

УДК 61:001.89

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ДВИЖЕНИЯ ВЕРХНЕЙ КОНЕЧНОСТИ

Бонилья Ф.В.<sup>1</sup>, Лукьянов Е.А.<sup>1</sup>, Литвин А.В.<sup>1</sup>, Деплов Д.А.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ФГБОУ ВПО «Донской государственный технический университет, ДГТУ» Министерства образования и науки Российской Федерации, Россия, Ростов-на-Дону, e-mail: lea\_rnd@mail333.com

Использование биоэлектрических сигналов для управления протезами конечностей и другими мехатронными устройствами, имитирующими движение руки человека, требует создания адекватных кинематических и динамических моделей управляемого объекта. Целью настоящего исследования является разработка адекватных динамических моделей движения локтя (elbow). Рассмотрен механизм мышечного сокращения и математическая модель сигнала ЭМГ. Масс-инерционные характеристики (МИХ) верхней конечности были определены методом геометрического моделирования совместно с использованием регрессионных зависимостей МИХ от веса и роста человека. Динамические модели синтезировались на основе уравнений Лагранжа, манипуляционных роботов с учетом линейной биомеханической модели мышцы Хилла. Имитационное моделирование выполнялось в среде SimMechanics системы Matlab. Анализ полученных результатов показал, что адекватность математической модели зависит от учета таких характеристик, как вязкость и эластичность мышцы. Разработанные модели могут быть использованы для проектирования системы биоэлектрического управления мехатронными устройствами.

Ключевые слова: сокращение мышцы, математическое моделирование, биомеханическая модель Хилла, масс-инерционные характеристики, динамическая модель, Matlab, SimMechanics.

## MATHEMATICAL MODELING OF THE UPPER LIMB MOTION DYNAMICS

Bonilla F.V., Lukyanov E.A., Litvin A.V., Deplov D.A.

Don State Technical University, the Ministry of Education and Science of Russian Federation, Rostov on Don, lea\_rnd@mail333.com

The use of bioelectrical signals to control prosthetic limbs and other mechatronic devices, that emulate the movement of a human hand, requires the solution of many tasks including the task of creating an adequate kinematic and dynamic models of the controlled object. The purpose of this study is to develop dynamic models of elbow motion in flexion and extension, adequate to the real biological system. The muscle contraction mechanism and the mathematical model of the EMG signal were considered. Mass - inertial characteristics (MIC) of the upper limbs were determined by method of geometric modeling together with the use of the MIC regression equation depending on the weight and height of person. The dynamic model was synthesized on the basis of the Lagrange equations, manipulating robots based on linearbiomechanical Hill muscle model. Simulation was performed among SimMechanics of Matlab. Analysis of the results showed that the adequacy of the mathematical model depends on the muscles characteristics such as viscosity and elasticity. The developed model can be used to design bioelectrical control systems of mechatronic devices.

Keywords: Muscle contraction, mathematical modeling, biomechanical model of the Hill, mass-inertial characteristics, dynamic model, Matlab, SimMechanics

Скелетные мышцы состоят из двигательных единиц (ДЕ) - наименьших мышечных элементов, которые могут быть активизированы усилием воли. ДЕ состоит из передней роговой клетки или мотонейрона, аксона и всех мышечных волокон, возбуждаемых этим аксоном. Количество мышечных волокон, приходящихся на одно двигательное волокно, называется коэффициентом иннервации. Коэффициент иннервации для различных мышц может колебаться от десятка до сотен единиц [6]. Сокращение мышцы является суммарным результатом

стимуляции и сокращения нескольких ДЕ. Механизм мышечного сокращения описывается теорией скользящих нитей, согласно которой укорочение каждого мышечного волокна при сокращении происходит в результате перемещения тонких нитей в промежутках между толстыми без изменения их длины [3].

Потенциал действия распространяется, начиная с нейромышечных сочленений, в обоих направлениях внутри мышечного волокна через тубулярную систему [3]

Стимуляция каждой ДЕ *нейронным сигналом* вызывает их сокращение, в результате которого генерируется электромиографический сигнал (ЭМГ), который представляет собой сумму потенциалов действия всех вовлеченных в процесс клеток [6].

Математическую модель ЭМГ сигнала можно упрощенно представить следующим уравнением:

$$u(n) = \sum_{q=0}^{N-1} h(q)e(n-q) + w(n), \quad (1)$$

где  $u(n)$  - биопотенциалы ЭМГ сигнала,  $h(q)$  – ПДОДЕ,  $e(n)$  – импульс раздражения,  $w(n)$  – аддитивный белый гауссовский шум,  $N$  – число ДЕ, вовлеченных в процесс сокращения.

Управление движениями немыслимо без согласования активности большого количества мышц. Следовательно, для осуществления движения должна быть сформирована двигательная программа. Двигательную или центральную программу рассматривают как заготовленный набор базовых двигательных команд, а также набор готовых корректирующих подпрограмм, обеспечивающих реализацию движения с учётом текущих афферентных сигналов и информации, поступающей от других частей ЦНС.

**Динамика движений верхних конечностей.** Тело человека представляет собой сложную биомеханическую систему, элементы которой могут испытывать значительные ускорения.

При анализе динамики верхних конечностей необходимо учитывать массы, положения центров масс звеньев а также моменты инерции звеньев. Некоторые из этих параметров трудно измерить, однако, зная вес и рост испытуемого, некоторые параметры можно определить из антропометрических таблиц [1].

При построении расчетных схем для создания моделей динамики движений тела человека актуальным является определение масс-инерционных характеристик (МИХ) сегментов тела человека: масс, моментов инерции, координат центров масс отдельных частей (сегментов) тела. Для определения МИХ используют экспериментальный метод и метод вычислений (косвенный), физическое и математическое моделирование. В настоящее время часто используется

геометрическое моделирование, которое обеспечивает, на основе стандартных антропометрических измерений, минимизацию систематических ошибок для МИХ отдельных сегментов за счет введения индивидуальных коэффициентов квазиплотности сегментов [1].

Для определения МИХ совместно с геометрическим моделированием использовалось уравнение регрессии (2).

$$Y = B_0 + B_1X_1 + B_2X_2, \quad (2)$$

где  $Y$  - МИХ сегмента,  $X_1$  - вес,  $X_2$  - длина тела,  $B_0, B_1, B_2$  - значение коэффициентов регрессии [6].

При проведении экспериментальных исследований нами были определены МИХ характеристики участников экспериментов. Усредненные показатели МИХ для десяти испытуемых приведены в таблице 1.

**Таблица 1**

Масс-инерционные характеристики:  $X_1 = 83,57$  кг, СКО = 11,41 кг; и роста  $X_2 = 178,5$  см, СКО = 4,31 см

Сегмент	М, кг	ЦМ, см	И <sub>со</sub> , гсм <sup>2</sup>	И <sub>фо</sub> , гсм <sup>2</sup>	И <sub>по</sub> , гсм <sup>2</sup>
Предплечье	1,146	14,45	76,082	68,868	15,524
Плечо	2,413	13,82	149,561	135,170	46,188
Кисть	0,497	12,17	15,413	10,096	6.302

*Примечания. М – масса сегмента, ЦМ – положения центра масс, И<sub>со</sub> – моменты инерции относительно сагиттальной оси, И<sub>фо</sub> – моменты инерции относительно фронтальной оси, И<sub>по</sub> – моменты инерции относительно продольной оси.*

Если не учитывать движение кисти, то механическая модель руки может быть представлена двумя звеньями: плечо и предплечье. Для каждого звена центр масс и момент инерция сконцентрированы в точках, показанных на рис. 1.

Уравнение движения системы может быть получено с помощью уравнений Лагранжа. Если  $T$  является полной кинетической энергией системы, а  $U$  - полной потенциальной энергией системы, тогда лагранжиан равен  $L = T - U$ . Если  $Q_i$  является обобщенной силой, соответствующей  $q_i$ , тогда можно получить уравнение динамики в виде следующего лагранжиана:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (3)$$

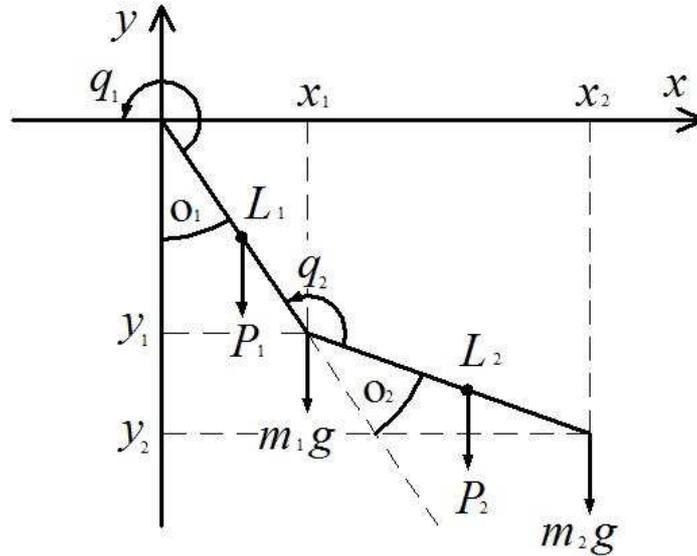


Рис. 1. Эквивалентная механическая схема верхней конечности:  $L_1, L_2$  – длина;  $P_1, P_2$  – вес;  $m_1, m_2$  – масса;  $q_1, q_2$  – обобщенная координата;  $\theta_1, \theta_2$  – углы поворота плеча и предплечья соответственно [8]

Предлагаемая модель верхней конечности может быть описана и с помощью уравнения движения следующим образом [4]:

$$\mathbf{H}(q)\ddot{q} + \mathbf{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \mathbf{G}(q) = \mathbf{B}(q)u, \quad (4)$$

где  $\mathbf{H}$  – матрица инерций;  $\mathbf{C}$  – матрица, определяющая вектор центробежных сил и сил Кориолиса,  $\mathbf{G}$  – вектор статических сил/моментов, действующих на манипулятор;  $\mathbf{B}$  – матрица, линейно отображающая входной вектор управляющих воздействий  $u$  в обобщенных силах.

Модель (4) позволяет исследовать кинематические параметры движения руки человека при воздействии сил и моментов, развиваемых мышцами.

**Моделирование движения верхней конечности.** На этапе моделирования решались следующие задачи – идентификация математической модели и проверка адекватности полученной модели ее биологическому аналогу. Анализ параметров движения локтя проводился с учетом кинематических (система отсчета, траектория движения, угловая скорость, угловое ускорение) и динамических (масса, инерция, момент и сила, развиваемая мышцами) особенностей движения руки.

Моделирование проводилось в среде Simulink системы Matlab, с использованием пакета SimMechanicsToolbox. Кинематическая модель представлена совокупностью подвижных

звеньев и их сопряжений в виде двухзвенного механизма (рис. 1). Настройка блоков модели выполнялась с учетом антропометрических параметров участника эксперимента [1].

На первом этапе исследований на входы модели подавались угловые перемещения, скорость, ускорение, полученные с помощью датчиков при выполнении участником эксперимента перемещения локтя (рис. 2а). На выходе модели рассчитывался необходимый момент (рис. 2б) для совершения такого движения.

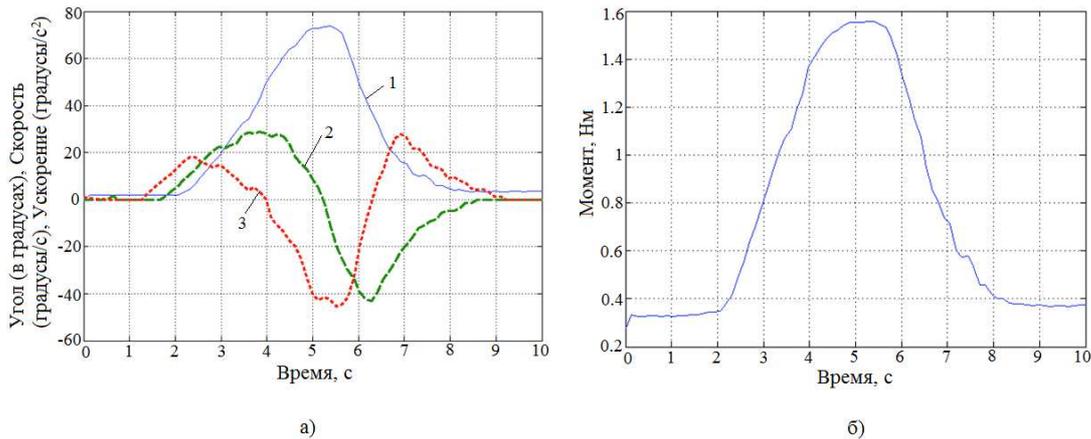


Рис. 2. Входные сигналы и расчетный момент, обеспечивающий заданные параметры движения: а) 1 – угловое перемещение, 2 – скорость, 3 – ускорение; б) расчетный момент в локтевом суставе

Для проверки адекватности модели необходимо решить прямую задачу динамики, т.е. подать на вход модели вращающий момент, а на выходе получить угол поворота локтевого сустава, его скорость и ускорение, а затем сравнить с экспериментальными данными, полученными с помощью пассивного экзоскелета [2].

Анализ результатов моделирования показал, что использованная модель (4) не учитывает демпфирование и жесткость (податливость), присутствующие в костно-мышечной системе, осуществляющей движение локтя. Одна из моделей, которая учитывает такие свойства мышц, это модель Хилла [8].

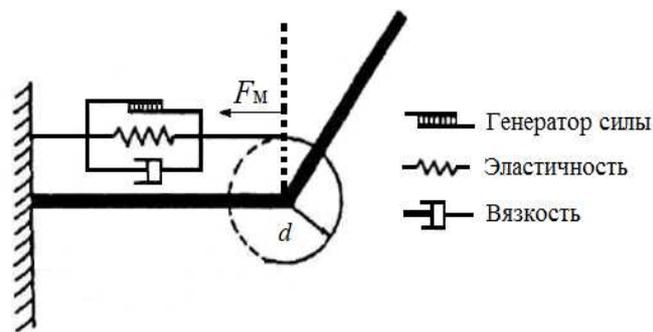


Рис. 3. Эквивалентная схема верхней конечности:

$F_m$  - сила, развиваемая мышцами;  $d$  - расстояние от локтя до точки крепления  
мышцы

Скорректируем математическую модель (4), добавив в нее эластичность и вязкость мышц. Эквивалентная схема с учетом эластичности и вязкости приведена на рис. 3.

С учетом модели Хилла динамику движения локтя можно описать следующим уравнением

$$\tau_2(t) = I\ddot{\theta}_2 + B\dot{\theta}_2 + K\theta_2 + m_2gl_2\cos\theta_2 \quad (5)$$

Значение инерционности  $I$  определяется по антропометрическим таблицам [1]. Чтобы определить  $B$  и  $K$  для каждого испытуемого, были решены задачи идентификации параметров модели.

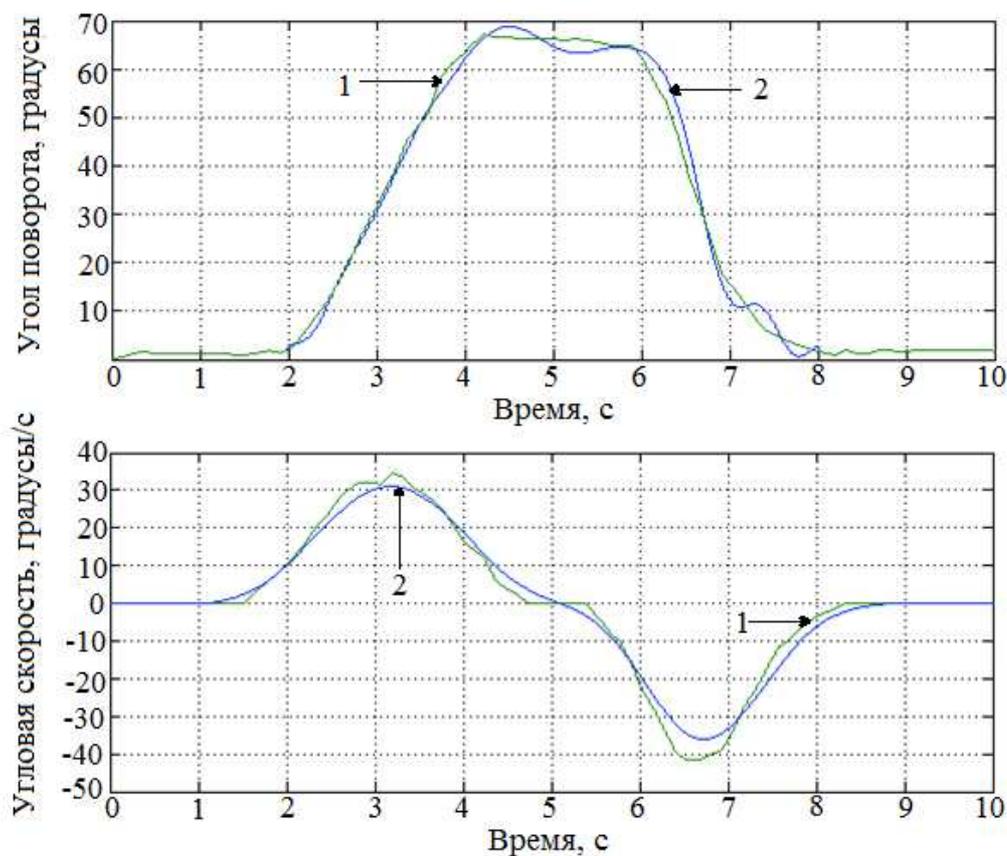
В таблице 2 приведены значения коэффициентов  $B$  и  $K$ , а также среднеарифметическое значение (error), среднеквадратическое отклонение (СКО) разницы рассчитанного угла поворота локтя по модели (5) и угла поворота, определенного гироскопом.

**Таблица 2**

Средняя арифметическая ошибка и стандартное отклонение угла поворота при идентификации параметров  $B$  и  $K$

Испытуемый	И1	И2	И3	И4	И5
$B$ (Нмс/рад)	0.0448	0.0509	0.0589	0.0342	0.0968
$K$ (Нм/рад)	0.0042	0.0040	0.0041	0.0066	0.0084
error/СКО (градусы)	1,6921/ 0.3943	1,711/ 0.4289	1,827/ 0.4012	1.657/ 0.3789	1.853/ 0.3634

В эксперименте принимали участие 5 человек, которые совершали каждый по 10 движений локтем (сгибание – разгибание локтя) в диапазоне 0-120° с разными скоростями. Для оценки соответствия математической модели реальной «приводной системе» человека было проведено сравнение фазовых координат модели – угол поворота и скорость перемещения со значениями, полученными в эксперименте.



*Рис. 4. Результаты моделирование движения локтя: 1) угловое перемещение и скорость, измеренные гироскопом; 2) угловое перемещение и скорость, полученные моделированием*

На рис. 4 приведены результаты моделирования и натурального эксперимента для испытуемого И2 со следующими антропометрическими данными: возраст 24 года, рост 172 см, вес 73 кг, длина плеча 31 см, длина предплечья и кисть 35 см. Ошибки по углу, скорости составили 2,09; 4,278 процентов соответственно.

Такие ошибки для модели движения биологической системы можно считать допустимыми, следовательно разработанную модель возможно использовать при проектировании исполнительных приводных систем, эквивалентных руке человека.

### Список литературы

1. Бегун П.И. Биомеханика / П.И. Бегун, Ю.А. Шукейло. – СПб. : Политехника, 2000. – 462 с.
2. Бонилья В.Ф. Влияние кинематических параметров движения локтя на электромиографический сигнал двуглавой мышцы плеча / Бонилья В.Ф., Лукьянов Е.А., Литвин А.В., Деплов Д.А. // Вестник ДГТУ. - 2014. - № 4. – С. 48-67.

3. Быков В.Л. Цитология и общая гистология (функциональная морфология клеток и тканей человека). - СПб. : СОТИС, 1998. – 520 с.
4. Дыда А.А. Робастное управление исполнительными приводами манипуляционного робота / А.А. Дыда, Д.А. Оськин, Е.Б. Осокина // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 6. - URL: [www.science-education.ru/120-16785](http://www.science-education.ru/120-16785) (дата обращения: 04.04.2015).
5. Основы психофизиологии : учебник / отв. ред. Ю.И. Александров. - М. : ИНФРА-М, 1997.
6. Рангайян Р.М. Анализ биомедицинских сигналов. Практический подход. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 440 с.
7. Konrad P. The ABC of EMG A Practical Introduction to Kinesiological Electromyography. - Version 1.4, March 2006. - Noraxon INC [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.noraxon.com/docs/education/abc-of-emg.pdf> (дата обращения: 04.04.2015).
8. Olaya Ruíz, Andrés Felipe . Sistema Robótico Multimodal para Análisis y Estudios en Biomecánica, Movimiento Humano y Control Neuromotor / Olaya Ruíz, Andrés Felipe [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://e-archivo.uc3m.es/handle/10016/5636&hash=7aa271fe21afc647836d067f8ea64436> (дата обращения: 04.04.2015).

**Рецензент:**

Омельченко В.П., д.б.н., профессор, зав. кафедрой «Медицинская и биологическая физика», ГБОУ ВПО «Ростовский государственный медицинский университет» Минздрава РФ, г. Ростов-на-Дону;

Димитров В.П., д.т.н., профессор, зав. кафедрой «Управление качеством», Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону.