УДК 378

МЕЖДИСЦИПЛИНАРНАЯ ИНТЕГРАЦИЯ КУРСОВ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ» И «ГЕОМЕТРИЯ» КАК ФАКТОР ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ПОДГОТОВКИ БАКАЛАВРОВ МАТЕМАТИКИ

[1]Кушнир Т.И.

[1]ФГБОУ ВПО «Тюменский государственный университет», (ул. Семакова, 10, г. Тюмень, 625003), e-mail: taisyakushnir@mail.ru

Статья посвящена проблеме обучения студентов бакалавров математическим дисциплинам во взаимосвязи математического анализа и геометрии, в частности дифференциальной геометрии и топологии и многомерной геометрии, которые изучаются студентами в разделах математики. В ней рассматриваются примеры, показывающие проникновение разделов математического анализа, в частности дифференциального исчисления, в курс геометрии. Показаны основные формы использования разделов математики, их интеграция. Рассматривается вариант реализации междисциплинарной интеграции, раскрывается необходимость активного включения задач из курса математического анализа в курс геометрии и топологии, что позволяет повысить качество подготовки студентов. Показано, что формирование целостного научного мировоззрения у студентов должно быть направлено не только на вооружение их научным пониманием окружающей действительности, но и на превращение этих знаний во внутренние убеждения каждого студента.

Ключевые слова: качество подготовки, междисциплинарная интеграция, мировоззрение

INTERDISCIPLINARY INTEGRATION OF THE COURSES «CALCULUS» AND «GEOMETRY» AS FACTOR OF UPGRADING OF TRAINING OF BACHELORS OF MATHEMATICS

[1]Kuchnir T.I.

[1]Tobolsk «Tyumen State University» campus, 626152, 10, Semakova Street, Tyumen, Russia, e-mail: taisyakushnir@mail.ru

The article is devoted to a problem of training of students of bachelors in mathematical disciplines in interrelation of a calculus and geometry, in particular a differential geometry and topology and many-dimensional geometry which are studied by students in sections of mathematics. The examples showing penetration of sections of a calculus, in particular a differential calculus in a geometry course are reviewed in the article. The main forms of use of sections of mathematics, their integration are shown. The option of realization of interdisciplinary integration is considered, the need of the fissile inclusion of tasks from a calculus course in a course of geometry and topology that allows to increase quality of training of students reveals. It is shown that formation of complete scientific outlook of students has to be directed not only on arms by their scientific comprehension of an environmental real, but also transformation of this knowledge into internal belief of each student.

Keywords: quality of preparation, interdisciplinary integration, outlook

Ярким отражением математизации наук, т. е. процесса проникновения идей и методов математики в самые различные области знания, стала междисциплинарная интеграция математики и естественных, технических, экономических и других наук.

Как и у каждой науки, у математики славное прошлое и замечательное будущее. Научные исследования в области физики, химии, биологии, экологии, социологии, экономики, психологии и многих других наук не обходятся без применения математических методов. Поэтому большое значение для будущего специалиста в той или иной сфере деятельности имеет наличие у него исследовательской компетентности в области приложения математики.

Между школьной и высшей математикой имеется большая пропасть. К сожалению, в настоящее время в российском образовании все обучение математике и его содержание в первую очередь нацелено на подготовку к ЕГЭ. Цели обучения математике разнообразны. В них представлены такие направления, как развитие и воспитание личности учащегося в соответствии с потребностями общества, умение применять математические методы для практических нужд, подготовка для продолжения обучения в магистратуре и аспирантуре, в том числе по педагогическим и по физико-математическим специальностям. Взгляды на содержание обучения у разных педагогов могут сильно отличаться.

Изучение в вузе курса математики является важнейшим средством в решении проблемы формирования целостного научного мировоззрения молодых специалистов. Научное мировоззрение является системой взглядов на природу и общественные явления, основанной на данных науки. Работа преподавателей по формированию целостного научного мировоззрения у студентов должна быть направлена как на вооружение их научным пониманием окружающей действительности, так и на превращение этих знаний во внутренние убеждения каждого студента. Математика в процессе обучения студентов несет значительную мировоззренческую нагрузку: абстрактность математики и ее дедуктивный метод исследования позволяют один и тот же математический результат, одни и те же математические понятия применять к изучению самых разнообразных по своему конкретному содержанию явлений [1].

Рассмотрим вузовскую математику. Студенты математических специальностей изучают математику, подразделяя ее на алгебру, геометрию и математический анализ.

В течение всей своей трехвековой истории математический анализ занимал в математике ведущее положение. Его методами решали труднейшие практические задачи, он был объектом бесчисленных теоретических исследований. Именно средствами математического анализа строятся математические модели и производятся операции над этими моделями (дифференциальное и интегральное исчисление).

Попытки ввести начальные сведения из математического анализа в практику школьного математического образования предпринимаются издавна и ведутся с возрастающей настойчивостью. Часто бывает очень трудно разъяснить смысл вводимых понятий и операций и формализовать представление о рассматриваемом понятии, например о бесконечно малых величинах или понятии предела, с которым невозможно связать никакой регулярный алгоритм его вычисления. Понятие предела принципиально неалгоритмично, но оно оказывается основным в математическом анализе и широко используется при вычислениях.

В конце XVIII – начале XIX вв. возникла новая область научных знаний – дифференциальная геометрия, которая обосновывает приложение анализа к геометрии. Основателями этой области стали Л. Эйлер и его предшественники. Эйлер рассматривал выделение вопросов дифференциальной геометрии с двух точек зрения: первая связана с формированием математического анализа и рассмотрением его приложений к геометрии, а вторая – с решением задач картографии и геодезии (т.е. с потребностями практики). Основные результаты, полученные Эйлером в этой области, можно разделить на три группы:

1) результаты по теории кривых на плоскости;

2) результаты по теории кривых в пространстве;

3) результаты по теории поверхностей [2].

Ученики и последователи Эйлера стали прекрасными преподавателями математики, организаторами математического образования в России, авторами руководств по различным вопросам математики (в том числе и по приложениям дифференциального исчисления к геометрии), в которых были реализованы его основные методические идеи.

Первая из них – идея сближения содержания математического образования с современной математикой. Начиная с Л. Эйлера, в учебные курсы математики оперативно стали включаться новейшие достижения науки. Многие из его классических математических сочинений, например по приложению дифференциального исчисления к геометрии, были написаны столь доходчиво и живо, что в течение длительного времени использовались в качестве учебных руководств для университетов. Заложенная им традиция патронажа математики как науки над соответствующим учебным курсом обеспечивала научно-содержательные условия эффективного развития математического образования.

Вначале дифференциальная геометрия была составной частью учебного курса «Математический анализ». В настоящее время это отдельная дисциплина, которая читается студентам направлений подготовки «Математика» и «Математика и компьютерные науки».

Одним из разделов геометрии является многомерная геометрия, которая позволяет от геометрии плоскости и трехмерного пространства перейти к n-мерной евклидовой геометрии. Поэтому важно включать разделы многомерной геометрии в перечень курсов по выбору для подготовки квалифицированных специалистов-бакалавров по направлению «Математика».

Вторая идея – вычленение в математическом образовании основных дисциплин – арифметики, геометрии, тригонометрии, алгебры, математического анализа. Это привело к доминированию тенденции разумной минимизации количества математических дисциплин и избавлению от полиструктурности учебных математических курсов. В русле этой идеи идет их постепенное очищение от чужеродного материала.

Третья идея – построение учебных курсов по математике на основе прогрессивных для того времени таких дидактических принципов, как системность, научность, доступность изложения материала, учет возрастных особенностей учащихся.

Рассмотрим учебные планы направления подготовки «Математика». В этих планах присутствуют связные дисциплины: математический анализ и геометрия. В целях этих дисциплин просматривается «формирование систематических знаний в области математического анализа (дифференциальной геометрии и топологии), о его месте и роли в системе математических наук, приложениях в естественных науках» [5].

Компетенции, формируемые в результате изучения этих дисциплин:

1) общекультурные (ОК):

а) фундаментальная подготовка в области фундаментальной математики и компьютерных наук, готовность к использованию полученных знаний в профессиональной деятельности (ОК-11);

б) способность к анализу и синтезу информации, полученной из любых источников (ОК-14);

2) профессиональные (ПК):

а) глубокое понимание сути точности фундаментального знания (ПК-13);

б) выделение главных смысловых аспектов в доказательствах (ПК-16) [5].

Как видим, обе дисциплины ориентируют на учебно-воспитательный и научно-методический виды профессиональной деятельности, их изучение способствует решению типовых задач профессиональной деятельности.

Дифференциальная геометрия изучает линии и поверхности в трехмерном пространстве методами дифференциального и интегрального исчисления, т.е. с использованием таких понятий, как «производная», «дифференциал», «интеграл». Другими словами, основой дифференциальной геометрии являются:

1) аналитическая геометрия;

2) линейная (векторная) алгебра;

3) математический анализ.

Поэтому преподавателю, читающему дисциплину «Математический анализ», важно знать структуру дисциплины, умело выделяя в разделах основные, базовые понятия.

Преподавание дифференциальной геометрии и топологии создает базу для изучения алгебры, геометрии и математического анализа, предполагает достаточно хорошее освоение классических результатов вышеперечисленных предметов. В то же время нельзя изучить дифференциальную геометрию, не изучив математический анализ, который является основой всей вузовской математики.

Организуя учебные занятия по дисциплинам профиля, нужно учитывать их порядок, последовательность, отражать научно-методические основы дисциплины. Аудиторная работа включает лекции, практические занятия, самостоятельную работу, творческие индивидуальные задания.

Рассмотрим пример. Хорошо прослеживается связь между математическими дисциплинами при изучении раздела «Дифференциальное и интегральное исчисление», который является основой всей математики. Этот раздел изучается не только студентами-педагогами, но и в большей степени он необходим студентам технических вузов и прикладных направлений подготовки.

В курсе математического анализа решаются геометрические задачи на нахождение наибольших и наименьших значений величин. В обязательной программе это не выделяется ни в алгебре, ни в геометрии, хотя его большая роль в формировании ряда личностных качеств студента и его мировоззрения неоспорима. Этот курс углубляет знания студентов по математике, способствует повышению качества их математической подготовки, ярче и глубже отражает достижения и проблемы современной математики, содействует профессиональной ориентации студентов в области математики. При этом необходимо дать будущему учителю возможность познакомиться с интереснейшими задачами и их решениями по истории математики, помочь в приобретении навыков решения геометрических задач не только с применением производной, но и методами элементарной математики.

Покажем на конкретном примере связь между указанными дисциплинами. Рассмотрим вариант лекции [3]. В курсе математического анализа изучаются частные производные и их геометрический смысл. Показывается, что касательная плоскость имеет уравнение вида: $F_x'(x-x_0)+F_y'(y-y_0)+F_z'(z-z_0)=0$. Если уравнение поверхности задано в виде $z=f(x,y)$, то уравнение касательной плоскости примет вид: $z-z_0=f_x'(x-x_0)+f_y'(y-y_0)$. *Нормаль к поверхности имеет* вид: $\dfrac{x-x_0}{F_x`}=\dfrac{y-y_0}{F_y`}=\dfrac{z-z_0}{F_z`}$, а если уравнение поверхности задано в виде $z=f(x,y)$, то $\dfrac{x-x_0}{F_x`}=\dfrac{y-y_0}{F_y`}=\dfrac{z-z_0}{-1}$.

В дифференциальной же геометрии пространственную кривую можно задать и параметрическими уравнениями $x=x(t)$, $y=y(t)$, $z=z(t)$ или векторным уравнением $\bar{r}=x(t)\bar{i}+y(t)\bar{j}+z(t)\bar{\kappa}$. Это уравнение задает $\bar{r}$ как *вектор-функцию* скалярного аргумента t, т.е. $\bar{r}=\bar{r}(t)$. Соответствующую кривую называют *годографом* вектора $\bar{r}$.

Уравнения касательной к кривой $\overline{r} = x(t)\cdot\overline{i} + y(t)\cdot\overline{j} + z(t)\cdot\overline{\kappa}$ в точке M_0 имеют вид: $\frac{x - x_0}{x_0'} = \frac{y - y_0}{y_0'} = \frac{z - z_0}{z_0'}$, где x_0', y_0', z_0' — производные функций $x(t), y(t), z(t)$ в точке t_0.

Как видим, между математическим анализом и геометрией есть много общего. И студентам необходимо показывать эту связь как можно чаще.

Покажем еще на одном примере. Рассмотрим дугу кривой без кратных и особых точек, заданную параметрическими уравнениями: $x = \varphi(t)$ и $y = \phi(t)$. Если в каждой точке провести касательную, то вследствие того, что дуга искривлена, эта касательная с перемещением точки касания будет вращаться. Степень искривленности (или кривизну) в различных точках можно выразить некоторым числом.

Кривизной кривой в точке М назовем предел, к которому стремится средняя кривизна дуги MM_1, когда точка M_1 вдоль по кривой стремится к М.

$$k = \lim_{\sigma\to 0}\frac{\omega}{\sigma}$$

Кривизна окружности есть величина, обратная радиусу окружности $k = \frac{1}{R}$, так как $\frac{\omega}{\sigma} = \frac{\omega}{R\cdot\omega} = \frac{1}{R}$.

Формула для вычисления кривизны кривой: $k = \frac{x_t' \cdot y_{t^2}'' - x_{t^2}'' \cdot y_t'}{\left(x_t'^2 + y_t'^2\right)^{\frac{3}{2}}}$. Если кривая задана явным уравнением $y = f(x)$, тогда $k = \frac{y''_{x^2}}{\left(1 + y_x'^2\right)^{\frac{3}{2}}}$, если же полярным уравнением, то ее кривизна: $k = \frac{\rho^2 + 2\rho'^2 - \rho\cdot\rho''}{\left(\rho^2 + \rho'^2\right)^{\frac{3}{2}}}$. Радиус кривизны вычисляется по формуле: $R = \frac{1}{k}$.

Так, в курсе математического анализа рассматриваются кривые, исследуются графики функций на выпуклость, которая определяется с помощью второй производной. Поэтому предполагается, что студенты должны знать основные понятия. В этом случае сразу можно подвести студентов к тому, что есть такое понятие, как «кривизна кривой (изгиб)».

В дифференциальной геометрии рассматривается в пространстве линия γ, отнесенная к натуральному параметру s. Линия γ имеет уравнение: $\gamma : \vec{r}(s) = \{x(s), y(s), z(s)\}$.

В каждой точке М линии γ определены три взаимно-перпендикулярные прямые: касательная, главная нормаль и бинормаль. При движении точки М по линии γ эти три прямые вращаются с некоторой скоростью, зависящей от самой линии γ. Скорость вращения касательной l_1 называется ***кривизной линии*** γ в точке М и обозначается κ, а скорость вращения бинормали называется ***кручением линии*** γ в точке М и обозначается χ.

В векторной форме кривизна вычисляется по формуле: $k = \dfrac{\left|\vec{r}' \times \vec{r}''\right|}{\left|\vec{r}'\right|^3}$. Кручение $\chi = \dfrac{\left(\vec{r}', \vec{r}'', \vec{r}'''\right)}{\left|\vec{r}' \times \vec{r}''\right|^2}$.

Практические занятия в учебном процессе имеют, наверное, большее значение, чем лекции. Основная цель этих занятий – отработка теоретического материала, формирование умений по применению теоретических знаний на практике. Они являются наиболее активной формой общения с преподавателем. На этих занятиях закрепляется изученный на лекциях материал, решаются конкретные задачи. В начале практических занятий рекомендуется проведение небольшой проверочной работы, например математического диктанта по знанию основных определений, теоретических фактов, формул, необходимых на данном занятии.

Большое значение имеет и самостоятельная деятельность студентов, формы которой необходимо продумать заранее и нацеливать на ее выполнение с первых занятий.

Задачи, показывающие связь между математическим анализом и геометрией, приучают студентов логически рассуждать, развивают умения анализировать, синтезировать, конкретизировать, обобщать, т.е. способствуют развитию логического мышления и пространственных представлений у обучаемых, строгости суждения, графической культуры. Эти задачи заставляют студентов обстоятельнее и глубже разобраться в известных им сведениях как по математическому анализу, так и по геометрии, а также побуждают дать им практическое применение.

Самостоятельным творческим исследованием является написание курсовых работ. Работа со специальной литературой позволяет развивать творческий потенциал, познавательный интерес, интеллектуальную инициативу, умение самостоятельно ориентироваться в обширной научной литературе. Это также способствует освоению студентами логики и методологии научного поиска, что является обязательным компонентом общенаучной и инструментальной компетенций.

Например, рассмотрим тему курсовой работы «Элементы многомерной геометрии».

Цель данной работы: рассмотреть подробно аксиоматику Вейля многомерного евклидова пространства на базе линейной алгебры.

План

1. Рассмотреть основные факты линейной алгебры.
2. Дать построение многомерного евклидова пространства.

3. Изучить плоскости произвольных размерностей в многомерном евклидовом пространстве.

Также предлагается литература для написания курсовой работы.

Даже по указанной теме можно проследить связь между математическими дисциплинами.

По аналогичной теме может быть предложена и выпускная квалификационная работа.

Список литературы

1. Громыко Н. В. Метапредметный подход как ядро российского образования. URL: http://uch.znate.ru/docs/1733/index-4587.htm
2. Демисенова С.В., Кушнир Т.И. Профессиональная направленность заданий при обучении математике // Наука и образование в XXI веке: сб. науч. трудов по материалам Междунар. науч.-практ. конф. 31 октября 2014 г.: в 17 частях. Часть 11; Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2014. 164 с. – С. 88–89
3. Кушнир Т.И. Формирование фундаментальных понятий математического анализа у студентов вуза // Педагогика в глобализирующемся пространстве науки: Матер. V Всеросс. науч.- практ. конф. – Тобольск, ТГСПА им. Д.И. Менделеева, 2011. – 191 с. – С. 85–87.
4. Кутумова А.А., Кушнир Т.И. Научно-исследовательская деятельность студентов как фактор повышения качества подготовки бакалавров профессионального обучения // Фундаментальные исследования» № 11-8, 2014. – С. 1803–1807
5. ФГОС ВПО по направлениям бакалавриата. URL: http://fgosvo.ru/fgosvpo/7/6/1/5 (дата обращения 12.10.2014).

Рецензенты:

Егорова Г.И., д.п.н., профессор, заведующая кафедрой химии и химической технологии федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Тюменский государственный нефтегазовый университет» филиал в г. Тобольске, г. Тобольск.

Маллабоев У., д.ф.-м.н., профессор кафедры физики, математики и методик преподавания федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Тюменский государственный университет» филиал в г. Тобольске, г. Тобольск.