

УДК 330.43

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЯДА ДИНАМИКИ ВЕЛИЧИНЫ ПРОЖИТОЧНОГО МИНИМУМА ПО РЕСПУБЛИКЕ РСО-АЛАНИЯ

Цахоева А.Ф.

Северо-Осетинский государственный университет, Владикавказ, Россия (362025, г. Владикавказ, ул. Ватутина, 46), zakhoeva_a@inbox.ru

В статье приводятся статистические данные о величине прожиточного минимума по республике РСО-Алания для трудоспособного населения, для пенсионеров и детей за I-IV кварталы 2009-2014 годов, а также за I и II кварталы 2015 года. Посторонние математической модели временного ряда осуществляется по показателям двадцати шести последовательных моментов времени. Выявляется структура ряда динамики. Оценка параметров трендовой компоненты осуществляется методом наименьших квадратов. Качество модели оценивается с помощью коэффициента детерминации и средней ошибки аппроксимации. Статистическая значимость регрессионной модели в целом подтверждается с использованием критерия Фишера. Оценка значимости параметров эконометрической модели реализуется посредством критерия Стьюдента. Составляется интервальный и точечный прогноз исследуемого показателя на ближайшие моменты времени. Моделирование ряда динамики осуществляется с использованием табличного процессора Microsoft Excel.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: математическое моделирование, ряд динамики, прожиточный минимум.

THE PROCESS OF MODELING A DYNAMICAL ROW OF THE QUANTITY OF LIVING WAGE OF REPUBLIC NORTH OSSETIA-ALANIA

Tsakhoeva A.F.

North-Ossetian State University, Vladikavkaz, Russia (46 Vatulina St., Vladikavkaz, Russia 362025), zakhoeva_a@inbox.ru

The article gives us some statistical data about the quantity of living wage of RNO-A for employable population, pensioners and children for the I-IV quarters of 2009-2014 years, and also for the I and II quarters of 2015 year. The process of building a mathematical model of temporary row is being implemented according to index of 26 consecutive moments of time. The structure of dynamical row is being revealed. The evaluation of options of trend components is being done by the least square method. The quality of models is being rated by using coefficient of determination and average mistake of approximation. The statistical meaning of regression model is generally being proved by using criteria of Fisher. The evaluation of meaning of options of econometrical model is being done by criteria of Student. Interval and dotted prognosis of exploring index is being compiled for immediate moments of time. Process of modeling a dynamical row is being done by using a table processor of Microsoft Excel.

Keywords: mathematical modeling, dynamical row, living wage.

Прожиточный минимум как минимальный уровень дохода считается необходимым для обеспечения определённого уровня жизни в определённой стране. Величина прожиточного минимума представляет собой стоимостную оценку потребительской корзины, включающей минимальные наборы продуктов питания, непродовольственных товаров и услуг, необходимых для сохранения здоровья человека и обеспечения его жизнедеятельности, а также обязательные платежи и сборы. Показатель прожиточного минимума носит социальный характер и применяется для оценки уровня жизни населения, а также является важным ориентиром при установлении минимального размера оплаты труда.

По Российской Федерации в целом и в субъектах Российской Федерации величина прожиточного минимума определяется ежеквартально на основании потребительской

корзины и данных федерального органа исполнительной власти по статистике об уровне потребительских цен на продукты питания, непродовольственные товары и услуги и расходов по обязательным платежам и сборам. Величина прожиточного минимума на душу населения и по основным социально-демографическим группам населения в целом по Российской Федерации устанавливается Правительством Российской Федерации, в субъектах Российской Федерации — в порядке, установленном законами субъектов Российской Федерации.

В таблице 1 приводятся официально опубликованные на сайте <http://osetstat.gks.ru/> статистические данные о величине прожиточного минимума по республике РСО-Алания для трудоспособного населения, для пенсионеров и детей за I-IV кварталы 2009-2014 годов, а также за I и II кварталы 2015 года.

Таблица 1

Статистические данные величины прожиточного минимума (в руб.) по республике РСО-Алания

годы	квартал	t	трудоспособное население	пенсионеры	дети
2009	1 квартал	1	4156	3182	3765
	2 квартал	2	4281	3299	3911
	3 квартал	3	4221	3240	3831
	4 квартал	4	4165	3204	3784
2010	1 квартал	5	4705	3668	4274
	2 квартал	6	4764	3716	4370
	3 квартал	7	4847	3724	4406
	4 квартал	8	5136	3927	4667
2011	1 квартал	9	5605	4320	5144
	2 квартал	10	5601	4314	5136
	3 квартал	11	5308	4067	4847
	4 квартал	12	5354	4113	4870
2012	1 квартал	13	5498	4206	4976
	2 квартал	14	5596	4255	5046
	3 квартал	15	5818	4376	5172
	4 квартал	16	5929	4456	5237
2013	1 квартал	17	6557	5036	6114
	2 квартал	18	6896	5280	6484
	3 квартал	19	6918	5287	6483
	4 квартал	20	6924	5315	6437
2014	1 квартал	21	7162	5489	6741
	2 квартал	22	7622	5830	7223
	3 квартал	23	7398	5665	6969
	4 квартал	24	7739	5938	7316
2015	1 квартал	25	9002	6899	8710
	2 квартал	26	9335	7135	9106

Поквартальные показатели величины прожиточного минимума по основным социально-демографическим группам населения представляют собой временные ряды или ряды динамики, включающие в себя два основных показателя: показатель времени и соответствующий признак исследуемого явления или процесса.

На рис.1 отображаются исходные статистические данные для построения ряда динамики величины прожиточного минимума трудоспособного населения. Наглядно демонстрируется наличие возрастающей тенденции. Точечная диаграмма позволяет сделать предположение о тесной линейной зависимости между результативным признаком y (величина прожиточного минимума трудоспособного населения) и фактором-признаком t , представляющим собой временной показатель. Это подтверждается и коэффициентами автокорреляции уровней временного ряда (табл.2).

Таблица 2

Коэффициенты автокорреляции уровней

Лаг	Коэффициент автокорреляции уровней
1	0,97393
2	0,941242
3	0,939314
4	0,935889
5	0,905718
6	0,887971

Наиболее высоким оказался коэффициент автокорреляции первого уровня: $r_1=0,97393$. В исследуемом ряде динамики присутствует линейная тенденция. Для обеспечения статистической достоверности максимальный лаг (число периодов, по которым рассчитывается коэффициент автокорреляции) не должен превышать величину $n/4$ [3]. Для двадцати шести моментов времени максимальный лаг не должен превышать шести. Коэффициент автокорреляции первого порядка, рассчитанный по логарифмам исходных уровней, оказался равным $0,969517 < r_1$, что также свидетельствует об отсутствии нелинейной тенденции.

Результат использования инструмента *Регрессия* пакета *Анализ данных* в табличном процессоре Microsoft Excel [2] представлен на рисунке 2.

Моделирование [5] тенденции ряда динамики возможно путем аналитического выравнивания статистических данных [4] с показом уравнения на диаграмме (рис 1). Уравнение линейной модели парной регрессии, соответствующее тренду имеет вид:

$$\hat{y}_t = 180,66 \cdot t + 3581,7 .$$

Результат использования инструмента *Регрессия* пакета *Анализ данных* в табличном процессоре Microsoft Excel представлен на рисунке 2.

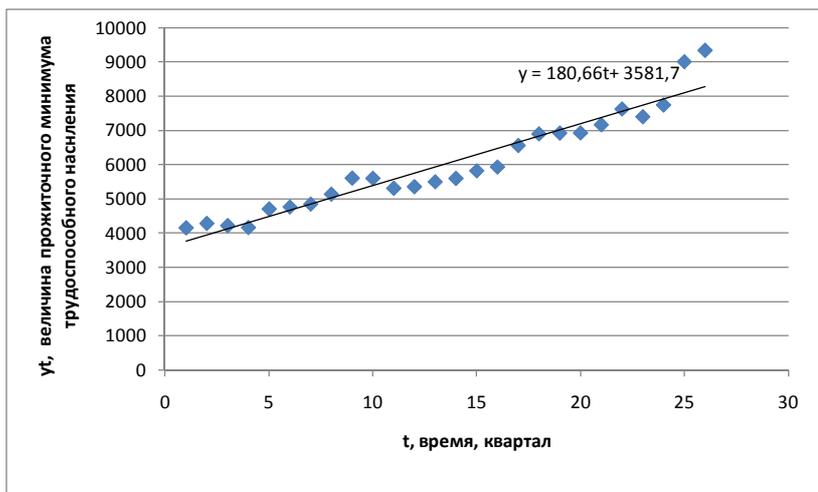


Рис.1. Статистические данные величины прожиточного минимума трудоспособного населения

	A	B	C	D	E	F	G
29	ВЫВОД ИТОГОВ						
30							
31	Регрессионная статистика						
32	Множественный R	0,9606375					
33	R-квадрат	0,9228244					
34	Нормированный R-квадрат	0,9196087					
35	Стандартная ошибка	407,83567					
36	Наблюдения	26					
37							
38	Дисперсионный анализ						
39		df	SS	MS	F	Значимость F	
40	Регрессия	1	47733217,4	47733217,4	286,97911	7,46665E-15	
41	Остаток	24	3991918,49	166329,9371			
42	Итого	25	51725135,9				
43							
44		Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
45	Y-пересечение	3581,7415	164,695399	21,74767217	2,654E-17	3241,826944	3921,656133
46	t	180,66017	10,6644208	16,9404578	7,467E-15	158,6498883	202,6704536

Рис.2. Результат работы инструмента *Регрессия* пакета *Анализ данных*

Линейная связь между признаком-фактором t и результативным признаком y подтверждается линейным коэффициентом парной корреляции $r = 0,960637$.

Качество сконструированного ряда характеризуется коэффициентом детерминации и средней ошибкой аппроксимации.

Коэффициент детерминации построенной модели с поправкой на число степеней свободы факторной и остаточной дисперсии составляет $R^2 = 0,919609$ – доля дисперсии величины прожиточного минимума трудоспособного населения, объясняемая регрессией, в общей дисперсии рассматриваемого признака.

Средняя ошибка аппроксимации как среднее отклонение расчетных значений величины прожиточного минимума для трудоспособного населения от фактических значений при допустимом пределе значений указанного показателя качества построенной модели – до 8-10 %:

$$\bar{A} = \frac{1}{26} \sum \left| \frac{y - \hat{y}_t}{y} \right| \cdot 100\% = 4,97\% .$$

Гипотеза H_0 о статистической значимости [3] уравнения линейной тенденции подтверждается расчетным значением (286,97911) F -критерия Фишера (ячейка E40 рис.2), превышающим табличное значение (4,259677) того же критерия при 5% -ом уровне значимости. Статистическая значимость параметров линейного тренда подтверждаются расчетными значениями t -критерия Стьюдента (ячейки D45 и D46 рисунка 2), превышающими табличное значение (2,063899) того же критерия при 5% -ом уровне значимости.

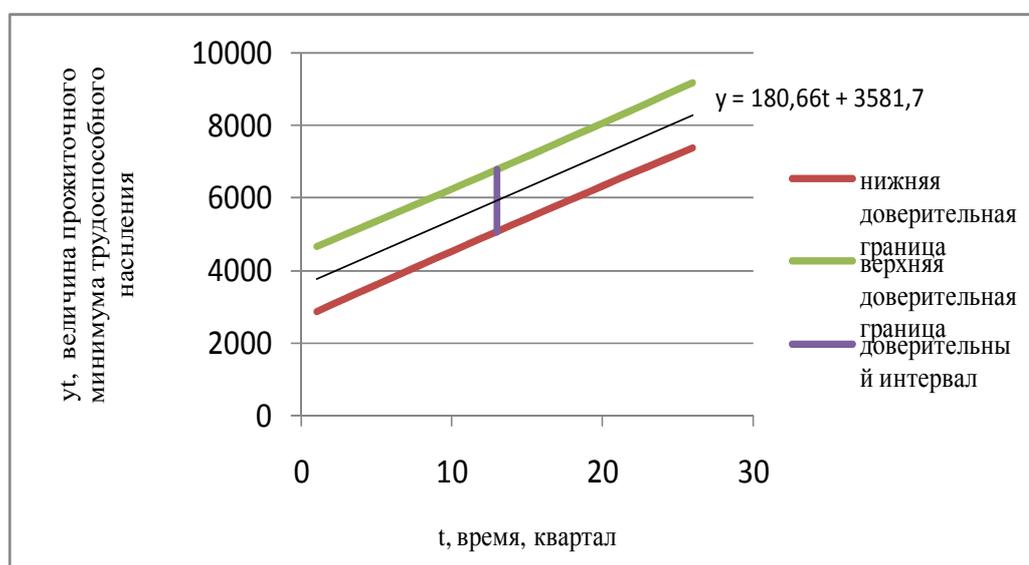


Рис.3. Доверительный интервал линейного тренда

Средняя стандартная ошибка прогноза позволяет сконструировать доверительный интервал линейного тренда (рис. 3).

На графике (рис.3) доверительные границы для модельных значений представляют собой гиперболы, расположенные по обе стороны от линии регрессии, определяющие 95 % - ные доверительные интервалы для среднего значения величины прожиточного минимума трудоспособного населения при заданном значении момента времени t .

Использование математической модели построенного ряда динамики позволяет составить точечный и интервальный прогноз [1] на ближайшие моменты времени.

Средняя стандартная ошибка прогноза

$$m_{\hat{y}_t} = \sqrt{1 + \frac{1}{26} + \frac{(t_p - \bar{t})^2}{\sum (t - \bar{t})^2}}$$

при $t_p = 29$ составляет 447,2704.

Согласно точечному прогнозу на 29 – ый момент времени, соответствующий I кварталу 2015 года, величина прожиточного минимума составит 8821 руб. Точечный прогноз исследуемого показателя дополняется интервальным прогнозом, согласно которому на указанный момент времени величина прожиточного минимума трудоспособного населения попадет в интервал от 7898 руб. до 9744 руб.

Средняя ошибка аппроксимации как среднее отклонение расчетных значений величины прожиточного минимума для трудоспособного населения от фактических значений при допустимом пределе значений указанного показателя качества построенной модели – до 8-10 %:

$$A = \frac{1}{26} \sum \left| \frac{y - \hat{y}_t}{y} \right| \cdot 100\% = 4,97\% .$$

Для статистических данных, приведенных в таблице 1, соответствующих пенсионерам:

$$\hat{y}_t = 136,93 \cdot t + 2764,6 \quad - \text{уравнение тенденции.}$$

Доля дисперсии величины прожиточного минимума пенсионеров, объясняемая регрессией, в общей дисперсии рассматриваемого признака – 91%.

$$\bar{A} = 5,2\% \quad - \text{средняя ошибка аппроксимации.}$$

Интервальный прогноз величины прожиточного минимума по РСО-Алания для пенсионеров на 29-й момент времени: от 7292руб до 9496 руб.

Для статистических данных, приведенных в таблице 1, соответствующих детям:

$$\hat{y}_t = 181,71 \cdot t + 3124,5 \quad - \text{уравнение тенденции.}$$

Доля дисперсии величины прожиточного минимума детей, объясняемая регрессией, в общей дисперсии рассматриваемого признака – 89%.

$$\bar{A} = 6,3\% \quad - \text{средняя ошибка аппроксимации.}$$

Интервальный прогноз величины прожиточного минимума по РСО-Алания для детей на I квартал: 2015 года: от 7292руб до 9496 руб.

Список литературы

1. Доугерти К. Введение в эконометрику: пер. с англ. - М.:ИНФРА-М, 1999. - 402 с.
2. Орлова И.В. Экономико-математические методы и модели. Выполнение расчетов в среде EXCEL – М: Финстатинформ, 2000. – 136с.
3. Практикум по эконометрике: учебн. пособие / Под ред. И. И. Елисеевой. - М.: Финансы и статистика, 2006. - 344 с.
4. Цахоева А.Ф., Алборова С.З. Прогнозирование поведения уровней ряда динамики на основе эконометрической модели числа незанятых граждан // Современные проблемы науки и образования. – 2012. – № 3; URL: <http://www.science-education.ru/103-6142> (дата обращения 09.11.2015)
5. Эддоус М., Стэнсфилд Р. Методы принятия решений. – М.: Аудит, ЮНИТИ, 1997. – 590 с.

Рецензенты:

Ахполова В.Б., д.э.н., профессор кафедры государственного и муниципального управления НОУ ВПО «Владикавказский институт управления», г. Владикавказ;

Дзагоева М.Р., д.э.н., профессор кафедры «Налоги и налогообложение» Северо-Осетинского государственного университета им.К.Л. Хетагурова, г. Владикавказ.