервал «Выше среднего» составлял  $(+0,3; +1)$  и, наконец, интервал  $(-1; -0,3)$  считался «Ниже среднего».

Таблица 4

Классификация наблюдений по совокупности факторов в порядковой шкале стандартизированных измерений.

Кластер	Объем кластера	φ1 {АТТ+ЭКЗ}	φ2 {ВК}
К1	2	Выше среднего	Ниже среднего
К2	1	Средний	Ниже среднего
К3	4	Средний	Средний
К4	3	Ниже среднего	Средний

Согласно рис. 3-4 и табл. 3-4, четыре группы студентов (К3) демонстрируют стабильный «Средний» уровень ( $m_{ВК} \approx 2,75$  и  $m_{АТТ2} \approx 2,71$ ), три группы – статистически значимую положительную динамику (две группы К1 от  $m_{ВК} \approx 2,20$  до  $m_{АТТ2} \approx 3,24$ , а также еще одна К2

от  $m_{ВК} \approx 1,61$  до  $m_{АТТ2} \approx 2,38$ ) и три группы (К4) – статистически значимую отрицательную динамику (от  $m_{ВК} \approx 2,43$  до  $m_{АТТ2} \approx 2,28$ ).

### **Выводы**

1. Анализа показал положительную корреляционную зависимость между АТТ1, АТТ2 и ЭКЗ (коэффициенты парных корреляции Пирсона  $r$  и Спирмена  $R > 0,79$ ) при высоком уровне значимости  $p < 0,0005$ . С учетом корреляционной зависимости показателей методом главных компонент построены  $\Phi 1$  – фактор текущей успеваемости {АТТ1+АТТ2+ЭКЗ} и  $\Phi 2$  – фактор ВК.
2. В пространстве { $\Phi 1, \Phi 2$ } методом  $K$ -средних получена 4-х кластерная значимая модель, распределяющая 10 групп студентов по 4-м кластерам.
3. Для каждого фактора выделены однородные группы кластеров.
4. Классификация результатов оценивания усвоенных студентом знаний по дисциплине «Математика 1.1» осуществлялась в номинальной шкале измерений.
5. Предложенный метод оценки результатов успеваемости студентов может быть использован в учебном процессе для оценки качества обучения и контроля знаний.

*Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда.*

### **Список литературы**

1. Арефьев В.П., Михальчук А.А., Филипенко Н.М. Многомерные статистические методы оценивания знаний в системе заочного инновационного обучения // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – 2; URL: [science-education.ru/116-12658](http://science-education.ru/116-12658) (дата обращения: 08.04.2014).
2. Арефьев В.П., Михальчук А.А., Филипенко Н.М. Кластерный анализ результатов оценивания знаний в системе заочного обучения с использованием дистанционных образовательных технологий // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – 3; URL: [science-education.ru/109-9506](http://science-education.ru/109-9506) (дата обращения: 22.02.2014).
3. Багаутдинова С.Ф., Левшина Н.И., Санникова Л.Н., Турченко В.И. Разработка и организация системы мониторинга качества образовательной деятельности студентов в высшем учебном заведении // Фундаментальные исследования. – 2014. - № 1. – С. 109-114.
4. Богачева А.Г. Проблемы управления качеством образования в вузе // Фундаментальные и прикладные исследования: проблемы и результаты. – 2015. - № 17. – С. 103-107.
5. Болтовский Д.В. Факторный подход кластеризации результатов оценивания математических знаний в системе высшего образования // Современные проблемы науки и

образования. – 2014. - 3; URL: [www.science-education.ru/117-13284](http://www.science-education.ru/117-13284) (дата обращения: 06.03.2015).

6. Боровиков В.П. STATISTICA. Искусство анализа данных на компьютере: Для профессионалов. – СПб.: Питер, 2003. – 688 с.

7. Кошкин В.В., Масленников А.С., Стешина Л.А., Старыгина Н.Н. Внутривузовский мониторинг формирования компетенций у студентов // Alma mater (Вестник высшей школы). – 2015. - № 2. – С. 77-80.

8. Саидова Ф.Б. Проблемы качества высшего образования в контексте трансформации образования // Педагогические науки. – 2014. - № 1 (64). – С. 7-9.

9. Третьякова Т.В., Павлова Р.С. Организация мониторинга качества обучения математике на основе результатов ЕГЭ // Фундаментальные исследования. – 2015. - № 2-1. – С. 156-161.

#### **Рецензенты:**

Трифонов А.Ю., д.ф.-м.н., профессор кафедры высшей математики и математической физики, ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск;

Арефьев К.П., д.ф.-м.н., профессор кафедры высшей математики, ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск.