

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИНХРОННОГО ГЕНЕРАТОРА БЕЗ ДЕМПФЕРНЫХ ОБМОТОК С АРВ СИЛЬНОГО ДЕЙСТВИЯ

Колчанова В.А.¹, Тарасенко С.С.¹

¹ФГБОУ ВПО «НИ ТПУ» («Национальный исследовательский Томский политехнический университет»), Томск, Россия (634050, Томск, пр. Ленина, 30), e-mail: ni105@mail.ru

Приводится модель синхронного генератора для расчёта установившегося и переходного режимов с учётом переходных процессов в обмотках статора генератора, без демпферных обмоток. Показывается возможность использования различных математических приближений моделей генератора в зависимости от пространственного удаления точки возмущения. Приводится пример модели генератора без демпферных обмоток с АРВ сильного действия. Для определения функциональных зависимостей токов и напряжений от времени использовался метод пространства состояний и преобразования Парка – Горева. Показана необходимость модификации классических уравнений Парка-Горева. Решения получены с помощью программно - интегрированной среды MathCAD методом Рунге-Кутты. Применение моделей возможно в сетях, содержащих синхронные генераторы и для проектирования объектов, содержащих генераторы.

Ключевые слова: синхронный генератор, переходные процессы, демпферные обмотки, преобразование Парка – Горева

MATHEMATICAL MODEL OF SYNCHRONOUS GENERATOR WITHOUT DAMPER WINDINGS WHICH IS EQUIPPED BY AN AUTOMATIC REGULATOR OF EXCITATION STRONG ACTION

Kolchanova V.A.¹, Tarasenko S.S.¹

¹National research Tomsk polytechnic university, Tomsk, Russia (634050, Tomsk, Lenin prospect, 30), e-mail: ni105@mail.ru

The model of the synchronous generator to calculate the steady-state and transient regimes including the transients of stator windings of generator without damper windings have been presented. The ability to use different mathematical approximations of the generator models in depending on the spatial distance of the disturbance point has been shown. The examples of the generator models without damper windings which is equipped by an automatic regulator of excitation strong action have been given. To determine the currents and voltages as a functions of time the state-space technique and Park – Gorev transformation have been used. Solutions are obtained by means of program - integrated environment MathCAD Runge-Kutta method. Application of models possible in networks containing synchronous generators and for the design of objects containing generators.

Keywords: Synchronous generator, transients, damper windings, Park – Gorev transformation.

Модель синхронного генератора с демпферными контурами описывается системой из шести дифференциальных уравнений. Два первых дифференциальных уравнения записываются для поперечной и продольной обмоток статора. Три следующих уравнения записываются для обмоток ротора. В обмотки ротора входят поперечная и продольная демпферные обмотки и обмотка возбуждения. Шестое дифференциальное уравнение является нелинейным. Это уравнение описывает связь инерционного, электромагнитного и механического моментов, действующих на вал ротора [1, 5]. Решение этих уравнений является непростой задачей. Однако искусство моделирования состоит не в умении решать сложные уравнения, а в умении без потерь основных, главных свойств явления преобразовывать исходную сложную систему в более простую, руководствуясь при этом

условиями которым подвержена исследуемая система. Поэтому цель работы состоит в исследовании моделей генератора в условиях, когда исходную сложную систему можно упростить, но при этом не потерять основные характерные особенности модели [4].

Машина без демпферных обмоток с АРВ сильного действия.

Рассмотрим переходный процесс при внезапном изменении момента первичного двигателя синхронной машины на величину ΔM_T . Для упрощения будем считать, что машина не имеет демпферных обмоток, не будем учитывать явнополюсность и пренебрегаем величиной активного сопротивления статора R . В этом случае уравнения могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{x_d}{\omega_0} \frac{di_d}{dt} + (1+s)x_d i_q + \frac{1}{\omega_0} \frac{dE_q}{dt} &= -u_d = U \sin(\delta) \\ -(1+s)x_d i_d + \frac{x_d}{\omega_0} \frac{di_q}{dt} - (1+s)E_q &= -u_q = -U \cos(\delta) \\ \frac{T_r}{\omega_0} \frac{d}{dt} [(x_d - x'_d)i_d + E_q] + E_q &= e_r; \\ T_J \frac{ds}{dt} + E_q i_q &= M_m \\ s &= \frac{d\delta}{dt} \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $E_q \rightarrow i_f$ – синхронная ЭДС по поперечной оси, величина пропорциональна току возбуждения i_f . Эта величина подлежит определению. T_r – постоянная времени контура возбуждения при замкнутых контурах цепи статора. i_q, i_d – продольный и поперечный токи статора. $e_r = U_f x_{ad} / x_f$ – ЭДС пропорциональная напряжению статора. x_q, x_d, x'_d, r – основные технические данные машины: синхронные реактивные сопротивления по поперечной и продольной осям, переходное сопротивление по продольной оси, активное сопротивление обмотки статора соответственно [6].

Искомые переменные в уравнениях 1: i_d, i_q – продольный и поперечный токи статора и синхронная ЭДС E_q .

Для того чтобы выяснить смысл составляющих напряжения на зажимах машины U_d и U_q в случае примыкания ее к некоторым шинам, напряжение которых мы будем считать имеющим постоянную амплитуду U и синхронную частоту ω_0 , рассмотрим векторную диаграмму на рис. 1. На этом рисунке изображены поперечная и продольная оси ротора, вращающиеся со скоростью $\omega = \omega_0(1+s)$, и изображающий вектор напряжения шин, вращающийся со скоростью ω_0 . Из приведенного рисунка следует, что

$U_d = -U \sin(\delta); U_q = U \cos(\delta)$. Кроме того, из того же рисунка видно, что разность скоростей поперечной оси ротора и изображающего вектора напряжения шин равна производной угла δ , т. е. $d\delta/dt = \omega - \omega_0 = \omega_0(1+s) - \omega_0 = \omega_0 s$, где s – скольжение машины. Скольжением машины называется величина, равная разности угловой скорости ω_1 вращающегося магнитного поля, создаваемого переменным током, протекающим в обмотках статора, и угловой скорости ω ротора машины, отнесённой к ω_1 : $s = (\omega_1 - \omega)/\omega_1$ [4].

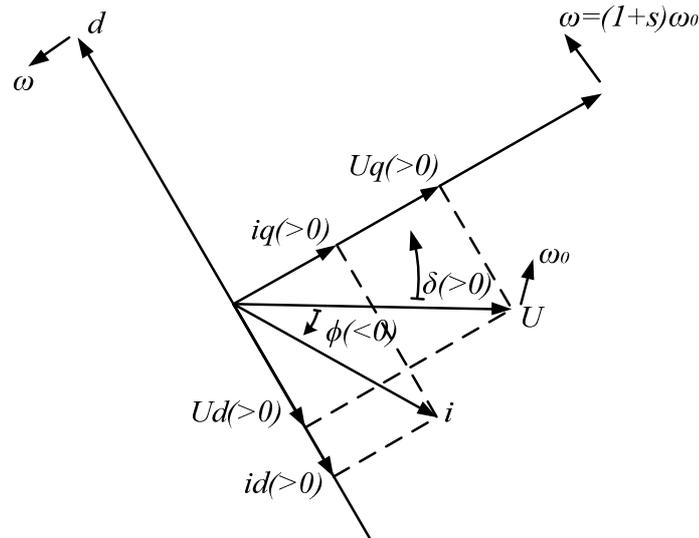


Рис. 1. Векторная диаграмма для определения составляющих напряжения приемных шин по осям q и d

Положим, что в нормальном режиме, предшествующем возмущению, величины токов i_q и i_d , э. д. с. возбуждения E_q , угол δ и скольжение s были равны соответственно i_{q0} , i_{d0} , E_{q0} , δ_0 , $s_0 = 0$. Так как в нормальном режиме все эти величины являются постоянными, то они могут быть определены из выше приведенных уравнений, в которых все производные должны быть равны нулю. Поэтому уравнения, определяющие переменные в нормальном режиме, принимают вид:

$$\begin{aligned} X_d i_{q0} &= U \sin(\delta_0); & X_d i_{d0} + E_{q0} &= U \cos(\delta_0); \\ E_{q0} &= e_{r0}; & E_{q0} i_{q0} &= M_{m0}. \end{aligned} \quad (2)$$

Уравнения (1), являются нелинейными, и решить их операторным методом невозможно. Такое решение может быть, однако, выполнено, если приближенно принять, что отклонения переменных от их начальных значений оказываются в переходном процессе настолько малы, что нелинейные члены в уравнениях (1) могут быть заменены их линейными приближениями. В нашем случае это означает, что изменение момента турбины первичного двигателя, вызывающее переходный процесс, должно быть достаточно мало.

Предполагая, что последнее условие выполняется, введем новые переменные, равные отклонениям основных переменных от их значений в нормальном режиме:

$$\begin{aligned}\Delta i_d &= i_d - i_{d0}; & \Delta i_q &= i_q - i_{q0}; & \Delta s &= s - s_0 = s; \\ \Delta E_q &= E_q - E_{q0}; & \Delta \delta &= \delta - \delta_0,\end{aligned}$$

а также отклонения внешних сил от их начальных значений:

$$\Delta e_r = e_r - e_{r0}; \quad \Delta M_m = M_m - M_{m0}.$$

В новых переменных нелинейные члены уравнений (1) могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned}\cos(\delta) &= \cos(\delta_0 + \Delta\delta) = \cos(\delta_0)\cos(\Delta\delta) - \sin(\delta_0)\sin(\Delta\delta) \approx \cos(\delta_0) - \Delta\delta\sin(\delta_0); \\ \sin(\delta) &= \sin(\delta_0 + \Delta\delta) = \sin(\delta_0)\cos(\Delta\delta) + \cos(\delta_0)\sin(\Delta\delta) \approx \sin(\delta_0) + \Delta\delta\cos(\delta_0); \\ s i_q &= s(i_{q0} + \Delta i_q) \approx s i_{q0}; & s i_d &= s(i_{d0} + \Delta i_d) \approx s i_{d0}; \\ E_q i_q &= (E_{q0} + \Delta E_q)(i_{q0} + \Delta i_q) \approx E_{q0} i_{q0} + E_{q0} \Delta i_q + i_{q0} \Delta E_q.\end{aligned}$$

При выводе последних приближенных выражений для нелинейных членов мы пренебрегли квадратами, произведениями и более высокими степенями приращений Δi_d , Δi_q и т. д. [4].

Подставляя полученные выражения в уравнения (1) и учитывая уравнения (2), которыми определяются начальные значения всех переменных, получим следующие линейные уравнения относительно приращений основных переменных:

$$\begin{aligned}\frac{x_d}{\omega_0} \frac{d\Delta i_d}{dt} + x_d \Delta i_q + \frac{1}{\omega_0} \frac{d\Delta E_q}{dt} - U \cos(\delta_0) \Delta\delta + x_d i_{q0} s &= 0; \\ -x_d \Delta i_d + \frac{x_d}{\omega_0} \frac{d\Delta i_q}{dt} - \Delta E_q - U \sin(\delta_0) \Delta\delta - (x_d i_{d0} + E_{q0}) s &= 0; \\ \frac{(x_d - x'_d)}{\omega_0} \frac{d\Delta i_d}{dt} + \frac{1}{\omega_0} \frac{d\Delta E_q}{dt} + \rho_r \Delta E_q &= \rho_r \Delta e_r; \\ T_J \frac{ds}{dt} + E_{q0} \Delta i_q + i_{q0} \Delta E_q &= \Delta M_m; \\ s - \frac{d\Delta\delta}{dt} &= 0\end{aligned} \tag{3}$$

Здесь T_J – инерционная постоянная машины. M_m – отношение механического момента к базисному моменту. $\rho_r = 1 / \omega_0 T_r$ – декремент контура ротора.

Будем решать уравнения (3), предполагая наличие безынерционного регулирования возбуждения машины по закону

$$\Delta e_r = k \Delta\delta + k' \frac{d\Delta\delta}{dt} + k'' \frac{d^2 \Delta\delta}{dt^2}$$

и считая, что приращение момента первичного двигателя ΔM_m , возникнув в момент $t = 0$, в дальнейшем остается неизменным.

Коэффициенты k , k' и k'' называются регулирующими. Величины этих коэффициентов выбирают таким образом, чтобы члены, в которые они входят, были бы соизмеримыми с остальными членами в коэффициентах уравнений. В соответствии с этим коэффициент k'' должен иметь порядок $\omega_0 T_j$, т.е. 10^3 (при $T_j = 10$ сек и $\omega_0 = 314$ будем иметь $\omega_0 T_j = 3,14 \cdot 10^3$). Коэффициент k' должен иметь порядок $1/\rho_r$, т.е. также 10^3 (при $T_r = 5$ сек будем иметь $1/\rho_r = \omega_0 T_r = 1,57 \cdot 10^3$). Наконец, коэффициент k должен иметь порядок единицы [5].

Приняв значения коэффициентов регулирования, перейдем к решению уравнений. Данные уравнения решаем с помощью программы *MathCAD*.

Приведем расчет для генератора с паспортными данными в таблице 1.

Таблица 1

Паспортные данные генератора

$x_d = x_q$	x'_d	T_r с.	T_j с.	δ , град	e_r
1,318	0,865	5	8.	36°	1,115

Первый этап – определение принужденных составляющих. Система уравнений (1) является нелинейной. Чтобы определить точки положения равновесия $i_{q0}, i_{d0}, E_{q0}, \delta_0, s_0$, необходимо решить стационарные уравнения, приняв все производные в системе уравнений равными нулю и считая отклонения от положения равновесия малыми i_q, i_d, E_q, δ, s .

$$\begin{aligned}
 x_d i_q &= \delta \cdot U \cos(\delta_0) \\
 -x_d i_d - E_q &= \delta \cdot U \sin(\delta_0) \\
 E_q &= e_r; \\
 E_q i_{q0} + E_{q0} i_q &= M_m \\
 s &= 0
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

С учетом наличия безынерционного регулирования возбуждения машины получаем выражения для установившегося режима с помощью программно - интегрированной среды *MathCAD* с использованием функций *Given* и *Find* [2]:

$$i_{dnp} = \frac{-M}{i_{q0}k \cdot x_d + U \cos(\delta_0)E_{q0}}(k + U \sin(\delta_0)) = -0,683;$$

$$i_{qnp} = \frac{M}{i_{q0}k \cdot x_d + U \cos(\delta_0)E_{q0}}U \sin(\delta_0) = 0,75;$$

$$E_{qnp} = \frac{M \cdot x_d \cdot k}{i_{q0}k \cdot x_d + U \cos(\delta_0)E_{q0}} = 0,182;$$

$$\delta_{np} = \frac{M \cdot x_d}{i_{q0}k \cdot x_d + U \cos(\delta_0)E_{q0}} = 0,608; \quad s_{np} = 0.$$

Второй этап – это решения системы дифференциальных уравнений методом пространства состояний. Приводим уравнения (3) к нормализованной форме, разрешая их относительно производных, получаем матрицу состояний и вектор правых частей:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\rho k'' M - x_d \omega_0 T_J}{x_d' \omega_0 T_J} & \rho \frac{k'' i_{q0} + \omega_0 T_J}{x_d' \omega_0 T_J} & \frac{Uc - \rho k'}{x_d'} & -\frac{Us + \rho k'}{x_d'} \\ 1 & 0 & \frac{1}{x_d'} & \frac{Us}{x_d'} & \frac{Uc}{x_d'} \\ 0 & x_d \frac{\rho k'' E_{q0} + (x_d - x_d') \omega_0 T_J}{x_d' \omega_0 T_J} & -x_d \rho \frac{k'' i_{q0} + \omega_0 T_J}{x_d' \omega_0 T_J} & \frac{x_d (\rho k - Uc) - x_d' Us}{x_d'} & \frac{x_d (\rho k + Us) - x_d' Us}{x_d'} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{E_{q0}}{\omega_0 T_J} & -\frac{i_{q0}}{\omega_0 T_J} & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -\rho k'' M \\ x_d' \omega_0 T_J \\ 0 \\ x_d \rho k'' M \\ x_d' \omega_0 T_J \\ 0 \\ M \\ \omega_0 T_J \end{pmatrix}, \quad \text{здесь } Us = U \sin(\delta_0), \quad Uc = U \cos(\delta_0), \quad \mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ E_q \\ \delta \\ s \end{pmatrix} = \mathbf{B}$$

Выбор настроечных коэффициентов.

Коэффициент $0 < k < 1$ изменяется в пределах единицы. Этот коэффициент препятствует «сползанию» системы. (Большая нагрузка генератора и подход к предельным значениям мощности и угла. Характеризуется вначале медленным, а затем быстрым увеличением угла и выпадением из синхронизма с последующим разрывом передачи).

Увеличение коэффициента уменьшает сползание. Однако дальнейшее увеличение этого коэффициента приводит к раскачиванию системы. (Самораскачивание обычно интенсивнее в явнополюсных машинах; при большом возбуждении и работе на большое активное сопротивление. Это может привести к изменению знака демпферной мощности).

Коэффициенты регулирования по производным угла k' , k'' не влияют на возникновения сползания, но препятствуют возникновению самораскачивания. При значениях $0 < k' < 10^3$ система является устойчивой. Наиболее оптимальные значения являются $10 < k' < 30$ [4].

Коэффициент регулирования по второй производной угла k'' может изменяться в широких пределах. Для его оптимального выбора был использован корневой годограф. Его оптимальное значение показано на рисунке 2. Оптимальные значения корней выделены зелеными и сиреневыми квадратами. Оптимальные значения настроечного коэффициента при этом равны $k'' = 1,5 \cdot 10^5$, $k'' = 1,6 \cdot 10^5$.

В качестве сравнения приведены фазовые портреты (скольжение – угол) переходных процессов с различными регулировочными коэффициентами.

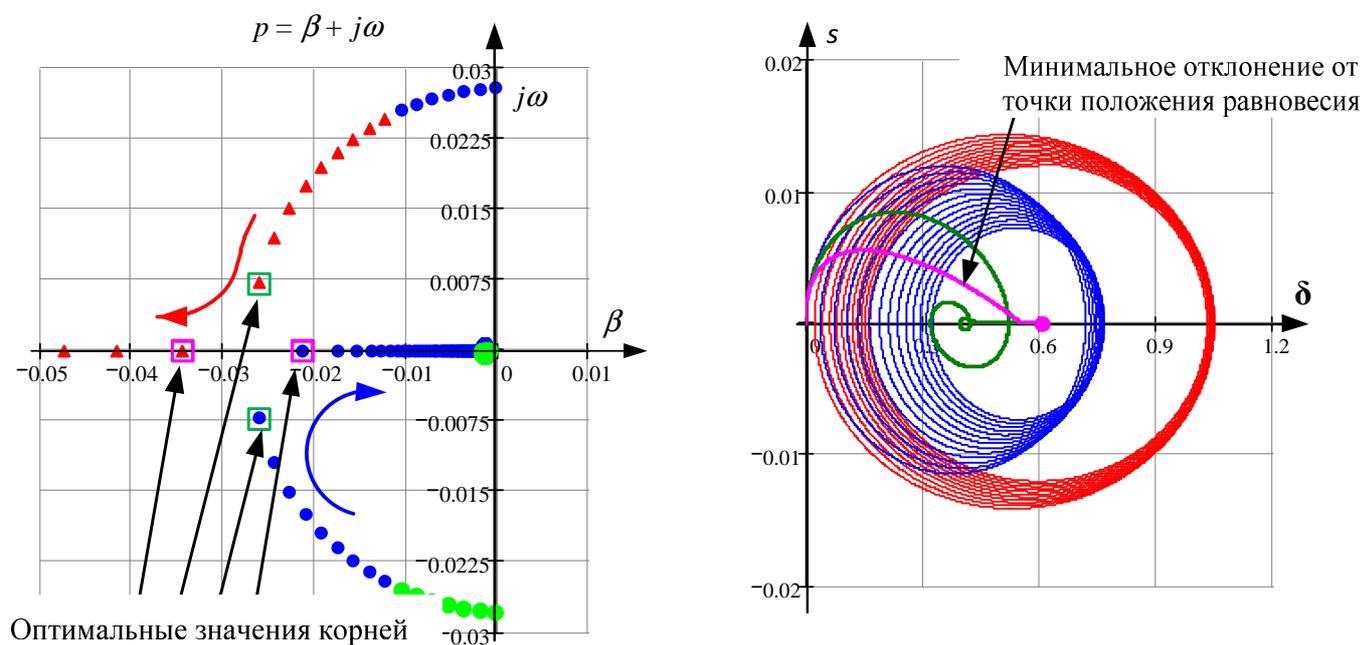


Рис. 2. Корневой годограф

Для неоптимальных коэффициентов область, охватываемая замкнутой фигурой, имеет большую площадь, то есть наибольшее отклонение параметров от положения равновесия. Замкнутость фигур с уменьшающимся радиусом свидетельствует о колебании системы. Для

оптимальных коэффициентов кривая имеет минимальное отклонение от точки положения равновесия (сиреневая кривая).

Применение моделей возможно не только в учебном процессе для изучения переходных процессов в сетях содержащих синхронные генераторы, но и для проектирования объектов, содержащих генераторы, в расчетах будут выбираться соответствующие модели в зависимости от расположения приложения точки возмущения переходного процесса.

Список литературы

1. Жданов П.С. Вопросы устойчивости электроэнергетических систем. – М.: Энергия, 1979. – 456 с.
2. Исаев Ю.Н., Купцов А.Н. Практика использования системы MathCad в расчетах электрических и магнитных цепей. – М.: САЛОН-ПРЕСС, 2013. – 180 с.
3. Колчанова В.А., Исаев Ю.Н., Лопатин В.В. Математические модели синхронного генератора при различных пространственных удалениях точки возмущения // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 2; URL: www.science-education.ru/116-12293.
4. Левинштейн М. Л. Операционные исчисления в задачах электротехники. – Л.: Энергия, 1972. – 358 с.
5. Пивняк Г.Г., Винославский В.Н., Рыбалко А.Я., Несен Л.И. Переходные процессы в системах электроснабжения. – М.: Энергоатомиздат, 2003. – 540 с.
6. Ульянов С.А. Электромагнитные переходные процессы. – М.: ООО «ТИД «АРИС», 2010. – 519 с.

Рецензенты:

Усов Ю.П., д.т.н., профессор кафедры ЭСиЭ ЭНИН ФГБОУ ВПО «НИ ТПУ», Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск;

Сивков А.А., д.т.н., профессор кафедры ЭПП ЭНИН ФГБОУ ВПО «НИ ТПУ», Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск.