

О КОМПЬЮТЕРНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ

¹ Манохин Е.В., ¹ Кузнецов Г.В., ² Добрынина И.В.

¹Тульский филиал Федерального государственного образовательного бюджетного учреждения высшего образования «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации» (Тульский филиал Финуниверситета, 300012, Тула, ул. Оружейная, д. 1а), e-mail: tula@fa.ru

² Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего образования «Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого» (ТГПУ им. Л.Н. Толстого, 300026, Тула, Проспект Ленина, 125), e-mail: F_mfii@tspu.tula.ru

Динамическое программирование (ДП) – метод оптимизации, приспособленный к операциям, в которых процесс принятия решения может быть разбит на этапы. Проблема решения задач динамического программирования студентами исследуется в аспекте применения возможностей электронных таблиц MS Excel. Перед студентами ставится экономическая задача, необходимо построить ее математическую модель, используя математические методы оптимизации, и найти ее решение. Электронные таблицы MS Excel наиболее наглядно отражают операции, проводимые с данными, поэтому обучающиеся, проходя шаги алгоритма и указывая ячейки с данными, с которыми проводятся действия, сами участвуют в построении алгоритма вычислений. Это позволяет четко представить пошаговый процесс, используемый в задачах динамического программирования, не отвлекаясь на процесс вычислений. В статье на примере рассмотрена методика пошагового процесса при изучении дисциплин «Оптимизация в управлении» студентами факультета математики, физики и информатики Тульского государственного педагогического университета им. Л.Н. Толстого и «Исследование операций» студентами Тульского филиала Финуниверситета. Представлены выводы по итогам исследований.

Ключевые слова: динамическое программирование, электронные таблицы MS Excel, экономическая задача

ABOUT COMPUTER REALIZATION OF ONE PROBLEM OF OPTIMIZATION

¹ Manokhin E.V., ¹ Kuznetsov G.V., ² Dobrynina I.V.

¹Tula filial of Financial university, Tula, Russia (Tula, Weapon Street 1a, 300026), e-mail: tula@fa.ru

²Tula state pedagogical university of L.N. Tolstoy, Tula, Russia (300026, Tula, Lenin Ave 125.), e-mail: F_mfii@tspu.tula.ru

Dynamic programming (DP) - the method of optimisation adjusted for operations in which decision-making process can be divided into stages. The problem of a solution of problems of a dynamic programming is investigated by students in aspect of application of possibilities of spreadsheets MS Excel Before students the economic problem is put, it is necessary to construct its mathematical model, using mathematical methods of optimisation and to discover its solution. Spreadsheets MS Excel most obviously reflect the operations spent with the data, therefore trained, passing algorithm pitches, and specifying meshes with the data with which operations are spent, participate in construction of algorithm of evaluations. It allows to present accurately the step by step process used in problems of a dynamic programming, without distracting on process of evaluations. In paper on an example the technique of step by step process is considered at study of disciplines «Optimization in control» students of faculty of mathematics, physics and computer science of the Tula state pedagogical university of L.N.Tolstoy and "Operations research" students of the Tula branch of Financial university. Conclusions are presented following the results of researches.

Keywords: a dynamic programming, spreadsheets MS Excel, an economic problem

Авторами предлагается технология компьютерной реализации моделей динамического программирования, изучаемых на дисциплинах «Оптимизация в управлении» студентами факультета математики, физики и информатики Тульского государственного педагогического университета им. Л.Н. Толстого и «Исследование операций» студентами Тульского филиала Финуниверситета.

При изучении решения задач динамического программирования целесообразно использовать проблемно ориентированный подход. Перед студентами ставится экономическая задача, необходимо построить ее математическую модель, используя математические методы оптимизации и возможности электронных таблиц MS Excel, найти ее решение. Электронные таблицы наиболее наглядно отражают операции, проводимые с данными, поэтому обучающиеся, проходя шаги алгоритма и указывая ячейки с данными, с которыми проводятся действия, сами участвуют в построении алгоритма вычислений. Это позволяет четко представить пошаговый процесс, используемый в задачах динамического программирования, не отвлекаясь на процесс вычислений. Отметим, что данная статья выполнена в рамках договора о творческом сотрудничестве Тульского филиала Финуниверситета с ТГПУ им. Л.Н. Толстого. Преподаватели принимают участие в таких видах работы, как совместные исследования по научно-методическим темам [3, 4], проведение научно-практических конференций.

При преподавании дисциплин в условиях компетентного подхода от преподавателя требуется применение инновационных технологий [5], определенных форм обучения, информационных технологий, чтобы завладеть вниманием студентов [1, 2, 6].

Динамическое программирование (ДП) – метод оптимизации, приспособленный к операциям, в которых процесс принятия решения может быть разбит на этапы. Начало развития ДП относится к 1950-м гг. и связано с именем Р. Беллмана. Рассмотрим конкретный пример.

Задача. Планируется деятельность четырех промышленных предприятий (системы) на очередной год. Начальные средства: $S_0=5$ условных единиц. Размеры вложения в каждое предприятие кратны 1 условной единице. Средства X , выделенные k -му предприятию ($k=1, 2, 3, 4$), приносит в конце года прибыль $f_k(X)$. Функции $f_k(X)$ заданы таблично:

X	$f_1(X)$	$f_2(X)$	$f_3(X)$	$f_4(X)$
1	8	6	3	4
2	10	9	4	6
3	11	11	7	8
4	12	13	11	13
5	18	15	18	16

Принято считать, что:

- 1) прибыль $f_k(X)$ не зависит от вложенных средств в другие предприятия;
- 2) прибыль от каждого предприятия выражается в одних условных единицах;
- 3) суммарная прибыль равна сумме прибылей, полученных от каждого предприятия.

Определить, какое количество средств нужно выделить каждому предприятию, чтобы суммарная прибыль наибольшей.

Решение. Обозначим через X_k количество средств, выделенных k -му предприятию. Суммарная прибыль равна:

$$Z = \sum_{k=1}^n f_k(X_k).$$

Переменные X удовлетворяют ограничениям:

$$\sum_{k=1}^4 X_k = 5, X_k \geq 0 \quad (k = \overline{1, 4}).$$

Требуется найти переменные X_1, X_2, X_3, X_4 , удовлетворяющие данным ограничениям и обращающие в максимум функцию Z .

Рассмотрим особенности модели. Ограничения линейные, но переменные целочисленные, а функции $f_k(X_k)$ заданы таблично, поэтому нельзя применить методы целочисленного линейного программирования.

Схема решения задачи методом ДП имеет следующий вид: процесс решения распределения средств можно рассматривать как 4-шаговый, номер шага совпадает с номером предприятия; выбор переменных X_1, X_2, X_3, X_4 – уравнения соответственно на I, II, III, IV шагах; S_4 – конечное состояние процесса.

Введем в рассмотрение функцию $Z_k^*(S_{k-1})$ – условно оптимальную прибыль, полученную от k -го, $(k+1)$ -го, ..., 4-го предприятий, если между ними распределялись оптимальным образом средства S_{k-1} ($0 \leq S_{k-1} \leq 5$). Уравнения на k -ом шаге удовлетворяют условию: $0 \leq X_k \leq S_{k-1}$ (либо k -му предприятию ничего не выделяем, $X_k=0$, либо не больше того, что имеем к k -му шагу, $X_k \leq S_{k-1}$).

Решение уравнений Беллмана осуществляется путем последовательной оптимизации каждого шага.

Компьютерная реализация

Создадим текстовую форму – таблицу для ввода условий задачи. Введем исходные данные задачи в созданную форму-таблицу:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1																				
2		X	$f_1(X)$	$f_2(X)$	$f_3(X)$	$f_4(X)$														
3		0	0	0	0	0														
4		1	8	6	3	4														
5		2	10	9	4	6														
6		3	11	11	7	8														
7		4	12	13	11	13														
8		5	18	15	18	16														
9																				
10																				
11																				
12																				
		S_{k-1}	X_k	S_k	k= 3			k= 2			k= 1									
					$f_3(X)$	$Z_3^-(S_3)$	$f_3(X)+Z_3^+(S_3)$	$Z_3^-(S_2)$	$X_3^-(S_2)$	$f_3(X)$	$Z_3^+(S_2)$	$f_3(X)+Z_3^+(S_2)$	$Z_3^-(S_1)$	$X_3^-(S_1)$	$f_3(X)$	$Z_3^+(S_1)$	$f_3(X)+Z_3^+(S_1)$	$Z_3^-(S_0)$	$X_3^-(S_0)$	
13		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
14		0	0	0																
15		1	0	1																
16		1	1	0																
17		2	0	2																
18		2	1	1																
19		3	0	3																
20		3	1	2																
21		4	0	4																
22		4	1	3																
23		5	0	5																
24		5	1	4																
25		5	2	3																
26		5	3	2																
27		5	4	1																
28		5	5	0																
29																				
30																				
31																				
32																				
33																				
34																				
35																				
36																				

1. В ячейку E15 введем формулу
 $\text{=ИНДЕКС}(\$B\$3:\$F\$8; \text{ПОИСКПОЗ}(\$C15;\$B\$3:\$B\$8); G\$12+1)$, скопируем формулу с ячейки E15 до ячейки E35.
2. В ячейку F15 введем формулу
 $\text{=ИНДЕКС}(\$B\$3:\$F\$8; \text{ПОИСКПОЗ}(\$D15;\$B\$3:\$B\$8); 5)$,
скопируем формулу с ячейки F15 до ячейки F35.
3. В ячейку G15 введем формулу =E15+F15 , скопируем формулу с ячейки G15 до ячейки G35.
4. Находим максимальное значение для каждого состояния от 0 до 5, для этого в ячейку H15 введем формулу $\text{=МАКС}(G15)$. После копирования формулы в ячейку H16 необходимо изменить диапазон с G16 на G16:G17, для этого стоя в строке формул необходимо растянуть выделенный прямоугольник на одну ячейку вниз. Затем копируем формулу из H16 в ячейку H18 и проводим такие же операции по увеличению диапазона, и так до ячейки H30.
5. Находим значение управления X_k , которому соответствует максимальное значение функции Z_k , для этого в ячейку I15 введем формулу
 $\text{=ИНДЕКС}(\$C15:G15; \text{ПОИСКПОЗ}(H15;G15;0); 1)$, скопируем формулу в ячейки I16, I18, I21, I25, I30 постепенно увеличивая диапазон, аналогично тому, как это делалось в пункте 5. Выделяем диапазон ячеек E15:I35 выполняем команду Копировать, устанавливаем курсор в ячейку J15 выполняем команду Вставить.

Изменим формулу функции $Z_3^*(S_2)$. В ячейки K15, K16, K18, K21, K25, K30 введем соответственно максимальные значения предыдущего шага, находящиеся в ячейках H15, H16, H18, H21, H25, H30. В остальные ячейки поместим значения, стоящие в этом же столбце и соответствующие предыдущим S_k . В ячейку K17 копируем значение ячейки K15; в ячейки K19 и K20 – значения K16 и K17; в K22:K24 – K18:K20 и так до ячейки K35. В результате получим таблицу.

6. Выделяем диапазон ячеек J15:N35 выполняем команду Копировать, устанавливаем курсор в ячейку O15 выполняем команду Вставить. Сравнивая полученные значения, получим $Z_1^*(5)=24$ усл. ед. = Z_{\max} при $X_1^*=X_1^*(5)=1$. Вычисляя, получим $S_1^*=5-1=4$, а по таблице в столбце 12 находим $X_2^*=X_2^*(4)=2$. Далее находим $S_2^*=4-2=2$, а в столбце 6 $X_3^*=X_3^*(2)=1$. Наконец, $S_3^*=2-1=1$ и $X_4^*=X_4^*(1)=1$, т. е. $X^*(1; 2; 1; 1)$.

Ответ. Максимум суммарной прибыли равен 24 усл. ед. средств при условии, что 1-му предприятию выделено 1 усл. ед.; 2-му предприятию – 2 усл. ед.; 3-му предприятию – 1 усл. ед.; 4-му предприятию – 1 усл. ед.

Список литературы

1. Добрынина И.В. Оптимизация в управлении. — Тула: Издательство ТГПУ им. Л.Н. Толстого, 2013 — 120 с.
2. Манохин Е.В. Об одной математической игре // Сборник научных трудов Sworld. 2013. Т. 11. — № 1. — С. 92–95.
3. Манохин Е.В., Добрынина И.В. О создании методических пособий с целью повышения качества образования студентов экономических вузов // Сборник научных трудов Sworld. 2012. — Т. 23. — № 4. — С. 51–55.
4. Манохин Е.В., Добрынина И.В. О проведении интерактивных занятий по некоторым математическим дисциплинам в соответствии с ФГОС ВПО на образовательных траекториях бакалавриата с целью повышения качества образования студентов экономических вузов // Сборник научных трудов Sworld. — 2013. — Т. 19. — № 1. — С. 14–17.
5. Манохин Е.В., Кузнецов Г.В. Алгоритмизация процесса обучения теории вероятностей в экономическом вузе // Вестник Тульского филиала Финуниверситета. — 2014. — № 1. — С. 291–292.
6. Назырова Е.А. Использование интерактивных методов и приемов обучения при проведении практического занятия на тему «Россия во всемирно-историческом процессе» по дисциплине «История» // Вестник Тульского филиала Финуниверситета. — 2014. — № 1. — С. 315–318.

Рецензенты:

Добровольский Н.М., д.ф.-м..н., профессор Тульского государственного педагогического университета имени Л.Н. Толстого, г. Тула;

Митрохина О.А., д.п.н., профессор Тульского государственного педагогического университета имени Л.Н. Толстого, г. Тула.