

ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ РАСЧЕТА ТЕМПЕРАТУРНОГО ПРОФИЛЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО ДУГОВОГО РАЗРЯДА В ВОЗДУХЕ ПРИ АТМОСФЕРНОМ ДАВЛЕНИИ

Васильев А.Г.¹

¹Санкт-Петербургский государственный университет, физический факультет (198504, Россия г. Санкт-Петербург, Петергоф, ул. Ульяновская, д. 3), e-mail: knup888@gmail.com

Разработана оригинальная численная модель, позволяющая рассчитывать динамику температурного профиля, погонной проводимости и напряженности электрического поля нестационарного дугового разряда в воздухе при атмосферном давлении в открытом пространстве. В численной схеме использована техника адаптивного временного шага. Модель, реализованная в математическом пакете SciLab, адекватно и с надлежащей точностью описывает процессы, влияющие на формирование температурного профиля и электрическую подсистему дугового разряда. Это в дальнейшем позволяет создать на ее основе инструмент для синтетического тестирования систем защиты высоковольтных сетей. В работе представлены графики температурного профиля, погонной проводимости и напряженности электрического поля дугового разряда, а также вольтамперная характеристика. Характер поведения осциллограмм напряженности электрического поля и погонной проводимости дугового столба объяснен с точки зрения релаксационных задержек температурного профиля. Проведено сравнение результатов моделирования с экспериментальными данными.

Ключевые слова: равновесная воздушная плазма, численное моделирование, адаптивный шаг, анализ характерных временных масштабов, дуговой разряд в воздухе, вольтамперная характеристика.

NUMERICAL MODEL OF THE RADIAL TEMPERATURE DISTRIBUTION OF NONSTATIONARY ARC DISCHARGE IN OPEN AIR

Vasilev A.G.¹

¹St. Petersburg State University, Faculty of Physics, ul. Ul'yanovskaya, 3, St. Petersburg, Peterhof, 198504, Russia, e-mail: knup888@gmail.com

An original numerical model describing dynamics of the radial temperature distribution, linear conductivity and electric field strength of arc discharge in open air is developed. A technique of adaptive time-stepping is used in the model. Numerical scheme was realized using SciLab software. The model simulates with desired precision physical processes that takes place in formation of the radial temperature distribution and dynamics of electrical characteristics. That is a base to develop protection systems for high-voltage networks. The radial temperature distribution, waveforms of electric field strength, discharge linear conductivity and I-V curve are presented. Obtained numerical results are compared with available experimental data. Dynamics of electric field strength and linear conductivity is explained in respect to relaxation delay of temperature distribution.

Keywords: thermal air plasma, numerical simulation, adaptive time step, intrinsic time scales analysis, open air arc, I-V curve.

Задача создания численной модели нестационарных дуговых разрядов в воздухе при атмосферном давлении представляет значительный интерес с точки зрения разработки, настройки и синтетического тестирования современных систем защиты высоковольтных сетей. Численная модель экономит время и ресурсы, в отличие от методов, использующих экспериментальные установки для моделирования разрядов.

В последнее время все больше возрастает интерес к разработке устройств для получения воздушной плазмы, в связи с необходимостью создания новых экологически благоприятных методов обезвреживания и переработки отходов. Одним из таких устройств

является высоковольтный однофазный генератор плазмы, исследование плазменной струи которого актуально как с фундаментальной, так и с прикладной точки зрения [5].

Кроме этого, научная значимость исследования обуславливается возможностью объяснить физическую природу переходных процессов, происходящих при дуговом замыкании, в частности, вид осциллограмм напряжения, которые имеют достаточно нетривиальную форму. Для этих целей непригодны имеющиеся в литературе численные модели, описывающие стационарные состояния разряда [3,9].

Одним из наиболее важных физических аспектов, оказывающих влияние на электрическую подсистему дугового разряда, является совокупность процессов, протекающих в плазме воздушной дуги, которая определяет ее электропроводность [3,9]. При соблюдении условий локального термодинамического равновесия, задача об изменении проводимости дуги сводится к задаче о динамике распределении температуры, а в случае цилиндрически-симметричных разрядов к задаче об эволюции радиального температурного профиля дуги [3,9]. Целью данной работы является создание численной модели эволюции температурного профиля дугового разряда в воздухе при атмосферном давлении.

Постановка задачи

Рассмотрим элемент плазменного канала длиной (рис. 1) такой, что его характеристики (температура, проводимость, напряженность электрического поля и т.д.) не меняются вдоль оси, и устремим к нулю. Получим сечение дугового столба. Введем на нем полярную систему координат. Предполагая, что разряд симметричен относительно оси, приходим к рассмотрению задачи об эволюции температурного профиля на полуинтервале изменения радиальной координаты. В отличие от работ [3,9], существенным преимуществом описанной постановки является наличие открытой внешней границы, что наиболее естественно для свободно горящих разрядов.

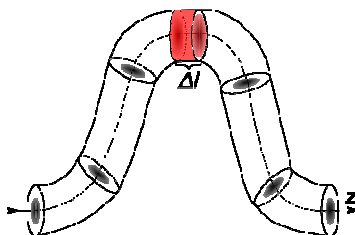


Рис. 1. Геометрия модели

Процесс эволюции температурного профиля в плазме воздушной дуги при атмосферном давлении описывается уравнением баланса энергии, краевыми и начальными условиями:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = (\nabla, \kappa \nabla T) + \sigma E^2 - Q_R - F, \quad (1)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad (2)$$

$$T|_{r=\infty} = T_{\infty}, \quad (3)$$

$$T|_{t=0} = T_0, \quad (4)$$

где $T = T(r, t)$ — мгновенное распределение температуры плазмы, r — радиальная координата, t — время, $\rho = \rho(T)$, $C = C(T)$, $\kappa = \kappa(T)$ и $\sigma = \sigma(T)$ — температурные зависимости плотности, удельной теплоемкости, теплопроводности и электропроводности плазмы воздуха при атмосферном давлении соответственно [1,6]; $E = E(t)$ — мгновенное продольное электрическое поле, — член имеющий функциональную зависимость от температуры $T(r, t)$ определяющий потери за счет излучения. Описание различных приближений, используемых для расчета потерь радиационных потерь, приведены в [3,7]. $F = const$ – теплотери независящие от температуры (например, обдувание дуги холодным газом при ее стабилизации и другие эффекты); T_{∞} — температура окружающего дугу не нагретого воздуха, $T_0 = T_0(r)$ — начальное распределение температуры плазмы, удовлетворяющее условию $T_0(\infty) = T_{\infty}$.

Согласно уравнению баланса энергии (1), температурный профиль формируется под влиянием механизмов генерации, отвода и запасания тепла. Плазма получает энергию из электрической подсистемы в виде джоулева тепла, а отвод энергии осуществляется за счет излучения и внешнего воздействия, описываемого параметром F . Согласно [3] конвективный механизм теплоотвода при формировании температурного профиля стабилизированного разряда крайне мал. Однако, при рассмотрении свободно горящих дуговых разрядов данный механизм обеспечивает около 80% теплоотвода путем выдувания и отрыва плазменных дуг [2,8]. Это влияет на процесс эволюции формы плазменного канала и не влияет на формирование локального температурного профиля в сечении дуги. В рамках поставленной задачи конвективный механизм теплоотвода не рассматривается.

Условия применимости уравнений (1) сводятся к выполнению условий локального термодинамического равновесия плазмы. Согласно [2-4, 9] данное условие выполняется для атмосферных дуг с током величиной порядка и частотой менее. В указанном диапазоне электрическое поле можно считать квазистатичным из-за малости вихревой компоненты, также можно пренебречь магнитным давлением и пинч-эффектом [2-4, 9].

Систему (1)-(4) дополним выражениями (5)-(6):

$$I = \Sigma E, \quad (5)$$

$$\Sigma(t) = 2\pi \int_0^{\infty} \sigma(T(r, t)) r dr, \quad (6)$$

где (5) – закон Ома, (6) – интеграл, определяющий погонную проводимость. Уравнения (5), (6) определяют отображение тока дуги в напряженность электрического поля и погонную проводимость, тем самым дают описание дуги единичной длины с точки зрения электрической подсистемы. Следует отметить, что указанное отображение обладает свойством временной дисперсии, т.е. значение напряженности поля и погонной проводимости дуги в данный момент времени зависит не только от тока в данный момент, но и от его предыстории.

В реальных экспериментах питание дуги осуществляется от источника тока, следовательно, зависимость тока от времени $I(t)$ будем рассматривать как заданную величину.

Численная реализация

Сильная нелинейность температурных зависимостей материальных свойств плазмы [1,6] и функционала радиационных потерь Q_R делает неэффективным использование стандартных пакетов численного моделирования и численных схем общего вида. Для решения данной задачи был предложен оригинальный алгоритм, позволяющий реализовать расчет эволюции температурного профиля и электрических характеристик разряда методом конечных разностей.

Согласно (7) уравнение баланса энергии (1) преобразуется к виду (8):

$$d\Pi = \kappa(T)dT, \quad (7)$$

$$\frac{1}{\chi} \frac{\partial \Pi}{\partial t} = \Delta \Pi + \sigma E^2 - Q_R - F, \quad (8)$$

где Π – потенциал теплового потока, $\chi = \kappa / C\rho$ – коэффициент температуропроводности, включающий в себя все нелинейные зависимости температурных зависимостей материальных свойств, что упрощает численный расчет. Так как κ – строго положительная величина, формула (7) задает взаимно-однозначное отображение между T и Π . Следовательно все функции вида $f = f(T)$ представимы в виде $f = f(\Pi(T))$.

Согласно выражению (9) перейдем от пространственной радиальной координаты r к “сжатой” безразмерной координате x по формуле (9). Замена (9) отображает полубесконечный промежуток по $r \in [0, \infty)$ в $x \in [0, 1)$, что позволяет переформулировать задачу (1)-(4) на конечном интервале.

$$\frac{r}{R_T} = \frac{x}{1-x}, \quad (9)$$

где R_T – параметр, определяющий степень сжатия. С учётом (7) и (9) система уравнений (1)-(4) выглядит так:

$$\frac{1}{\chi} \frac{\partial \Pi}{\partial t} = \Delta_x \Pi + \sigma E^2 - Q_R - F, \quad \left. \frac{\partial \Pi}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \Pi|_{x=1} = 0, \quad \Pi|_{t=0} = \Pi_0, \quad (10.1)$$

$$\Delta_x = \frac{1}{R_T} \left[(1-x)^4 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{(1-x)^3(1-2x)}{x} \frac{\partial}{\partial x} \right], \quad (10.2)$$

где Δ_x – оператор Лапласа по переменной x .

Численное решение системы (10) проводилось методом конечных разностей с равномерной сеткой по «сжатой» координате x , суть которого заключается в кусочно-линейной аппроксимации искомых функций.

При дискретизации временной координаты используется техника адаптивного временного шага, чтобы обеспечить устойчивость численной схемы и точность решения. Она заключается в том, что шаг при дискретизации переменной t , на каждой итерации выбирается согласно следующему выражению:

$$\Delta t_i \ll \tau_\chi, \tau_H, \quad (11)$$

где τ_χ, τ_H – характерные временные масштабы распространения энергии на расстояние порядка размера элемента внутри температурного профиля. Эти масштабы можно найти, применяя теорию возмущений для получения линеаризованного уравнения баланса энергии вида (12) и π -теорему размерностей.

$$\frac{\partial \delta \Pi}{\partial t} = \frac{1}{\tau_H} \cdot \delta \Pi + \frac{h^2}{\tau_\chi} \cdot \Delta \delta \Pi, \quad (12)$$

где h^2 – характерный размер элемента сетки в окрестности данной точки.

Результаты работы модели и сопоставление с экспериментальными данными

Моделирование проводилось при следующих параметрах: зависимость тока от времени соответствует экспериментальным осциллограммам [5] (амплитуда около 10 А, частота 50 Гц), радиационные энергопотери рассчитывались в приближении объемного излучателя [3], температурные зависимости материальных свойств воздуха взяты из [6], параметр найден путем минимизации невязки между экспериментальными и рассчитанными осциллограммами напряженности поля, представленными на рис. 2: сплошная линия – результаты моделирования, прерывистая линия – экспериментальные данные [5].

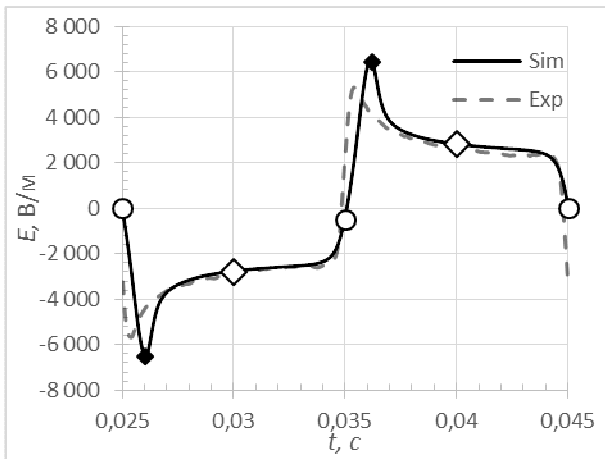


Рис. 2. Осциллограмма напряженности электрического поля, сплошная линия результаты моделирования, прерывистая экспериментальные данные [5]. Круг – нуль тока, белый ромб максимум тока, черный ромб минимум проводимости

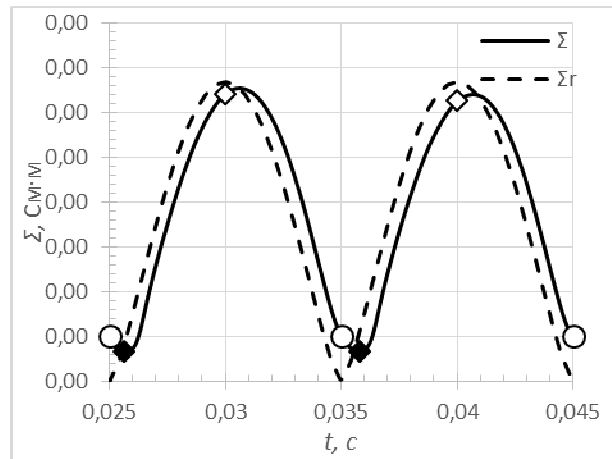


Рис. 3. Осциллограмма погонной проводимости, сплошная линия реальная проводимость, прерывистая равновесная. Обозначения маркерами аналогично рис. 2

Осциллограммы напряженности электрического поля $E(t)$ на рис.2 имеют характерные выбросы в точках, где ток $I(t)$ обращается в нуль (круг на рис. 2), что объясняется конечным временем релаксации температурного профиля $T(r,t)$. В результате реальная проводимость $\Sigma(t)$ отстает от своего равновесного значения $\Sigma_r(t)$. Под равновесным значением проводимости в момент времени t_j с током $I(t)$ понимается проводимость, рассчитанная при постоянном токе, амплитуда которого равна мгновенному значению тока $I(t)$ в момент времени t_j . На рис. 3 представлены графики погонной проводимости дуги: сплошная линия – реальная проводимость, прерывистая – равновесная. После прохождения нулевого значения (круг на рис. 3) ток начинает стремительно возрастать, а проводимость, вследствие релаксационной задержки, продолжает убывать, пока плазма снова не прогреется. В результате для поддержания заданного тока в разряде формируется выброс напряженности поля. При этом минимумы реальной проводимости (черный ромб на рис. 3) соответствуют максимумам на осциллограммах поля $E(t)$ (черный ромб на рис. 2).

Температурный профиль, представленный на рис. 4, изменяется между кривыми выделенными сплошными линиями, при этом верхняя кривая соответствует максимумам тока (белый ромб на рис. 2 и рис. 3), нижняя нулям (круг на рис. 2 и рис. 3). Маркерами на рис. 4 обозначены значения температурного профиля, полученные экспериментально [5]. Видно, что результаты находятся в хорошем качественном и количественном соответствии с экспериментом.

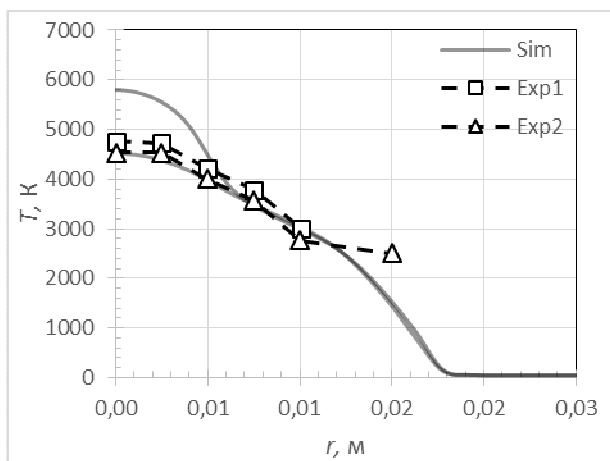


Рис. 4. Температурный профиль, сплошные линии результаты моделирования, прерывистые экспериментальные данные [5]

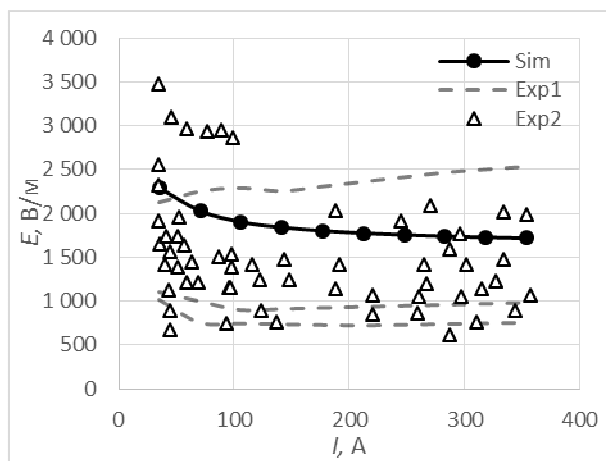


Рис. 5. ВАХ, сплошная линия результаты моделирования, прерывистая экспериментальные данные [10], маркеры экспериментальные данные [2]

На рис. 5 представлена вольтамперная характеристика модельного дугового разряда, построенная по действующим значениям токов $I(t)$ и напряженностей поля $E(t)$ – сплошная линия. Прерывистые линии – ВАХ реальных свободно горящих дуг при разных длинах разрядных промежутков [10], маркерами обозначены аналогичные данные из [2]. Видно, что модельная кривая находится в области, ограниченной экспериментальными кривыми и заполненной маркерами. Это говорит о соответствии результатов расчета и экспериментальных данных.

Выводы

Численная схема, описанная в данной работе, реализована в математическом пакете SciLab. Представленная модель позволяет проводить расчет эволюции температурного профиля и получать временные зависимости погонной проводимости и напряженности электрического поля в зависимости от параметров модели. Данными параметрами являются зависимость тока от времени, температурные зависимости материальных свойств плазмы, функционал радиационных энергопотерь и параметр, описывающий вынужденный конвективный теплоотвод.

Модель адекватно и с надлежащей точностью описывает процессы, влияющие на формирование температурного профиля и электрическую подсистему дугового разряда. Это в дальнейшем позволяет создать на ее основе инструмент для синтетического тестирования систем защиты высоковольтных сетей.

Основные результаты моделирования: температурный профиль $T(r,t)$, осциллограммы напряженности электрического поля $E(t)$ и погонной проводимости $\Sigma(t)$, а также вольтамперная характеристика разряда. Различие модельной и реальной осциллограмм

напряженности поля E составляет около 6%. Результаты находятся в хорошем качественном и количественном соответствии с экспериментальными данными.

Представленные результаты объясняют характер поведения осциллограмм напряженности электрического поля и погонной проводимости дугового столба с точки зрения релаксационных задержек температурного профиля.

Выражаю благодарность коллегам из СПбГУ: аспиранту кафедры радиофизики А.Г. Меркушеву, ведущему инженеру лаборатории радиоэлектроники Я.В. Тряскину за ценный вклад в работу.

Список литературы

1. Авилова И.В., Биберман Л.М., Воробьев В.С. и др. Оптические свойства горячего воздуха. — М.: Наука, 1970. — 320 с.
2. Буткевич Г.В. Дуговые процессы при коммутации электрических цепей. — М.: Энергия, 1973. — 264 с.
3. Васильев Е.Н. Диаграммы состояния стационарного дугового разряда в воздухе // Журнал технической физики, Т. 82(12), С. 47-51, 2012.
4. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. — М.: Наука, 1987. — 592 с
5. Рутберг Ф.Г., Павлов А.В., Попов С.Д. и др. Спектральные измерения газовой и электронной температур в факеле однофазного плазмотрона переменного тока // Теплофизика высоких температур, Т. 47(2), С. 193-199, 2009.
6. Capitelli M., Colonna G., Gorse C. Transport properties of high temperature air in local thermodynamic equilibrium // European Physical Journal D, V. 11 (2), P. 279-289, 2000.
7. Cressault Y., Gleizes A., Riquel G. Calculation of the radiation emitted by isothermal arc plasmas in air and air-metal mixtures // ISPC 20, 2011.
8. Merkushev A., Triaskin J. Implementation of electric arc model in Simulink/SimPowerSystems // ICCTPEA 2014, P. 114-115.
9. Phillips R.L. The Behavior of Dynamic Electric Arcs, 1964. — 179 p.
10. Stokes A.D., Oppenlander W.T. Electric arcs in open air // Journal of Physics D: Applied Physics, V. 24 (1), P. 26-35, 1991.

Рецензенты:

Ключарев А.Н., д.ф.-м.н., профессор, кафедра оптики, физический факультет, Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург;

Павлов В.А., д.ф.-м.н., профессор, кафедра радиофизики, физический факультет, Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург.