

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧ И СИСТЕМ ЗАЗЕМЛЕНИЯ

Нестеров Р.Е.¹, Канев Ф.Ю.¹, Макенова Н.А.¹

¹Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Томск, Россия, (634050, г. Томск, пр. Ленина 30), e-mail: makenova@tpu.ru

В статье рассматривается построение математической модели линии электропередач, позволяющей получить распределение токов и напряжений в линии в установившемся и переходном режимах. При этом особое внимание уделяется вычислению взаимных емкостей проводов, определяющих утечки энергии между проводниками и землей. Также приводится модель, позволяющая вычислить напряженность и потенциал электростатического и магнитного полей, генерируемых протекающими токами. Еще одной моделью, проводимой в статье, является математическая модель стержневого заземлителя, с помощью которой находятся токи, стекающие в грунт и вычисляется шаговое напряжение. Для всех указанных моделей описывается их программная реализация и отмечается возможность использования полученных приложений в учебном процессе.

Ключевые слова: линия электропередач, стержневой заземлитель, электростатическое поле линии, магнитное поле линии

MATHEMATICAL SIMULATION OF TRANSMISSION LINES AND GROUNDING SYSTEMS

Nesterov R.E.¹, Kanev F.Y.¹, Makenova N.A.¹

¹National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russia, (634050, Tomsk, Lenin Ave., 30), e-mail: makenova@tpu.ru

Mathematical model of a transmission line is described in the paper allowing one to obtain distribution of currents and voltages in wires in steady-state and transient mode of line operation. Special attention is devoted to calculation of mutual capacitances of wires through which leakage currents flow between wires and from wires to the earth. The technique of electrostatic and magnetic field calculation generated by currents running in wires is also presented. In both cases the pictures of the field was formed as a set of equipotential and force lines. One more model described in the paper is the model of grounding rod. This model allows one to calculate currents flowing from the rod into ground as well as to calculate the step voltage. Methods of numerical models realization are also presented and possibility to use computer application as a set of laboratory exercises for students studying the course of electrical engineering is demonstrated.

Keywords: transmission line, grounding rod, electrostatic field of transmission line, magnetic field of transmission line

С целью повышения эффективности передачи энергии и увеличения надежности срабатывания релейных защит необходимым является расчет распределения токов и напряжений в линиях электропередач в переходном и установившемся режимах и вычисление электростатического и магнитного полей линии. Нужно отметить, что вычисление параметров линии в установившемся режиме возможно на основе аналитических методов, в то время как выполнение анализа переходных процессов целесообразно с использованием численных алгоритмов [1, 5].

Для проведения исследований по данной тематике была написана серия компьютерных приложений, в одном из которых проводится моделирование линии в установившемся режиме, второе позволяет рассчитывать переходные процессы. В обоих случаях предусмотрена возможность варьировать параметры линии и нагрузки, задавать

напряжение или ток на входе. В результате вычислений установившегося режима пользователь получает наглядное представление о распределении токов, напряжений и мощности в линиях с потерями и без потерь. В переходном режиме определяется изменение формы импульса при его распространении в линии.

Еще две программы из разработанного набора приложений предназначены для моделирования электростатического и магнитного полей, генерируемых протекающими в проводах токами [2]. В результате работы приложений на экран выводится картина поля, сформированная линиями равного потенциала и силовыми линиями. Также программы позволяют вычислить напряженность поля и его потенциал в любой точке пространства, окружающего линию.

В настоящее время проблемам техники безопасности уделяется все большее внимание. Для защиты жилых построек предусматриваются молниеотводы, представляющие собой молниеприемник (металлический стержень), токоотводящий шнур и заземлитель [3]. Заземлитель может быть простым металлическим стержнем (чаще всего стальным) или сложным комплексом элементов специальной формы. Для заземления электрооборудования в жилых зданиях и сооружениях используют «горизонтальные» и «вертикальные» заземлители, в обоих случаях электроды располагают в грунте на нужной глубине, чтобы они не были повреждены при работе машин. Глубинные вертикальные электроды наиболее экономичны, достигают хорошо проводящих слоев грунта [4]. Нами предложена простая и удобная в использовании программа численного моделирования стержневого заземлителя для бытовых и промышленных нужд. Программа написана на языке Visual C++ и построена как однодокументное приложение на основе приведенных в статье математических моделей.

Моделирование установившегося и переходного режимов линии электропередач

При расчете переходных процессов в длинных линиях, вызванных прохождением импульсов напряжения и тока, в модели используется частотный (спектральный) метод [5]. При этом спектральную функцию можно определить при помощи прямого преобразования Фурье

$$F(j\omega) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} dt, \quad (1)$$

а функцию времени при помощи обратного преобразования Фурье

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega. \quad (2)$$

Для применения метода необходимо задать нулевые начальные условия и использовать абсолютно интегрируемую функцию $f(t)$. В этом случае спектральную

функцию $F(j\omega)$ искомого напряжения или тока можно найти символическим методом, а затем по (2) определить соответствующую функцию времени.

В данной работе в переходном режиме рассматривается прохождение вдоль линии синусоидального импульса от источника напряжения с длительностью τ :

$$U_1(t) = \begin{cases} U_m \cdot \sin \frac{\hat{e} \pi}{\tau} t & \text{и } \delta \text{è } 0 < t < \tau, \\ 0 & \text{и } \delta \text{è } t > \tau, \end{cases} \quad (3)$$

который подключается к однофазной линии в момент времени $t = 0$ (здесь k целое число, выбираемое из интервала от 1 до 10). Для импульса заданного уравнением (3) по соотношению (1) находим спектральную функцию ($\omega_0 = \hat{e} \pi / \tau$):

$$U_1(j\omega) = \underline{U}_1 = \frac{\omega_0 \cdot U_m (1 - e^{-j\omega\tau} \cdot \cos \omega_0 \cdot \tau)}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (4)$$

В результате на основании обратного преобразования Фурье (2) можно определить напряжение и ток в линии как функции координат и времени:

$$\begin{cases} U(x, t) = \frac{2}{\pi_0} \int_0^{\infty} \{ \text{Re} [\underline{U}(x)] \} \cos \omega t d\omega \\ i(x, t) = \frac{2}{\pi_0} \int_0^{\infty} \{ \text{Re} [\underline{I}(x)] \} \cos \omega t d\omega \end{cases} \quad (5)$$

Если зафиксировать координату x от 0 до l (l – длина линии), то по формулам (3 ÷ 5) вычисляется изменение во времени тока и напряжения в данной точке линии. При этом учитывается возможное многократное прохождение волн вдоль линии и их отражение от нагрузки и начала линии.

На основе рассмотренной вычислительной схемы была написана программа, моделирующая распространение импульса в линии, входными данными для которой являются первичные параметры линии и параметры нагрузки. Пользователю также предоставляется возможность задать параметры импульса: амплитуду напряжения и число полувольт, формирующих импульс. Результаты вычислений приводятся на рис. 1, где представлено изменение формы импульса напряжения при распространении в линии при наличии искажений. Подобные результаты возможно получить и для линии без искажений и для линии без потерь. Сравнение данных позволяет сделать выводы о влиянии характеристик линии на процесс распространения импульсов.

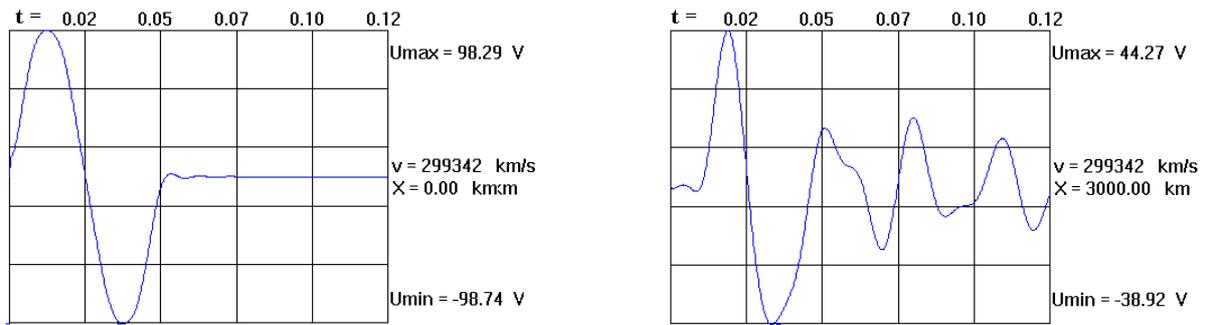


Рис. 1. Распространение импульса в линии

Моделирование электростатического и магнитного полей линии

Еще одной важной задачей, возникающей при проектировании линий электропередач, является вычисление напряженности электрического и магнитного полей, возникающих при протекании токов в линии. Математическая модель была разработана на основе уравнений Максвелла, а также с использованием методов зеркальных изображений и наложения [1, 2]. Все программные модули были оформлены как лабораторные работы, предназначенные для использования в учебном процессе или выполнения студенческих исследовательских работ. Полный пакет включал три программы. С использованием одной из них возможно определить распределение скалярного потенциала магнитного поля линии и по полученному распределению построить силовые линии, рассчитать индуктивности проводов и силы, действующие на них.

Следующая программа, входящая в пакет моделирует электростатическое поле линии электропередач. С ее использованием строятся линии равного потенциала, по которым, для получения полной картины поля, достраиваются линии напряженности.

Еще одна модель предназначена для проведения исследования зависимости между зарядами (токами) и потенциалами системы проводящих тел, расчета потенциальных и емкостных коэффициентов, частичных емкостей определения зависимости частичных емкостей от геометрии системы. Геометрия решаемой задачи иллюстрируется на рис. 2.

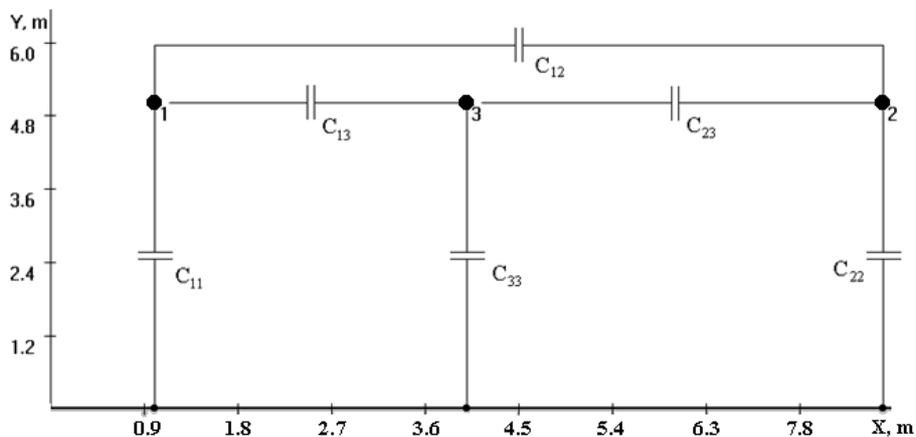


Рис. 2. Геометрия линии электропередач при наличии взаимных емкостей проводов

Исследования, проведенные с использованием данной модели, позволили сделать следующие выводы:

1. Собственные частичные емкости проводов зависят от расстояния между проводом и “землей”. С увеличением расстояния до “земли” емкости уменьшаются по экспоненциальному закону.
2. Взаимные частичные емкости проводов зависят не только от расстояния между проводами, но и от геометрии линии. В частности, на значительном удалении от поверхности “земли” минимум взаимной емкости между проводами 1 и 2 достигается, когда третий провод расположен на линии, соединяющей провода 1 и 2. Если система трех проводов расположена на малом расстоянии от “земли”, симметрия задачи нарушается и минимум смещается в направлении от поверхности “земли”.

Таким образом, методы компьютерного моделирования позволяют достаточно полно описать многопроводную линию, получить значительный объем информации об электромагнитном поле, наведенном токами, протекающими в проводах. Кроме этого приложения удобны для использования, с их помощью возможно наглядное представление электростатического и магнитного полей.

Построение модели стержневого заземлителя

Для расчета электрического поля сферического заземлителя диаметром d и с током I_0 , расположенного на глубине h , возможно использовать метод зеркальных изображений и наложения [3]. На месте зеркального изображения помещается электрод с тем же током I_0 (схематически изображение заземлителя показано на рис. 3), где $r_1 = \sqrt{r^2 + (h - Z)^2}$ и $r_2 = \sqrt{r^2 + (h + Z)^2}$, причем $0 < r < \infty$ и $-\infty < Z \leq 0$. Плотность тока в земле от уединенного шара без учета влияния поверхности земли будет равна при $r_1 > d/2$.

$$\delta_1 = \frac{I_0}{4\pi r_1^2}. \quad (6)$$

тогда согласно закону Ома напряженность электрического поля составит

$$E_1 = \frac{\delta_1}{\gamma} = \frac{I_0}{4\pi\gamma r_1^2}, \quad (7)$$

и потенциал

$$\varphi_1 = -\int E_1 dr_1 + C_1 = \frac{I_0}{4\pi\gamma r_1} + C_1. \quad (8)$$

где γ – удельная проводимость среды, зависящая от физических свойств проводящего материала и температуры. При условии, что $\varphi_1 = 0$ при $r_1 \rightarrow \infty$, $C_1 = 0$.

Плотность тока, напряженность и потенциал от изображения заземлителя находятся как

$$\delta_2 = \frac{I_0}{4\pi r_2^2}; \quad E_2 = \frac{I_0}{4\pi\gamma r_2^2}; \quad \varphi_2 = \frac{I_0}{4\pi\gamma r_2} \quad (9)$$

Результирующее поле с учетом влияния поверхности земли будет характеризоваться геометрической суммой векторов напряженности \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_2 , а также суммой потенциалов от каждого из шаров в отдельности

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{I_0}{4\pi\gamma} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right). \quad (10)$$

Все приведенные выше формулы описывали сферический заземлитель [4], тогда как интерес представляет вычисление поля стержня. Для выполнения подобных расчетов стержневой заземлитель можно представить в виде совокупности сферических заземлителей (рис. 4), с каждого из которых стекает ток

$$dI = I_0 \left(1 - \frac{Z_0}{l} \right) \frac{dZ_0}{l}, \quad (11)$$

тогда в некоторой точке N можем записать следующее выражение:

$$d\varphi = \frac{dI}{4\pi\gamma} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right), \quad (12)$$

из которого потенциал определяется как:

$$\varphi = \int_0^l d\varphi = \frac{I_0}{4\pi\gamma_0} \int_0^l \left(1 - \frac{Z_0}{l} \right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) dZ_0, \quad (13)$$

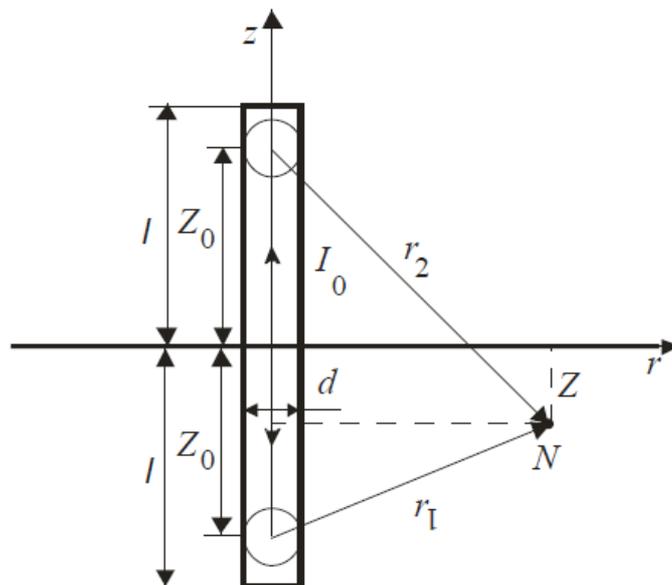


Рис. 3. Стержневой заземлитель как набор сферических заземлителей, где $0 < Z_0 < l$

На основе приведенного выше математического аппарата была построена программа расчета электростатического поля стержневого заземлителя, которая позволяет определить при заданных значениях проводимости грунта γ , токе заземлителя I_0 , его длине l и диаметре d сопротивление заземлителя R_3 и распределение потенциала в грунте, также возможным является расчет потенциал на поверхности земли и шагового напряжения. В качестве примера было вычислено распределение напряжения на поверхности для стержня длиной 3 м и диаметром 0,2 м при токе $I_0 = 20$ А (рис. 4). Полученные результаты показали, что значение потенциала уменьшается с увеличением расстояния до стержня и также зависит от диаметра и сопротивления заземлителя.

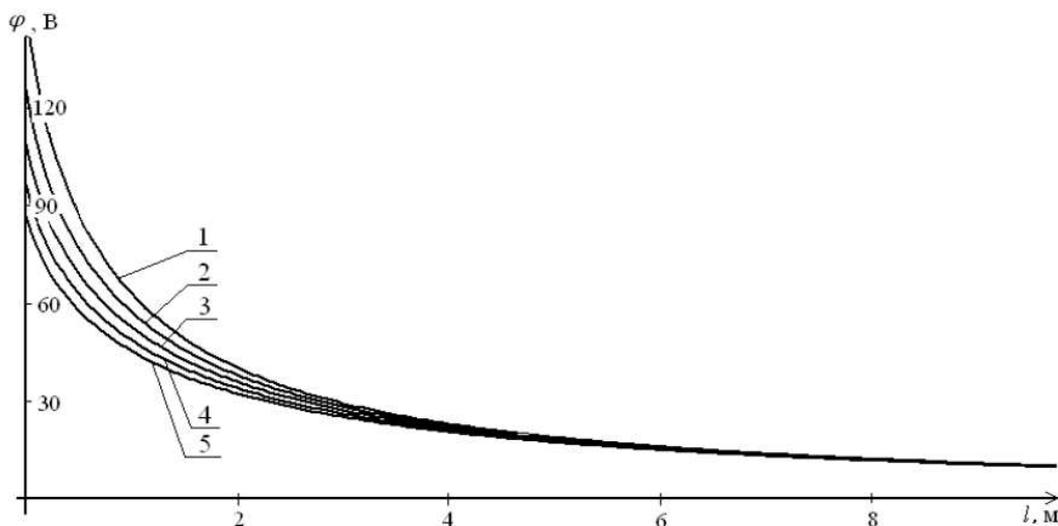


Рис. 4. Изменение напряжения на поверхности земли при увеличении диаметра стержня ($l = 3$ м, $I_0 = 20$ А). Диаметр стержня/сопротивление, м/Ом: 1) 0,2/16,4; 2) 0,4/13,5; 3) 0,6/11,5; 4) 0,8/10,0; 5) 1,0/9,0

Закключение

В статье описана модель линии электропередач, работающей в переходном и установившемся режимах, модель электростатического и магнитного полей, генерируемых токами в линии, а также модель стержневого заземлителя. С использованием моделей показано, что

1. Собственные частичные емкости проводов зависят от расстояния между проводом и “землей”. С увеличением расстояния до “земли” емкости уменьшаются по экспоненциальному закону.
2. Взаимные частичные емкости проводов зависят не только от расстояния между проводами, но и от геометрии линии.
3. С увеличением длины стержня заземлителя или его диаметра наблюдается уменьшение напряжение на поверхности земли и шагового напряжения. Шаговое напряжение возрастает при увеличении тока стекающего в заземлителя.

Список литературы

1. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле. – М.: Высшая школа, 1978. – 231 с.
2. Носов Г.В., Канев Ф.Ю. Основы электротехники. – Томск: Изд-во ТПУ, 2010. – 144 с.
3. Пособие к «Инструкции по устройству молниезащиты зданий и сооружений». – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 18 с.
4. Ристхейн Э. Введение в энерготехнику. – Таллин: Elektriajam, 2008. – 213 с.
5. Теоретические основы электротехники. Том II. Нелинейные цепи и основы электромагнитного поля / Под ред. П. А. Ионкина. – М.: Высшая школа, 1976. – 383 с.

Рецензенты:

Курец В.И., д.т.н., профессор кафедры ЭСиЭ ЭНИН НИ ТПУ, Национальный исследовательский университет, г. Томск;

Исаев Ю.Н., д.ф.-м.н., профессор кафедры ЭСиЭ ЭНИН НИ ТПУ, Национальный исследовательский университет, г. Томск.