

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ КОНСТРУКЦИИ ПРИ УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ НАГРУЖЕНИЯ

¹Извеков Ю.А., ¹Пузанкова Е.А., ¹Глаголева И.В.

¹ФГБОУ ВПО Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова, Магнитогорск, Россия, (455000, г. Магнитогорск, пр. Ленина, 38), e-mail: majgor076767@mail.ru

Смоделированы и проверены расчетные зависимости, которые учитывают распределение максимальных значений напряжений и содержат параметры случайного процесса. Кроме того, в их состав входят параметры кривой усталости, описывающей закономерность накопления повреждений в конструкции и потерю ее работоспособности при установившемся режиме нагружения. Выполняются все выкладки по определению долговечности системы, если рассматривать распределение амплитуд нагрузки, когда интегральная функция определяется распределением Релея. Долговечность системы можно определить если рассматривать распределение максимальных (экстремальных) значений напряжения в лимитирующем элементе конструкции при действии на него случайного процесса нагружения. В качестве выходного параметра рассматривается нагрузка, действующую на рассматриваемую механическую систему – несущую конструкцию - главную балку металлургического мостового крана. Предельный уровень нагрузки определяется режимом нагружения и отклонениями прочностных характеристик материала элементов конструкций системы.

Ключевые слова: несущая конструкция металлургического мостового крана, накопление повреждений, долговечность, распределение Релея, элемент конструкции, прочностные характеристики, рассеяние прочностных характеристик, действующая нагрузка.

MATHEMATICAL MODELLING OF ACCUMULATION OF DAMAGES OF THE DESIGN AT THE SET LOADING MODE

¹Izvekov Y.A., ¹Puzankova E.A., ¹Glagoleva I.V.

¹Magnitogorsk state technical university of G.I. Nosova, Magnitogorsk, Russia, (455000, Magnitogorsk, Lenin's avenue, 38) e-mail: majgor076767@mail.ru

Settlement dependences which consider distribution of the maximum values of tension are simulated and checked and contain parameters of casual process. Besides, parameters of the curve fatigue describing regularity of accumulation of damages to a design and loss of its working capacity at the set loading mode are their part.

All calculations by definition of durability of system are carried out if to consider distribution of amplitudes load when integrated function is defined by Rayleigh's distribution. The durability of system can be defined if to consider distribution of the maximum (extreme) values of tension in the limiting design element at action on it casual process of loading. As output parameter loading, the considered mechanical system operating on – the bearing design - the main beam of the metallurgical bridge crane is considered. The limit of loading is defined by the mode of loading and rejections of strength characteristics of material of elements of designs of system.

Keywords: the bearing design of the metallurgical bridge crane, accumulation of damages, durability, Rayleigh's distribution, design element, strength characteristics, dispersion of strength characteristics, the operating loading.

Исходя из того, что работоспособность любой механической системы определяется во многом надежностью, то, по-видимому, целесообразно рассмотреть процесс накопления повреждений в главной балке металлургического мостового крана под воздействием случайного режима циклических напряжений, обусловленных важнейшим воздействием сил [2, 8-10].

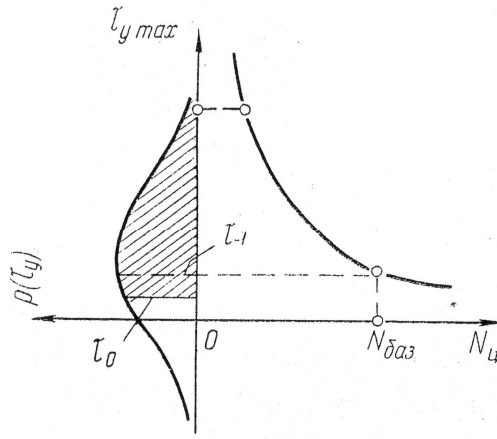


Рис.1. Распределение напряжений и закономерность усталостного накопления повреждения в элементах системы

Принимая внешнее воздействие (нагрузку) в виде узкополосного стационарного гауссовского процесса, определим меру повреждений [1, 2]:

$$k = \int_{\sigma_0}^{\sigma_0^*} \frac{N_c p(\sigma)}{N_{ц}(\sigma)} d(\sigma), \quad (1)$$

где N_c – суммарное число циклов до разрушения конструкции; $p(\sigma)$ – плотность распределения амплитуд напряжений, превышающих заданный (допускаемый) уровень; $N(\sigma)$ – функция, связывающая длительно действующие напряжения с числом циклов до разрушения (накопление повреждений в конструкции) и подчиняющаяся степенной зависимости $N_{ц}(\sigma) = N_{баз} \left(\frac{\sigma-1}{\sigma} \right)^{m_0}$; σ_0 – напряжение, приближенно соответствующее пределу усталости материала элемента конструкции; σ_0^* – допускаемый уровень напряжений.

Накопление повреждений конструкции или ее долговечность определим

$$L_c = \frac{N_c}{\omega_{0ц}}, \quad (2)$$

где $\omega_{0ц}$ – число циклов действующих напряжений в единицу времени (например, в течение суток работы системы).

Подставив в эту формулу выражение для N_c из уравнения (1), в окончательном виде будем иметь

$$L_c = \frac{k}{\omega_{0ц} \int_{\sigma_0}^{\sigma_0^*} \frac{N_c p(\sigma)}{N_{ц}(\sigma)} d(\sigma) (\tau_y)}. \quad (3)$$

Если принять [2] распределение максимумов процесса нагружения, приближенно следующего закону Релея, и ввести выражение для $p(\sigma)$:

$$p(\sigma) = 1 - \exp\left(-\frac{\sigma^2}{2s_\sigma^2}\right), \quad (4)$$

тогда с учетом выражения для функции; $N(\sigma)$ получим [2, 8]:

$$L_c^{(p)} = \frac{kN_{\text{баз}}(\sigma_{-1})^{m_0} s_\sigma^2}{\omega_{0ц} \int_{\sigma_0}^{\sigma_0^*} (\sigma)^{m_0+1} \exp\left(-\frac{\sigma^2}{2s_\sigma^2}\right) d(\sigma)}, \quad (5)$$

где s_σ – среднеквадратическое отклонение напряжений, действующих на конструкцию; $s_\sigma^2 = \int_0^\infty \Phi_\sigma(\omega) d(\omega)$; $\Phi_\sigma(\omega)$ – энергетический спектр напряжений материала элемента конструкции, определяемый из известной спектральной плотности нагрузок на "входе" системы и ее передаточной функции.

Приведем интеграл в формуле (5) к виду [8], выполним подстановку:

$$\frac{\sigma}{s_\sigma} = y, \sigma = y s_\sigma, d(\sigma) = s_\sigma dy,$$

и изменив предел интегрирования, представим его как разность:

$$I_1 = \int_{\frac{\sigma_0}{s_\sigma}}^{\infty} (s_\sigma y)^{m_0+1} s_\sigma e^{-\frac{y^2}{2}} dy - \int_{\frac{\sigma_0^*}{s_\sigma}}^{\infty} (s_\sigma y)^{m_0+1} s_\sigma e^{-\frac{y^2}{2}} dy. \quad (6)$$

$$I_{11} = s_\sigma^{m_0+2} \int_{\frac{\sigma_0}{s_\sigma}}^{\infty} y^{m_0+1} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy = s_\sigma^{m_0+2} \psi(m_0 + 2) P\left[\left(\frac{\sigma_0}{s_\sigma}\right)^2, m_0 + 2\right], \quad (7)$$

где $\psi(m_0 + 2) = 2^{\frac{m_0}{2}} \Gamma\left(\frac{m_0}{2} + 1\right)$.

Также определим второй интеграл в формуле (6):

$$I_{12} = s_\sigma^{m_0+2} \int_{\frac{\sigma_0^*}{s_\sigma}}^{\infty} y^{m_0+1} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy = s_\sigma^{m_0+2} \psi(m_0 + 2) P\left[\left(\frac{\sigma_0^*}{s_\sigma}\right)^2, m_0 + 2\right], \quad (8)$$

Получим расчетную зависимость долговечности конструкции при установившемся режиме нагружения [2-10]:

$$L_c^{(p)} = \frac{kN_{\text{баз}}(\sigma_{-1})^{m_0}}{2^{\frac{m_0}{2}} s_\sigma^{m_0} \Gamma\left(\frac{m_0}{2} + 1\right) \omega_{0ц} \left\{ P\left[\left(\frac{\sigma_0}{s_\sigma}\right)^2, m_0 + 2\right] - P\left[\left(\frac{\sigma_0^*}{s_\sigma}\right)^2, m_0 + 2\right] \right\}}. \quad (9)$$

Расчетная зависимость (9) учитывает распределение максимальных значений напряжений и содержит параметры случайного процесса. Кроме того, в ее состав входят параметры кривой усталости, описывающей закономерность накопления повреждений в конструкции и потерю ее работоспособности при установившемся процессе нагружения.

Аналогично выполняются все выкладки по определению долговечности системы, если рассматривать распределение амплитуд нагрузок, превышающих заданный уровень, следующих закону Пирсона.

Долговечность системы можно определить, если рассматривать распределение максимальных (экстремальных) значений напряжения в элементе конструкции при действии на нее случайного процесса нагружения:

$$p(\sigma) = \exp(-\sigma - e^{-\sigma}). \quad (10)$$

Распределение экстремальных значений позволяет выявить наличие максимума интенсивности напряжений в конструкции в течение рассматриваемого временного интервала, который будет иметь место с определенной вероятностью только один раз. Этот временной интервал, исходя из формулы (3), будет:

$$L_c^{(\text{э})} = \frac{kN_{\text{баз}}\sigma_{-1}^{m_0}}{\omega_{0ц} \int_0^{\infty} \sigma^{m_0} \exp(-\sigma - e^{-\sigma}) d\sigma} \quad (11)$$

Интеграл знаменателя (11) приводится к модифицированной функции Бесселя.

Расчет долговечности системы, исходя из анализа случайного процесса нагружения, предполагает проведение экспериментальных работ для определения параметров зависимости потери работоспособности несущей конструкции мостового металлургического крана или выбор их ориентировочных значений по имеющимся данным.

Список литературы

1. Безопасность России. Правовые, социально-экономические и научно-технические аспекты. Анализ риска и проблем безопасности. В 4-х частях. // Ч.3. Прикладные вопросы анализа рисков критически важных объектов: Научн. руковод. К.В. Фролов. – М.: МГФ «Знание», 2007. – 816 с: ил.
2. Бирюков М. П. Динамика и прогнозирующий расчет механических систем. // «Высшая школа». – Минск, 1980. – 189 с: ил.
3. Извеков Ю. А. Анализ техногенной безопасности кранового хозяйства России. // Современные наукоемкие технологии. – Москва, РАЕ, 2012. – № 12. – С. 18-19.
4. Извеков Ю. А. Риск-анализ оборудования металлургических производств. Подход, концепция, анализ. Монография. – Saarbrücken, Deutschland. LAP Lambert, 2013. – 56 с.

5. Извеков Ю. А. Моделирование прогнозирования риска несущих конструкций кранов металлургического производства. // Актуальные проблемы современной науки, техники и образования. – Магнитогорск, МГТУ, 2012. – № 70, Т. 1. – С. 6-8.
6. Извеков Ю. А. Математическое моделирование оценки упругопластической деформации несущих конструкций механических систем. // Современные тенденции в образовании и науке: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 31 октября 2013: в 26 частях. Часть 15; М-во обр. и науки. – Тамбов: Изд-во ТРОО «Бизнес-Наука-Общество», 2013. – С. 57-58.
7. Извеков Ю. А. Прогнозирование надежности несущих конструкций кранов металлургических производств. Вопросы. Гипотезы. Ответы: Наука XXI века: Коллективная монография. – Краснодар, 2013. Книга 6, часть 3, глава 9. – С. 189-211.
8. Izvekov Y.A., Dubrovsky V.V., Namutskikh E.Y. Mathematical Modeling and Calculation of Accuracy and Durability of Mechanical Systems' Elements. // World Applied Sciences Journal 30 (1): pp. 32-34, 2014.
9. Извеков Ю.А. Вероятностный синтез сложной механической системы. // Молодой ученый. – 2014. - № 4. – С. 179-182.
10. Izvekov Y.A., Kobelkova E.V., Loseva N.A. Numerical calculation of durability and reliability using correlation method. Life Science Journal, 2014. № 11(8s), pp. 272-274.

Рецензенты:

Черчинцев В.Д., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой промышленной экологии и безопасности жизнедеятельности ФГБОУ ВПО Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова; г. Магнитогорск;

Бигеев В.А., д.т.н., профессор, директор института машиностроения, металлургии и металлообработки ФГБОУ ВПО Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова; г. Магнитогорск.