УДК 621.1.9

ЗАВИСИМОСТЬ УВЕЛИЧЕНИЯ ПОГРЕШНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЯ РАДИУСА ОКРУЖНОСТИ ОТ УГЛА ИЗМЕРЯЕМОГО СЕКТОРА

Иванов Д.А.[1], Васильева А.А.[2], Абляз Т.Р.[2]

[1]ООО «ОПТЭК», специалист по продажам и инженер по применению, Москва, Россия (105005, г. Москва, Денисовский пер., 26)
[2]Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29), lowrider11-13-11@mail@mail.ru

Актуальность работы заключается в решении зависимости увеличения погрешности вычисления радиуса окружности от угла измеряемого сектора. Если не учитывать погрешности вычисления радиуса, могут возникнуть недочеты при контроле качества на производстве. Соответственно необходимо вычислять и учитывать данные погрешности. Также при вычислении погрешностей необходимо учитывать зависимость погрешности радиуса от угла. Тем самым данная тема является очень актуальной для решения данной задачи. Целью работы является определение зависимости увеличения погрешности вычисления радиуса окружности от угла измеряемого сектора.

Ключевые слова: погрешность, радиус окружности, угол сектора.

THE INCREASING DEPENDENCE OF THE ERROR OF CALCULATION OF THE RADIUS OF THE CIRCLE MEASURED FROM THE CORNER OF THE SECTOR

Ivanov D.A.[1], Vasilyeva A.A.[2], Ablyaz T.R.[2]

[1]OOO "OPTEK " specialist sales and application engineer , Moscow, Russia (105005, Moscow, Denisovsky per., 26)
[2]Perm national research polytechnic university, Perm, Russia (614990, Komsomolsky Av. 29), lowrider11-13-11@mail@mail.ru

The relevance of the work lies in the solution according to the increase of the error of calculation of the radius of the circle measured from the corner of the sector. If not to take into account the error of the radius is calculated, there may be flaws in quality control in manufacturing. Accordingly, it is necessary to calculate and account for these errors. As in the calculation of errors is necessary to consider the dependence of the error of the radius from the corner. Thus this topic is very relevant for this task. The aim of this work is to determine the dependence of the magnification error of calculation of the radius of the circle measured from the corner of the sector.

Keywords: deviation, the radius of the circle, the angle of the sector.

Данная работа предназначена для математического обоснования увеличения погрешности измерения окружности при уменьшении угла измеряемого сектора. На многих предприятиях присутствуют детали, на которых задаются достаточно жесткие допуски на малых секторах окружности, опираясь на определенный парк измерительной техники предприятия. Вопросы повторяемости результатов (как одного из главных параметров при измерении и изготовлении) при таких измерениях возникают при использовании координатно-измерительных машин, которые рассчитывают погрешность, как указано на чертеже, как диаметр или радиус и граница допуска от них. Это не совсем правильный подход, с помощью геометрических вычислений ниже разберем причину таких расчетов. Также этот вариант вычисления предлагается, как один из методов теоретического определения величины погрешности измерения при уменьшении угла сектора и доказательства необходимости другого подхода к измерению таких поверхностей с помощью

КИМ.

При вычислении центра окружности из сектора сведем к определению окружности из трех точек – две по краям сектора и одну посередине сектора. Геометрическое вычисление центра в данном случае - пересечение перпендикуляров, выходящих из середин отрезков, соединяющих эти три точки. На рисунке 1 видно, как при малом угле сектора вырастает погрешность вычисления радиуса Sб и Sм от погрешности касания машины S – погрешность касания 2S, потому что погрешность машины +- S. β – полный угол сектора, *l* – длина участка, на котором расположен сектор – если сектор задан не углом, а радиусом и длиной участка [1; 2].

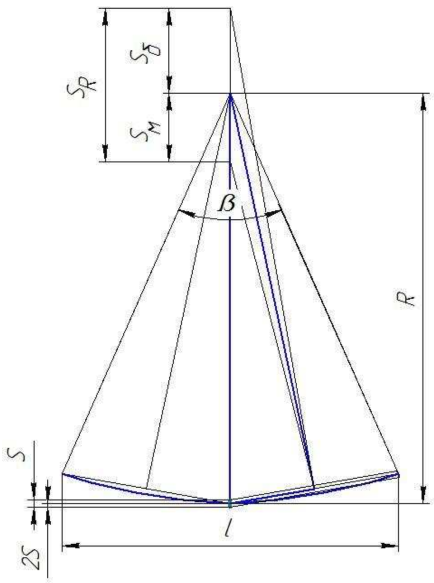

Рис. 1. Погрешность вычисления радиуса: S – погрешность КИМ в точке измерения; R – радиус окружности, м; S_R *– погрешность радиуса окружности*

Если сектор задан не углом, а радиусом и длиной участка l – то вычисление угла сектора показано на рисунке 2 (1).

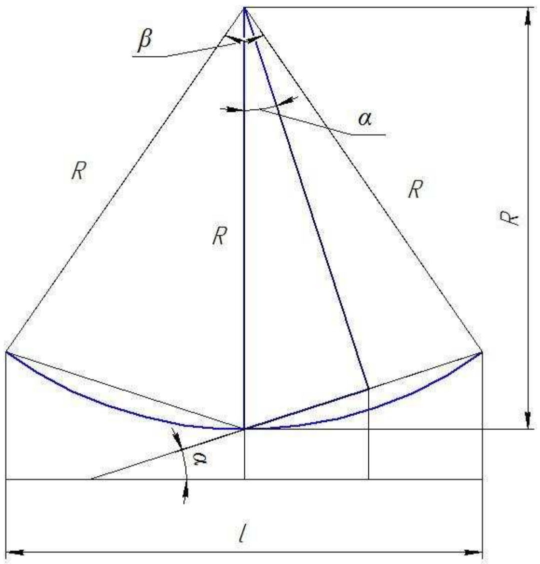

Рис. 2. Вычисление угла сектора: β – полный угол раскрытия; $\alpha = \frac{1}{4}\beta$ *– четверть угла раскрытия (нужен для вычисления погрешности); l – длина участка, м; R – радиус, м*

Исходя из рисунка 2 с помощью тригонометрических преобразований (1) выведем формулы для нахождения углов α и β (2):

$$R \cdot \sin\alpha = \frac{1}{4} l \cdot \cos\alpha$$

$$\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{l}{4R}$$

$$2\sin\alpha \cdot \cos\beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha + \beta)$$

$$2\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \sin 2\alpha$$

$$\frac{\sin 2\alpha}{2} = \frac{l}{4R}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{l}{2R}$$

$$\alpha = \frac{arc\sin\frac{l}{2R}}{2} \qquad (1)$$

$$\beta = 2arc\sin\frac{l}{2R} \qquad (2)$$

Так как центральную точку изначально взяли посередине, то вычисление центра окружности сводится к пересечению одного из перпендикуляров (на рисунке 2 правого) отрезков с прямой, перпендикулярной отрезку, соединяющему две крайние точки, и проходящей через центральную точку. И дальнейшие вычисления будем проводить с этим прямоугольным треугольником [2-4].

На рис. 3 выделяем этот треугольник для более подробного рассмотрения, S – погрешность машины, Sб – погрешность в большую сторону, Sм – погрешность в меньшую сторону, то же самое с углами.

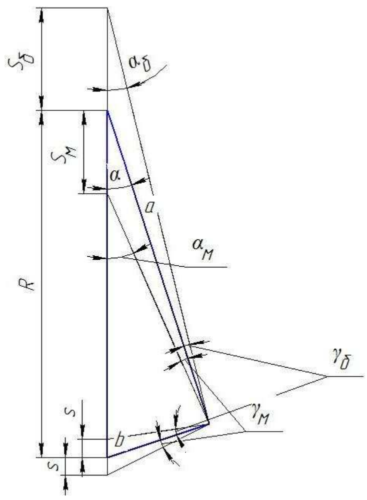

Рис. 3. Вычисление погрешности с помощью прямоугольного треугольника

Расчет погрешности в меньшую сторону представлен на рис. 4.

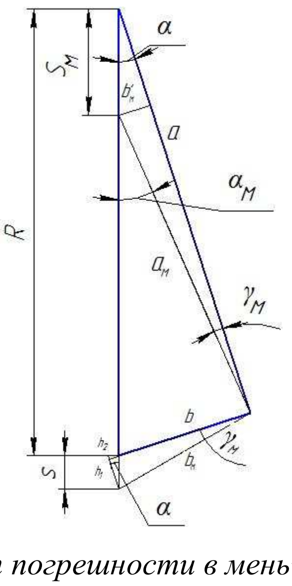

Рис. 4. Расчет погрешности в меньшую сторону

Для того чтобы найти погрешность в меньшую сторону, необходимо использовать формулу (6), опираясь на расчеты (5). В формуле (6) неизвестным является угол погрешности (4), который можно вывести через вычисления (3) [4-5].

Дано: R, α, S

$$a = R \cdot \cos\alpha \qquad b = R \cdot \sin\alpha$$
$$h_1 = S \cdot \cos\alpha \qquad h_2 = S \cdot \sin\alpha$$

$$\boldsymbol{\alpha_м = \alpha + \gamma_м}$$

$$tg\gamma_м = \frac{h_1}{b + h_2} = \frac{S \cdot \cos\alpha}{R \cdot \sin\alpha + S \cdot \sin\alpha} = \frac{S \cdot \cos\alpha}{(R + S) \cdot \sin\alpha} = \frac{S}{(R + S) \cdot tg\alpha} \tag{3}$$

$$\gamma_{\boldsymbol{м}} = arctg(\frac{S}{(R + S) \cdot tg\alpha}) \tag{4}$$

$$b_м^{'} = S_м \cdot \sin\alpha$$

$$S_м = \frac{b_м^{'}}{\sin\alpha}$$

$$b_м^{'} = a_м \cdot \sin\gamma_{\boldsymbol{м}}; \qquad b_м = \frac{b + h_2}{\cos\gamma_{\boldsymbol{м}}}$$

$$a_м = \frac{b_м}{tg\alpha_м} = \frac{b_м}{tg(\alpha + \gamma_м)} = \frac{b + h_2}{\cos\gamma_м} \cdot \frac{1}{tg(\alpha + \gamma_м)} = \frac{R \cdot \sin\alpha + S \cdot \sin\alpha}{\cos\gamma_м \cdot tg(\alpha + \gamma)}$$

$$= \frac{\sin\alpha \cdot (R + S)}{\cos\gamma_м \cdot tg(\alpha + \gamma)}$$

$$b_1 = \frac{\sin\alpha \cdot \sin\gamma_м \cdot (R + S)}{\cos\gamma_м \cdot tg(\alpha + \gamma_м)} = \frac{\sin\alpha \cdot tg\gamma_м}{tg(\alpha + \gamma_м)} \cdot (R + S) \tag{5}$$

$$S_м = \frac{\sin\alpha \cdot tg\gamma_м(R + S)}{tg(\alpha + \gamma_м) \cdot \sin\alpha} = \frac{tg\gamma_м(R + S)}{tg(\alpha + \gamma_м)} \tag{6}$$

Расчет погрешности в большую сторону представлен на рис. 5.

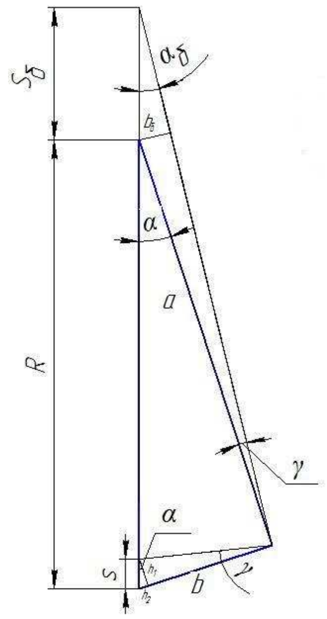

Рис. 5. Расчет погрешности в большую сторону: R – радиус окружности, м; α – четверть угла раскрытия; S – погрешность измерения в точке; γ – угол погрешности

То же самое делаем для нахождения погрешности в большую сторону. Находим формулу для погрешности (8). В данном случае в формуле (8) неизвестной величиной является угол погрешности, который можно найти по формуле (7) [4-5].

Дано: R, α, S

$$a = R \cdot \cos\alpha \qquad h_1 = S \cdot \cos\alpha$$
$$b = R \cdot \sin\alpha \qquad h_2 = S \cdot \sin\alpha$$

$$tg\gamma = \frac{h_1}{b - h_2}$$

$$tg\gamma = \frac{S \cdot \cos\alpha}{R \cdot \sin\alpha - S \cdot \sin\alpha} = \frac{S \cdot \cos\alpha}{(R - S) \cdot \sin\alpha} = \frac{S}{R - S} \cdot \frac{1}{tg\alpha} = \frac{S}{R - S} \cdot ctg\alpha$$

$$tg\gamma = \frac{S}{R - S} \cdot ctg\alpha$$

$$\gamma = arctg\left(\frac{S}{R - S} \cdot ctg\alpha\right)$$

(7)

$$\alpha_б = \alpha - \gamma_б$$

$$b_б = a \cdot \sin\gamma$$

$$b_б = S_б \cdot \sin\alpha_б = S_б \cdot \sin(\alpha - \gamma_б)$$

$$a \cdot \sin\gamma_б = S_б \cdot \sin(\alpha - \gamma_б)$$

$$S_б = \frac{a \cdot \sin\gamma_б}{\sin(\alpha - \gamma_б)} = \frac{R \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha}{\sin(\alpha - \gamma_б)}$$

(8)

Так как γ очень мал, то допустимо

$$S_1 = \frac{R \cdot \cos\alpha}{\sin\alpha} \cdot \sin\gamma = \frac{R \cdot \sin\gamma}{tg\alpha}$$

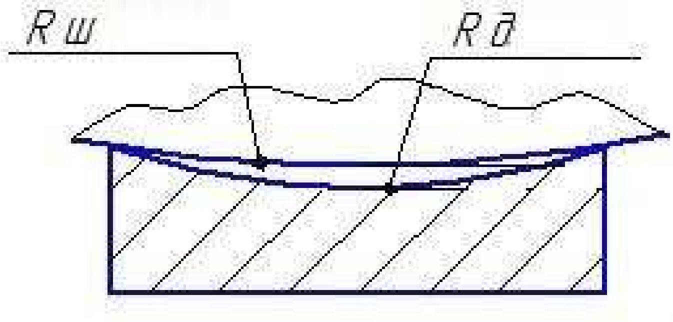

Рис. 6. Сравнение R шаблона и R детали

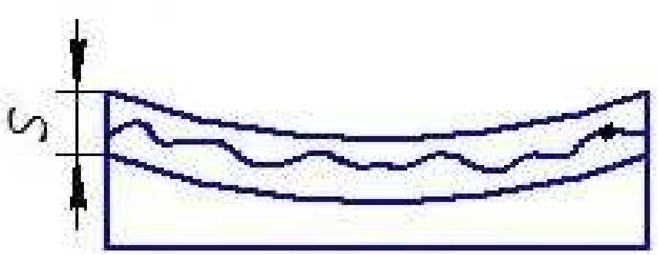

Рис. 7. Отклонение от формы реального профиля. S - отклонение от формы

На рисунке 6 показана методика измерения с помощью шаблона как одна из предполагаемых и в общем правильных методик измерения таких секторов, что R детали совсем не равно R шаблона минус зазор, который определяется подбором щупа. R детали совсем другой, и его нужно вычислять – в данном случае такая методика измерения - это совсем не измерение радиуса или диаметра - этот зазор показывает отклонение от формы на данном участке (рис. 7). Напрашивается вывод, что именно отклонение от формы надо указывать в таких случаях, если бы не один подводный камень - отклонение от формы рассматривает ТОЛЬКО форму и не учитывает размер, то есть форма может быть хорошей, а размер совсем другим. В данном случае при использовании не шаблонов, а координатно-измерительных машин рекомендуется использовать - отклонение формы заданного профиля (не отклонение профиля продольного сечения – это совсем разные допуски) для окружности и отклонение формы заданной поверхности для измерения сферической поверхности. Такая же методика используется при измерении криволинейных сечений, только тут номинальные точки находятся на секторе окружности.

Вывод

В данной работе было проведено решение задачи по определению зависимости увеличения погрешности вычисления радиуса окружности от угла измеряемого сектора.

Решение данной задачи показало, что чем меньше угол измеряемого сектора, тем больше будет погрешность радиуса или диаметра окружности.

Список литературы

1. Абляз Т.Р. Метод контроля конических резьб для элементов бурильных колонн на координатно-измерительной машине / Т.Р. Абляз, О.А. Халтурин // Вестник Пермского государственного технического университета. Машиностроение, материаловедение. - 2012. - № 1. - С. 85-91.
2. Брянкин С.Ю. Приоритетные направления метрологического обеспечения координатных методов измерений геометрических параметров деталей / С.Ю. Брянкин, В.Г. Лысенко, К.Ф. Федосов // Научно-практическая конференция «100 лет Российскому подводному флоту». - Северодвинск, 2006. - С. 115-119.
3. Брянкин С.Ю. Применение математического моделирования для оценки точности координатных измерений на координатно-измерительных машинах / С.Ю. Брянкин, В.Г. Лысенко, С.С. Голубев, К.Ф. Федосов // Научно-практическая конференция «100 лет Российскому подводному флоту». - Северодвинск, 2006. - С. 45-49.
4. Вержбицкий В. Основы численных методов : учебник для вузов. — М. : Высш. шк., 2005. — 840 с.
5. Выгодский М. Справочник по высшей математике. — М. : АСТ, 2008. — 992 с.

Рецензенты:
Беленький В.Я., д.т.н., проф., декан МТФ ПНИПУ, г. Пермь;
Сиротенко Л.Д,, д.т.н., проф., ПНИПУ, г. Пермь.