УДК 656:51-7

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ ПО ТИПОВЫМ ТРЕУГОЛЬНЫМ КОРРЕЛЯЦИОННЫМ ФУНКЦИЯМ

[1]Гарькина И.А., [1]Данилов А.М., [1]Сухов Я.И.

[1]ФГБОУ ВПО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», Пенза, Россия (440028, Пенза, ул. Германа Титова, 28), e-mail: fmatem@pguas.ru

Предлагается алгоритм решения уравнения идентификации в частотной области по типовым треугольным корреляционным функциям с использованием синхронных измерений фазовых координат в процессе нормального функционирования эргатической системы. Актуальность работы определяется необходимостью построения когнитивной модели управляющих воздействий оператора как непрерывных сигналов управления, потока импульсов различных длительности и амплитуды, серии выбросов и т.д. Различные представления управляющих воздействий в дальнейшем используются при определении подходов к обеспечению требований к имитационным характеристикам тренажерных комплексов для подготовки операторов эргатических систем. В силу непреодолимых затруднений в определении динамических характеристик оператора и объекта в отдельности предполагается использование при решении уравнения идентификации итеративного способа. Алгоритм отличается большой простотой и использовался при имитационном моделировании продольного движения.

Ключевые слова: эргатические системы, уравнение идентификации в частотной области, алгоритм решения, треугольные корреляционные функции, когнитивное моделирование управляющих воздействий

ALGORITHM FOR SOLUTION EQUATION OF THE IDENTIFICATION IN THE FREQUENCY DOMAIN ON A STANDARD TRIANGULAR CORRELATION FUNCTION

[1]Garkina I.A., [1]Danilov A.M., [1]Sukhov Y.I.

[1]Penza state university of architecture and construction (Russia, 440028, Penza, Titov str., 28), e-mail: fmatem@pguas.ru

Is given an algorithm for solution equation of the identification in the frequency domain on basing standard triangular correlation function using simultaneous measurements of phase coordinates during normal operation ergatic system. Relevance of the work is determined by the need to build a cognitive model of the operator control actions as the continuous control signal, the flow pulses of different duration and amplitude, a series of emissions, etc. Different representations of the control actions are then used in determining approaches to simulation requirements to the simulation performance for training operators of ergatic systems. Due to insurmountable difficulties in determining the dynamic characteristics of the operator and the object alone is supposed to use when solving an iterative identification method. The algorithm is characterized by great simplicity and was used in the simulation of longitudinal motion (the development of flight simulators of transport aircraft).

Keywords: ergatic system, equation of the identification in the frequency domain, algorithm of solving, triangular correlation function, cognitive modeling of control actions

Одной из наиболее актуальных задач имитационного моделирования эргатических систем является определение передаточных функций объекта и оператора. Однако возможность решения этой задачи ограничивается действием в целостной системе организмического принципа (исключается возможность непосредственной параметрической идентификации; возможно лишь последовательное уточнение параметров итеративным методом). При работах по созданию тренажных и обучающих комплексов для подготовки операторов различных транспортных систем [1,6,7] выяснилось, что эффективным способом решения задач параметрической идентификации является использование инженерных методов аппроксимации корреляционных функций (позволяют определить приближенные аналитические выражения спектральной плотности). Здесь корреляционная функция представляется в виде кусочно-линейной функции (алгебраическая сумма типовых треугольных корреляционных функций). Каждая типовая корреляционная функция определяется двумя параметрами - $R_0 = R(0)$ и T_0. Имеем:

$$R_0(\tau) = \begin{cases} R_0\left(1 - \dfrac{\tau}{T_0}\right), 0 \le \tau \le T_0 \\ \quad 0, \qquad \tau \ge T_0. \end{cases}$$

Отметим, $R_0(-\tau) = R_0(\tau)$. Каждой типовой треугольной корреляционной функции $R_0(\tau)$ соответствует спектральная плотность

$$S_0(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_0(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = R_0 T_0 \left(\frac{\sin\dfrac{\omega T_0}{2}}{\dfrac{\omega T_0}{2}} \right)^2.$$

Введя $\xi(\lambda) = \left(\dfrac{\sin\dfrac{\lambda}{2}}{\dfrac{\lambda}{2}} \right)^2$, получим $S_0(\omega) = R_0 T_0 \xi(\omega T_0)$.

Если $R_{xx}(\tau)$ с достаточной степенью точности аппроксимируется алгебраической суммой n типовых треугольных корреляционных функций $R_{xx}(\tau) = \sum_{i=1}^{n} R_{0i}(\tau)$, то:

$$S_{xx}(\omega) \approx \sum_{i=1}^{n} R_{0i} T_{0i} \left(\frac{\sin\dfrac{\omega T_{0i}}{2}}{\dfrac{\omega T_{0i}}{2}} \right)^2 = \sum_{i=1}^{n} R_{0i} T_{0i} \xi(\omega T_{0i}).$$

Точность определения спектральной плотности тем выше, чем меньше расхождение между корреляционными функциями: действительной и результирующей аппроксимированной. При этом несоответствие в значениях функции для малых τ будет преимущественно вызывать отклонение в значениях спектральной плотности при больших ω.

Взаимная спектральная плотность $S_{xy}(\omega)$ в общем случае является комплексной величиной:

$$S_{xy}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) \cos\omega\tau d\tau - j \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) \sin\omega\tau d\tau = P_{xy}(\omega) + jQ_{xy}(\omega);$$

$$P_{xy}(\omega) = \int_{0}^{\infty} \left(R_{xy}(-\tau) + R_{xy}(\tau)\right) \cos\omega\tau d\tau, \; Q_{xy}(\omega) = \int_{0}^{\infty} \left(R_{xy}(-\tau) - R_{xy}(\tau)\right) \sin\omega\tau d\tau$$

($P_{xy}(\omega)$- четная функция, а $Q_{xy}(\omega)$ - нечетная).

Введя $R_+(\tau)=\frac{1}{2}\left(R_{xy}(-\tau)+R_{xy}(\tau)\right),\ R_-(\tau)=\frac{1}{2}\left(R_{xy}(-\tau)-R_{xy}(\tau)\right)$

($R_+(\tau)=R_+(-\tau),\ R_-(\tau)=-R_-(-\tau),\ R_+(0)=R_{xy}(0),\ R_-(0)=0,\ R_{xy}(-\tau)=R_{yx}(\tau)$),

получим

$$P_{xy}(\omega)=2\int_0^\infty R_+(\tau)\cos\omega\tau d\tau\,,\quad Q_{xy}(\omega)=2\int_0^\infty R_-(\tau)\sin\omega\tau d\tau\,. \tag{1}$$

В силу четности $R_+(\tau)$ ее можно рассматривать как некоторую корреляционную функцию. Сравнивая далее выражение (1) для $P_{xy}(\omega)$ с формулой

$$S_{xx}(\omega)=2\int_0^\infty R_{xx}(\tau)\cos\omega\tau d\tau\,,$$

видим, что они по форме совпадают. Следовательно, для вычисления $P_{xy}(\omega)$ по $R_{xy}(\tau)$ можно воспользоваться одним из методов приближенного вычисления спектральной плотности, которые рассмотрели ранее.

Рассмотрим методы приближенного вычисления мнимой части взаимной спектральной плотности (аппроксимация корреляционной функции $R_-(\tau)$ типовыми корреляционными функциями): метод типовых треугольных и метод типовых экспоненциальных корреляционных функций.

Сначала рассмотрим метод типовых треугольных корреляционных функций. Наиболее удобно и просто $R_-(\tau)$ аппроксимировать кусочно-линейной функцией. Тогда в качестве типовых корреляционных функций могут быть взяты треугольные корреляционные функции. При этом функция $R_-(\tau)$ приближенно представляется в виде алгебраической суммы какого-либо числа типовых треугольных корреляционных функций. Мнимая часть $Q_{xy}(\omega)$ взаимной спектральной плотности будет также приближенно представляться в виде алгебраической суммы функций от ω, соответствующих типовым треугольным функциям.

Если, как и ранее типовую треугольную функцию обозначить $R_0(\tau)$, то:

$$R_0(\tau)=\begin{cases} R_0\left(1-\dfrac{\tau}{T_0}\right), & 0\le\tau\le T_0 \\ 0, & \tau\ge T_0 \end{cases}$$

введя функцию $Q_0(\omega)$, определяемую формулой, аналогичной (1), получим:

$$Q_0(\omega)=2\int_0^\infty R_0(\tau)\sin\omega\tau d\tau=2R_0T_0\frac{\omega T_0-\sin\omega T_0}{(\omega T_0)^2}=R_0T_0h(\omega T_0)\,,\ h(\lambda)=2\frac{\lambda-\sin\lambda}{\lambda^2}\ .$$

Если $R_-(\tau)=\sum_{i=1}^{n}R_{0i}(\tau)$, то

$$Q_{xy}(\omega)=\sum_{i=1}^{n}Q_{0i}(\omega)=2\sum_{i=1}^{n}R_{0i}T_{0i}\frac{\omega T_{0i}-\sin\omega T_{0i}}{(\omega T_{0i})^2}=R_{0i}T_{0i}h(\omega T_{0i}).$$

Метод экспоненциальных корреляционных функций аналогичен методу типовых экспоненциальных корреляционных функций, использованному для аппроксимации корреляционных функций. Для положительных τ функция $R_{\_}(\tau)$ представляется в виде суммы типовых экспоненциальных корреляционных функций

$$R_{\_}(\tau)\approx\sum_{k=1}^{n}A_k e^{-kc|\tau|}=\sum_{k=1}^{n}A_k e^{-kc\tau},$$

где A_k – некоторые коэффициенты, $c>0$; k,n – целые числа.

Заметим, так как $R_{\_}(0)=0$, то $\sum_{k=1}^{n}A_k\approx 0$. Все формулы, полученные ранее для вычисления A_k, остаются в силе. Получим:

$$Q_{xy}(\omega)\approx 2\int_0^{\infty}\sum_{k=1}^{n}A_k e^{-kc\tau}\sin\omega\tau d\tau=2\sum_{k=1}^{n}A_k\int_0^{\infty}e^{-kc\tau}\sin\omega\tau d\tau$$

или

$$Q_{xy}(\omega)\approx 2\sum_{k=1}^{n}A_k\frac{\omega}{c^2k^2+\omega^2}.$$

В силу того, что полученная таким образом $Q_{xy}(\omega)$ есть нечетная функция, то эта формула пригодна для вычисления $Q_{xy}(\omega)$ при $\omega<0$.

Таким образом, алгоритм решения уравнения идентификации в частотной области сводится к последовательному выполнению указанных ниже процедур.

1.Вычисление дискретных значений автокорреляционной функции

$$R_{xx}(\mu)=\frac{1}{N-\mu-1}\sum_{\nu=1}^{N-\mu-1}\overset{\circ}{x}_{\nu}\,\overset{\circ}{x}_{\nu+\mu},$$

где интервал реализации T, шаг по времени Δ, интервал корреляции $\tau_{\max}$ связаны соотношениями:

$$\Delta=\frac{T}{N}\le 0{,}1f_{\max};\ T\ge\frac{10}{f_{\min}};\ \tau_{\max}=\mu_{\max}\Delta\le 0{,}2T.$$

2. Построение графика $R_{xx}(\tau)$.

3. Кусочно-линейная аппроксимация графика $R_{xx}(\tau)$.

4. Построение графиков типовых треугольных корреляционных функций; определение $R_{0i}(\tau)$ и T_{0i}.

5. Вычисление

$$S_{xx}(k\omega_1) \approx \sum_{i=1}^{n} R_{0i} T_{0i} \left(\frac{\sin \frac{k\omega_1 T_{0i}}{2}}{\frac{k\omega_1 T_{0i}}{2}} \right)^2, \ \omega_1 = \frac{2\pi f_{\max}}{5} \approx f_{\max}.$$

6. Вычисление дискретных значений взаимной корреляционной функции

$$R_{xy}(\mu) = \frac{1}{N - \mu - 1} \sum_{\nu=1}^{N-\mu-1} \overset{\circ}{x}_{\nu} \overset{\circ}{y}_{\nu+\mu}.$$

7. Вычисление

$$R_{+}(\mu) = \frac{1}{2}\left(R_{xy}(-\mu) + R_{xy}(\mu)\right) = \frac{1}{2}\left(R_{yx}(\mu) + R_{xy}(\mu)\right).$$

8. Построение графика $R_{+}(\tau)$.

9. Кусочно-линейная аппроксимация графика $R_{+}(\tau)$.

10. Построение графиков типовых треугольных корреляционных функций; определение R_{0i}^{+} и T_{0i}^{+}.

11. Вычисление

$$P_{xy}(k\omega_1) = \mathrm{Re}(k\omega_1) = \sum_{i=1}^{n_1} R_{0i}^{+} T_{0i}^{+} \left(\frac{\sin \frac{k\omega_1 T_{oi}^{+}}{2}}{\frac{k\omega_1 T_{0i}^{+}}{2}} \right)^2.$$

12. Вычисление

$$R_{-}(\mu) = \frac{1}{2}\left(R_{xy}(-\mu) - R_{xy}(\mu)\right) = \frac{1}{2}\left(R_{yx}(\mu) - R_{xy}(\mu)\right).$$

13. Построение графика $R_{-}(\mu)$.

14. Кусочно-линейная аппроксимация графика $R_{-}(\mu)$.

15. Построение графиков типовых треугольных корреляционных функций; определение R_{0i}^{-} и T_{0i}^{-}.

16. Вычисление

$$Q_{xy}(k\omega_1) = 2\sum_{i=1}^{n_2} R_{0i}^{-} T_{0i}^{-} \frac{k\omega_1 T_{oi}^{-} - \sin k\omega_1 T_{0i}^{-}}{\left(k\omega_1 T_{0i}^{-}\right)^2}.$$

17. Вычисление вещественной частотной характеристики

$$U(k\omega_1) = \frac{P_{xy}(k\omega_1)}{S_{xx}(k\omega_1)}.$$

18. Вычисление мнимой частотной характеристики

$$V(k\omega_1) = \frac{Q_{xy}(k\omega_1)}{S_{xx}(k\omega_1)}.$$

19. Вычисление амплитудной частотной характеристики

$$A(k\omega_1) = \sqrt{P_{xy}^2(k\omega_1) + Q_{xy}^2(k\omega_1)}.$$

20. Вычисление фазовой частотной характеристики

$$\varphi(k\omega_1) = arctg\,\frac{Q_{xy}(k\omega_1)}{P_{xy}(k\omega_1)}.$$

21. Аппроксимация амплитудной частотной характеристики типовыми звеньями.

22. Построение фазовой характеристики.

Предложенный алгоритм использовался при построении когнитивной модели управляющих воздействий оператора в эргатической системе [2…5].

Список литературы

1. Будылина Е.А., Гарькина И.А., Данилов А.М. Приближенные методы декомпозиции при настройке имитаторов динамических систем / Региональная архитектура и строительство. – 2013. - № 3. – С. 150-156.
2. Будылина Е.А., Гарькина И.А., Данилов А.М., Пылайкин С.А. Аналитическое определение имитационных характеристик тренажных и обучающих комплексов / Фундаментальные исследования. – 2014. - № 6-4. – С. 698-702.
3. Гарькина И.А., Данилов А.М., Нашивочников В.В. Алгоритмы обработки данных нормального функционирования эргатической системы //Современные проблемы науки и образования. – 2015. - № 1; URL:http://www.science-education.ru/121-18139.
4. Данилов А.М., Гарькина И.А., Гарькин И.Н. Спектральные методы при анализе динамических систем // Региональная архитектура и строительство. – 2014. - № 3. – С. 109-113.
5. Данилов А.М., Гарькина И.А., Дулатов Р.Л. Ретроспективная идентификация сложных систем // Региональная архитектура и строительство. – 2015. - № 1(22). – С.130 -136.
6. E. Budylina, A. Danilov. Approximation of aerodynamic coefficients in the flight dynamics simulator / Contemporary Engineering Sciences. – Vol. 8. – 2015, no. 10, 415-420. http://dx.doi.org/10.12988/ces.2015.5256.
7. E. Budylina, A. Danilov, I. Garkina. Control of multiobjective complex systems / Contemporary Engineering Sciences, Vol. 8, 2015, no. 10, 441-445. http://dx.doi.org/10.12988/ces.2015.5276.

Рецензенты:

Родионов Ю.В., д.т.н., профессор, декан автомобильно-дорожного института ПГУАС, заведующий кафедрой «Эксплуатация автомобильного транспорта», г. Пенза;
Логанина В.И., д.т.н., профессор, зав. кафедрой «Управление качеством и технологии строительного производства» Пензенского государственного университета архитектуры и строительства, г. Пенза.