

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОСТМОРТАЛЬНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ ТРУПА ПРИ НЕСТАБИЛЬНЫХ ВНЕШНИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

Лакно А.В.<sup>1</sup>, Халиков А.А.<sup>2</sup>, Найденова Т.В.<sup>3</sup>, Бабушкина К.А.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Ижевская государственная медицинская академия Минздрава России», Ижевск, e-mail: izhsudmed@hotmail.com;

<sup>2</sup>ФГБОУ ВО «Башкирский государственный медицинский университет» МЗ РФ, Уфа, e-mail: airatexpert@mail.ru;

<sup>3</sup>БУЗ УР «Бюро судебно-медицинской экспертизы Минздрава УР», Ижевск, e-mail: izhsudmed@hotmail.com

Охлаждение мертвого тела является одним из объективных процессов, численное измерение которого позволяет судебно-медицинскому эксперту достоверно судить о давности наступления смерти человека. Расчет давности смерти может быть произведен с использованием различных математических моделей, среди которых наиболее предпочтительными являются модели, относящиеся к классу экспоненциальных. Формульный расчет давности смерти, основанный на экспоненциальном характере описания динамики температуры трупа, позволяет установить давность смерти с максимальной точностью, за счет учета множества влияний на процесс охлаждения ряда внешних и внутренних факторов. Влияние внутренних факторов учитывается с помощью оптимизации термических постоянных в математической модели. К внешним факторам, в первую очередь, необходимо отнести температурные условия, в которых находится мертвое тело. Если эти условия нестабильны, в расчетах может появиться ошибка, величину которой сложно определить. Учету нестабильности внешних температурных условий и созданию математической модели, точно описывающей динамику охлаждения трупа при переменной внешней температуре, посвящена настоящая статья. Авторами произведена модификация экспоненциальной модели В.А. Куликова путем введения выражения, моделирующего поверхностную температуру трупа и установление взаимосвязи между поверхностной и глубокой температурами. Кроме того, моделирование охлаждения тела произведено дискретно, интервалами небольшой продолжительности, что позволяет точнее учесть колебания внешних температур. Изучены 64 трупа, на 16 из них произведено моделирование резких изменений внешней температуры. Показано, что разработанный вариант математической модели хорошо учитывает резкие изменения внешних температур. Разработан способ практического расчета давности смерти в программе Microsoft Excel.

Ключевые слова: давность смерти, охлаждение трупа, математическое моделирование, нестабильность внешних температур.

## MATHEMATICAL MODELING OF POSTMORTAL COOLING OF A DEAD BODY UNDER UNSTABLE EXTERNAL TEMPERATURES

Lakhno A.V.<sup>1</sup>, Khalikov A.A.<sup>2</sup>, Naydenova T.V.<sup>3</sup>, Babushkina K.A.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>«Izhevsk state medical academy of Ministry of Healthcare of Russia», Izhevsk, e-mail: izhsudmed@hotmail.com;

<sup>2</sup>«Bashkyrsky state medical university of Ministry of Healthcare of Russia», Ufa, e-mail: airatexpert@mail.ru;

<sup>3</sup>«The forensic medical examination Bureau», Izhevsk, e-mail: izhsudmed@hotmail.com

The cooling of the dead body is one of the objective processes, the numerical measurement of which allows the forensic expert to reliably judge the prescription of the death of a person. The calculation of the age of death can be carried out using various mathematical models, among which the most preferred are models belonging to the exponential class. The formula calculation of the duration of death, based on the exponential character of the description of the dynamics of the temperature of the corpse, allows you to set the duration of death with maximum accuracy by taking into account the many influences on the cooling process of a number of external and internal factors. The influence of internal factors is taken into account by optimizing the thermal constants in the mathematical model. To external factors, first of all, it is necessary to attribute the temperature conditions in which the dead body is located. If these conditions are unstable, an error may appear in the calculations, the magnitude of which is difficult to determine. This article is devoted to taking into account the instability of external temperature conditions and the creation of a mathematical model that accurately describes the dynamics of the cooling of a corpse at a variable external temperature. The authors have modified the exponential model of V.A. Kulikov, by introducing the expression that simulates the surface temperature of the corpse and the establishment of the relationship between surface and deep temperatures. In addition, the simulation of body cooling was carried out discretely, at intervals of short duration, which allows us to more accurately take into account fluctuations in external temperatures. 64

corpses were studied, and 16 of them were used to simulate sudden changes in external temperature. It is shown that the developed version of the mathematical model takes into account sharp changes in external temperatures well. A method for the practical calculation of the age of death in Microsoft Excel has been developed.

---

Keywords: time of death, cooling of a dead body, mathematical modeling, instability of external temperatures.

Судебно-медицинская диагностика давности наступления смерти (ДНС) человека в последние годы развития медицинской науки основывается на количественных характеристиках процессов, регистрируемых объективно инструментальными методами. Одним из таких посмертных процессов, наиболее часто измеряемым с целью диагностики ДНС, является охлаждение мертвого тела [1].

Регистрация скорости охлаждения трупа производится современными высокоточными термоизмерителями [2], в специально изученных и официально рекомендованных диагностических зонах (головной мозг, печень, прямая кишка) [3], в соответствии с требованиями руководящих нормативных документов [4]. В действующих приказах и правилах, регламентирующих процедуру осмотра места происшествия и трупа на месте его обнаружения, в частности в «Правилах работы врача-специалиста в области судебной медицины при наружном осмотре трупа на месте его обнаружения (происшествия)», указывается, что регистрация температуры тела производится не менее чем двукратно, через определенный интервал времени, с обязательным учетом температуры окружающей среды.

Двукратное измерение температуры позволяет эксперту установить скорость охлаждения мертвого тела, применив для определения ДНС расчетный способ [4]. Как указывалось в литературе [5], если до момента осмотра мертвого тела не изменялись условия его теплообмена с окружающей средой, например изменением положения трупа, его частей тела по отношению друг к другу и т.д., точность расчета ДНС может быть достаточно высокой.

Измерение температуры трупа три или четыре раза позволяет, помимо скорости охлаждения, определить некоторые другие особенности регистрируемого процесса по кривизне отслеживаемого температурного тренда, рассчитав, например, индивидуальную продолжительность первоначального температурного плато исследуемой диагностической зоны [6], еще больше уменьшив величину погрешности определения ДНС [7].

Для финального расчета, как правило, используются математические методики, основанные на описании температурного тренда экспоненциальными уравнениями [8]. Проверки адекватности этих моделей показали, что именно они являются приоритетными для практического применения, как обладающие наивысшей точностью описания

процесса охлаждения трупа в условиях неизменных внешних температурных условий [9]. Одной из самых часто используемых математических моделей является аналитическое решение двухэкспоненциальной модели С. Hennsge, предложенное В.А. Куликовым [10]. Формула В.А. Куликова характеризуется высокой точностью и оперативностью исчисления, что позволяет применять ее непосредственно в условиях осмотра места происшествия и трупа на месте его обнаружения. Удобство использования указанной формулы привело к тому, что именно это математическое выражение принято за основу современной методики термометрического установления ДНС, официально разрешенной к практическому применению в судебно-медицинских экспертизах [11].

При всех преимуществах указанного выражения оно имеет и определенное ограничение: использование только в условиях относительно постоянных внешних температур. Говоря о «постоянстве внешних температур» на месте реального происшествия, любой специалист в области судебно-медицинской экспертизы понимает, что оно относительное, т.к. некоторые колебания температуры окружающего труп воздуха, безусловно, имеют место быть во всем диапазоне времени пребывания трупа на исследуемом участке местности. Частично эти колебания могут быть учтены при выполнении мероприятий по «оптимизации начальных условий теплового моделирования» [12; 13], однако в тех случаях, когда колебания температуры окружающей среды были существенными, применение оптимизационных алгоритмов может оказаться бесперспективным. Это может привести к ошибкам определения ДНС, появлению у практикующего эксперта разочарованности в используемых методиках, неверия в возможность их практического использования и, как следствие, отказу от последующего их применения.

Между тем столь радикальное суждение, по нашему мнению, не является адекватным способом решения проблемы.

В судебно-медицинской науке описаны способы адаптации математических моделей, описывающих процесс постмортального охлаждения, для их работы в условиях нестабильных внешних температур [14]. Так, в частности, Е.Ф. Швед, модернизируя хорошо известное математическое выражение Marshall и Hoare, предлагает проводить моделирование охлаждения трупа дискретно, разбив весь описываемый период на подпериоды различной продолжительности таким образом, чтобы внутри каждого из подпериодов температуру внешней среды можно было бы принять в качестве константы [14].

Аналогичный подход было решено применить и авторами настоящей статьи, что позволило сформулировать цель исследования: адаптировать математическую модель,

предложенную В.А. Куликовым для описания охлаждения трупа, с возможностью работы адаптированного варианта в условиях внешних нестабильных температур, с ее проверкой на материале реальных объектов судебно-медицинской экспертизы.

### **Материал и методы исследования**

Исследование проведено на базе Бюджетного учреждения здравоохранения Удмуртской Республики «Бюро судебно-медицинской экспертизы Министерства здравоохранения Удмуртской Республики» (БУЗ УР «БСМЭ МЗ УР») в период 2008-2018 гг. Термометрическому изучению подвергнута динамика охлаждения 64 трупов лиц обоего пола, различного возраста. Термометрия проводилась в сроки от 4 до 18 часов посмертного периода непосредственно на месте первоначального обнаружения трупа.

Измерение температуры проводили в глубине печени и в головном мозге, температуры воздуха – на уровне исследуемой диагностической зоны, с помощью высокоточного электронного термометра с игольчатым датчиком оригинальной конструкции с разрешающей способностью 0,004 °С (рис. 1). Примененный термоизмеритель метрически стандартизован и имеет соответствующее свидетельство об утверждении его в качестве средства медицинской диагностики (RU.C.39.001.A № 52334).



*Рис. 1. Электронный микропроцессорный термоизмеритель*

Термометрия диагностических зон выполнялась в соответствии с требованиями действующей медицинской технологии, зарегистрированной и разрешенной к применению Министерством здравоохранения и социального развития Российской Федерации [11].

Замеры производили не менее чем 4-кратно (а в некоторых случаях значительно большее число раз), с интервалом в 10-15 минут, для создания «выборки процесса», на

основании которой возможно достоверное суждение об общих тенденциях охлаждения тела.

В каждом случае осуществлен перерасчет температуры тела для описания ее безразмерной величиной [14; 15].

Экспериментальное исследование по изучению влияния изменений внешних температурных условий на динамику охлаждения мертвого тела проведено в условиях секционного зала БУЗ УР «БСМЭ МЗ УР» на трупах, давность смерти которых не превышала 1,5-2,0 часа. Трупы помещались на каталку, подключались к термоизмерителю, выдерживались в течение 4 часов, для стабилизации их температурного режима, после чего перемещались в иные температурные условия. После стабилизации процесса охлаждения трупа в новых температурных условиях мертвое тело перемещалось обратно. Таким образом, было изучено 16 трупов с точно известной давностью смерти.

Все результаты измерения температур трупа вносились в базу данных, сформированную в программе Microsoft Excel, и обрабатывались традиционными методами количественной статистики.

### **Результаты исследований и их обсуждение**

Произведена модификация математической модели В.А. Куликова, заключающаяся во введении дополнительного уравнения, описывающего охлаждение поверхностных отделов тела ( $T_{II}$ ), и установление математической связи между  $T_{II}$  и температурой диагностической зоны ( $T_T$ ), путем введения  $T_{II}$  в основное выражение, моделирующее изменение  $T_T$  в продолжении постмортального периода.

Итоговое выражение, условно обозначенное как «адаптивный вариант модели В.А. Куликова», представляется в следующем виде:

$$\begin{cases} T_T(\tau) = (T_{T0} - T_C) \times e^{-\frac{\Delta\tau}{\tau_1}} + (T_{II} - T_C) \times \frac{\tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \times e^{-\frac{\Delta\tau}{\tau_1}} - (T_{II} - T_C) \times \frac{\tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \times e^{-\frac{\tau_2}{\tau_1}} + T_C \\ T_{II} = (T_{II0} - T_C) \times e^{-\frac{\tau}{\tau_1}} + T_C \end{cases} \quad (1)$$

где  $T_{T0}$  – внутренняя (прижизненная) температура тела, °С;

$T_{II}$  – температура внешнего слоя (поверхности тела), °С;

$T_{II0}$  – прижизненная температура внешнего слоя, °С;

$T_C$  – температура среды, °С;

$\tau$  – время (ДНС), час;

$\Delta\tau$  – продолжительность интервала моделирования, час;

$\tau_1$  – постоянная времени экспоненты регулярной стадии охлаждения;

$\tau_2$  – постоянная времени нерегулярной стадии охлаждения.

Произведя моделирование температуры трупа по выражению (1), представим

полученные температурные кривые в соотношении их с реальной динамикой охлаждения мертвого тела, зарегистрированной в интервале от 4 до 18 часов посмертного периода в условиях осмотра места происшествия и трупа на месте его обнаружения. Температуру трупа регистрировали во всех трех традиционно используемых диагностических зонах (головной мозг, печень, прямая кишка).

Результаты измерений температуры в соотношении с моделируемыми температурными трендами представлены на рисунке 2.

Из представленных результатов следует, что «адаптивная» математическая модель хорошо описывает реальную динамику охлаждения мертвого тела.

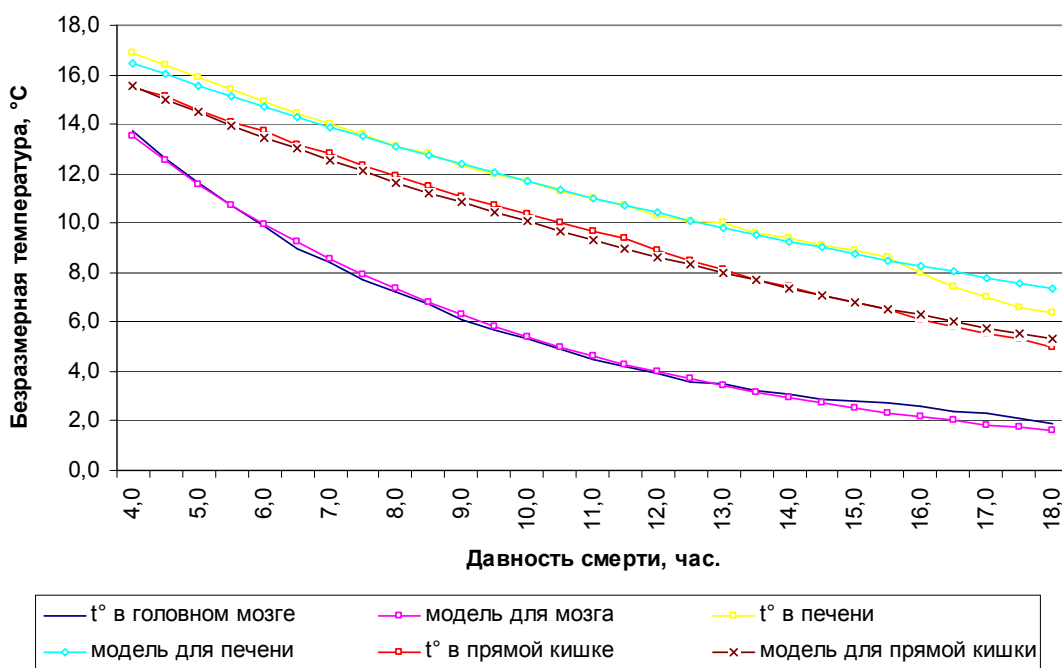


Рис. 2. Температурные тренды охлаждения стандартных диагностических зон в соотношении с результатами применения «адаптивной» математической модели

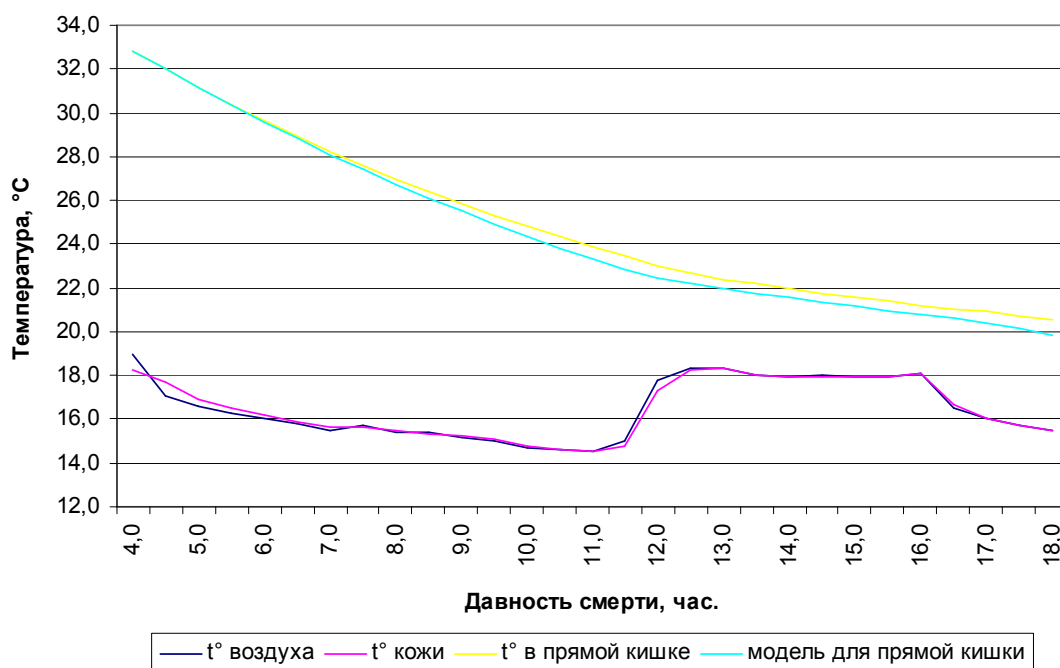
Указанный вывод подтверждается высокими значениями корреляции (таблица) между реальным диагностическим процессом и его описанием с помощью разработанной модели. Кроме того, низкие значения дисперсии также подтверждают сказанное (т.н. метод наименьших квадратов отклонений).

Характеристики соотношения адаптивной математической модели с реальной динамикой охлаждения тел

	Краниоэнцефальная термометрия	Термометрия печени	Ректальная термометрия
Корреляция	0,999	0,996	0,999
Дисперсия	0,016	0,078	0,014

Моделируя нестабильность внешних температурных условий (см. Материал и методы исследования), мы намеренно создавали резкое, скачкообразное изменение внешней температуры, т.к. труп, как и любой другой реальный объект физического мира, имеет температурную инерцию, существование которой может не проявиться при плавном изменении температуры окружающей среды, но обязательно будет выявлено при резком ее изменении.

Поведение математической модели при скачкообразном изменении температуры окружающей среды продемонстрировано на рисунке 3.



*Рис. 3. Поведение адаптивной математической модели при скачкообразных изменениях температуры окружающей среды*

Как следует из представленного рисунка (рис. 3), при резком, скачкообразном, изменении температуры окружающей среды максимальная ошибка моделирования температуры трупа, отмеченная к концу периода наблюдения (18 часов), составила 1,094 °С. Значения дисперсии и коэффициента корреляции между реальными и расчетными значениями температуры трупа составили 0,111 и 0,999 соответственно. Получение таких результатов однозначно свидетельствует о высокой степени соответствия моделируемой температуры трупа ее реальным значениям.

Практическое применение разработанного «адаптивного варианта математической модели В.А. Куликова» было реализовано нами с помощью средств Microsoft Excel, созданием листа расчета (рис. 4), в который предварительно введены разработанные

формульные выражения, и задачей судебно-медицинского эксперта является только указание четырех значений температуры трупа, измеренной им на месте происшествия в соответствующей диагностической зоне. Учет нестабильности внешних температурных условий реализуется путем указания периода времени, в течение которого наблюдалась указанная нестабильность, и значений температур, соответствующих минимальным и максимальным ее значениям в течение наблюдения.

Моделирование динамики охлаждения трупа сопровождается визуализацией процесса на графике, отображаемом на листе расчета (рис. 4).

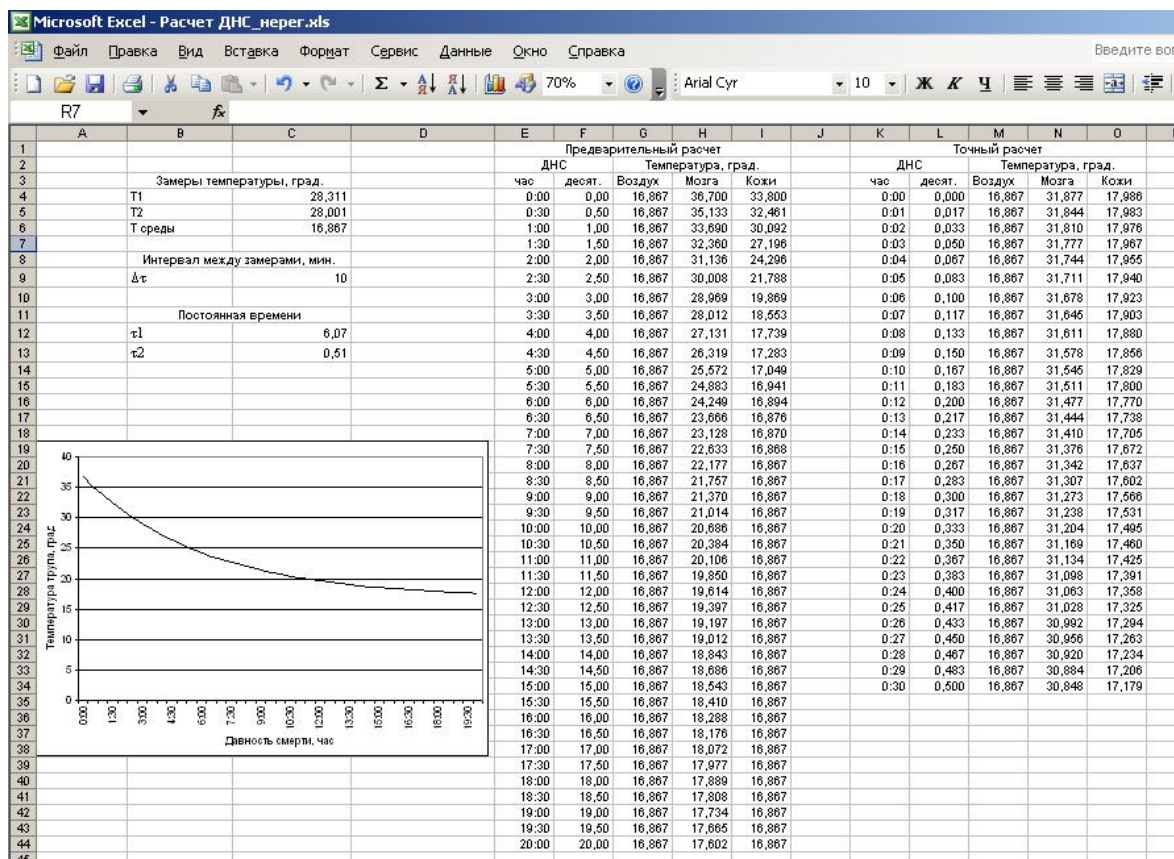


Рис. 4. Лист Microsoft Excel, реализующий пошаговый алгоритм расчета DNC («адаптивная модель»)

Значение DNC шага, на котором произошло совпадение моделируемой температуры трупа и реальной температурой, зафиксированной в ходе осмотра трупа на месте его обнаружения, принимается в качестве искомой DNC.

### Выводы

1. Разработан вариант математической модели, предложенной В.А. Куликовым для описания динамики температуры трупа в раннем постмортальном периоде, позволяющий применять его в условиях внешних нестабильных температур.
2. Достоинствами представленного решения является высокая точность моделирования, даже при резком, скачкообразном изменении температуры окружающего воздуха, хорошо



описывающего динамику изучаемого процесса.

3. Реализация расчета ДНС с помощью стандартного программного пакета Microsoft Excel позволяет легко внедрить его в практику судебно-медицинских экспертиз.

4. Визуализация динамики постмортального охлаждения дает судебно-медицинскому эксперту, проводящему расчет ДНС представленным способом, возможность ручной коррекции значения термических постоянных выражения (1) для достижения полного совпадения моделируемого процесса охлаждения и его реальной диагностической выборки.

### Список литературы

1. Вавилов А.Ю., Халиков А.А., Малков А.В., Кузовков А.В. О диагностике давности смерти термометрическим способом // Медицинский вестник Башкортостана. 2012. Т. 7. № 1. С. 129-130.
2. Куликов В.А., Вавилов А.Ю. Прибор судебно-медицинского эксперта // Медицинская экспертиза и право. 2013. № 6. С. 59-61.
3. Вавилов А.Ю. Практическая методика судебно-медицинской диагностики давности смерти по тепловому способу // Проблемы экспертизы в медицине. 2010. Т. 10. № 3-4 (39-40). С. 57-60.
4. Вавилов А.Ю., Кузовков А.В. Практическая реализация термометрической диагностики давности смерти в рамках действующей медицинской технологии // Актуальные проблемы судебной медицины и медицинского права: материалы межрегиональной научно-практической конференции с международным участием / Под ред. пр. П.О. Ромодановского, пр. С.В. Ерофеева, пр. Е.Х. Баринаова. 2014. С. 79-83.
5. Вавилов А.Ю., Найденова Т.В., Мартева А.В., Халиков А.А. Особенности термометрического исследования трупа на месте его первоначального обнаружения // Проблемы экспертизы в медицине. 2005. Т. 5. № 2 (18). С. 15-17.
6. Вавилов А.Ю., Малков А.В. Учет "температурного плато" как условие повышения точности диагностики давности смерти человека // Медицинская экспертиза и право. 2012. № 1. С. 14-16.
7. Малков А.В., Вавилов А.Ю., Халиков А.А., Кузовков А.В. Оптимизация тепловых постоянных как условие повышения точности диагностики давности смерти // Проблемы экспертизы в медицине. 2012. Т. 12. № 1-2 (45-46). С. 11-13.
8. Халиков А.А., Вавилов А.Ю., Щепочкин О.В. Судебно-медицинские аспекты посмертной термодинамики. Ижевск, 2004. 80 с.
9. Вавилов А.Ю. Анализ точности современных методик математического моделирования

температуры трупа, применяемых для целей диагностики давности смерти // Проблемы экспертизы в медицине. 2007. Т. 7. № 3 (27). С. 26-30.

10. Куликов В.А., Вавилов А.Ю. Возможности программных и аппаратных реализаций термометрического способа диагностики давности смерти человека // Проблемы экспертизы в медицине. 2013. Т. 13. № 3 (51). С. 5-8.

11. Кильдюшов Е.М., Вавилов А.Ю., Куликов В.А. Диагностика давности наступления смерти термометрическим способом в раннем посмертном периоде (новая медицинская технология) // Вестник судебной медицины. 2012. Т. 1. № 1. С. 19-23.

12. Куликов В.А., Коновалов Е.А., Вавилов А.Ю. Оптимизационный подход уточнения давности наступления смерти в судебно-медицинской практике // Проблемы экспертизы в медицине. 2009. Т. 9. № 1 (33). С. 9-11.

13. Малков А.В., Вавилов А.Ю. Об "оптимизации" коэффициентов, используемых в математических моделях диагностики давности смерти температурным способом // Проблемы экспертизы в медицине. 2011. Т. 11. № 1-2 (41-42). С. 12-14.

14. Новиков П.И., Швед Е.Ф., Нацентов Е.О., Коршунов Н.В., Вавилов А.Ю. Моделирование процессов в судебно-медицинской диагностике давности наступления смерти // Федеральное агентство по здравоохранению и социальному развитию, Уральская государственная медицинская академия дополнительного образования, Ижевская государственная медицинская академия. Челябинск; Ижевск, 2008. 312 с.

15. Кильдюшов Е.М., Вавилов А.Ю. Диагностика давности наступления смерти термометрическим способом (В раннем посмертном периоде). LAP LAMBERT Academic Publishing; Saarbrücken, Germany, 2011. 335 с.