

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ

Виноградова Ю.А.<sup>1</sup>, Иванова О.К.<sup>1</sup>, Яновская Е.А.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН», Москва, e-mail: yulich@inbox.ru, oksivgor@mail.ru, elena\_yanovskaya@bk.ru

В статье говорится о проектной деятельности учащихся 11 классов на примере работ по математическому моделированию задач естествознания, физики, маркетинга, исследования космоса, архитектуры и др. Использование проектной деятельности в современной средней школе дает возможность учащимся прикоснуться к будущей профессии, поучаствовать в важном исследовании, почувствовать себя причастным к важным вопросам науки и техники. Проектная деятельность позволяет обучающимся получить личный опыт и освоить виды деятельности, необходимые им в будущем. Реализация проектов на практике ведет к приобретению новых знаний и умений. Творческие самостоятельные работы исследовательского характера содержат задания повышенного уровня сложности, а, следовательно, требуют особого подхода к их решению. Показано, как с помощью самостоятельной работы над проектом учащийся приобретает организационные и профессиональные навыки, необходимые в будущей профессии. Продуктом данной исследовательской деятельности является новое знание и понимание исследуемого объекта. Представленные в данной статье проекты школьников 11 класса были успешно защищены на ежегодной научно-практической конференции «Исследуем и проектируем», проводимой в школе № 1501 города Москвы в различные годы.

Ключевые слова: проектная деятельность в школе, математическое моделирование, исследовательская деятельность, научно-практическая конференция.

## MATHEMATICAL MODELING IN THE PROJECT ACTIVITY OF SCHOOLCHILDREN

Vinogradova Yu.A.<sup>1</sup>, Ivanova O.K.<sup>1</sup>, Yanovskaya E.A.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>MSTU "STANKIN", Moscow, e-mail: yulich@inbox.ru, oksivgor@mail.ru, elena\_yanovskaya@bk.ru

The article talks about the project activities of 11th grade students using the example of mathematical modeling of the problems of natural sciences, physics, marketing, space exploration, architecture, etc. Using project activities in a modern high school enables students to touch on a future profession, participate in an important study, and feel involved in important issues of science and technology. Project activities allow students to gain personal experience and master the types of activities they need in the future. The implementation of projects in practice leads to the acquisition of new knowledge and skills. Creative independent research works contain tasks of an increased level of complexity, and, therefore, require a special approach to their solution. It is shown how, through independent work on a project, a student gains the organizational and professional skills necessary in a future profession. the result of this research activity is new knowledge and understanding of the object under study. The projects of 11th grade students, discussed in this article, were successfully defended at the annual research and practice conference "Research and Design", held at school No. 1501 in Moscow in various years.

Keywords: project activities at school, mathematical modeling, research activity, research and practice conference.

Проектно-исследовательская деятельность школьников является одним из необходимых компонентов многопрофильного обучения в школе. Наиболее успешные и целеустремленные абитуриенты начинают исследовательскую работу еще в 8 и 9 классах. Основной пик деятельности приходится на выпускные классы.

Работа над проектом – это этап развития творческого потенциала школьника, необходимого для становления инженерного мышления. При выборе темы следует обращать внимание на такие существенные критерии: посильность задачи для учащегося; ее соответствие возрастным особенностям учащихся. Математическое моделирование дает

широкие возможности для анализа и обобщения процессов различных сфер нашей жизни, побуждает у учащегося живой интерес к науке, приобщает их к тому виду деятельности, который называют исследовательским, учит выходить за границы привычного способа мышления.

Целью проделанной работы является формирование условий для развития когнитивной деятельности учащихся. Главный результат проектной деятельности - накопление учащимися организационного опыта, подростки настраиваются работать на результат, планировать свою самостоятельную работу, анализировать необходимые ресурсы, находить решения и нести за них ответственность, взаимодействовать с другими людьми, отстаивать свое мнение, защищать результаты своей работы перед аудиторией.

**Материал и методы исследования.** На примере следующих работ учащихся 11 классов ГБОУ г. Москвы «Школа № 1501» покажем, как проекты по математическому моделированию дали возможность школьникам приобрести и продемонстрировать все перечисленные выше навыки [1, с. 208].

В основном руководителями проектов школьников в лицее 1501 являются преподаватели вузов, что обеспечивает мотивированный выбор высшего учебного заведения учащимися выпускных классов школы, а также дает учащимся опережающее повышение квалификации. Также проектная деятельность является ступенью на пути к эффективной адаптации при переходе из школы в вуз.

#### **Результаты и методы исследования**

Обратимся к книге Н.А. Терешина «Прикладная направленность школьного курса математики». Если мы говорим о прикладной задаче, то процесс ее решения, согласно Н.А. Терешину «состоит из трех этапов: 1) формализации, перевода предложенной задачи с естественного языка на язык математических терминов, т.е. построения математической модели задачи; 2) решения задачи внутри модели, 3) интерпретации полученного решения, т.е. перевода полученного результата (математического решения) на язык, на котором была сформулирована исходная задача» [2, с. 6].

Итак, с учетом этих этапов решения прикладных задач были созданы следующие проектные работы с учащимися 11 классов в 2013 [3, с. 73] и в 2016 году [4, с. 102]:

«Нахождение силы тока в последовательной электрической цепи с помощью дифференциальных уравнений», автор Гладышев Дмитрий Владимирович, класс 11-2, лицей 1501 г. Москва, научный руководитель Виноградова Ю.А. ст. преподаватель кафедры «Прикладная математика» МГТУ «СТАНКИН». Перед тем как перейти к созданию математической модели течения тока в электрической цепи, автор освоил некоторые методы интегрирования, необходимые для решения дифференциальных уравнений первого и

второго порядков, далее были изучены некоторые методы решений дифференциальных уравнений. С помощью закона Кирхгофа было составлено дифференциальное уравнение, решением которого является сила тока как функция от времени. Из полученной зависимости можно найти силу тока в любой необходимый момент времени.

«Исследование решений модельных задач механики с помощью качественной теории систем обыкновенных дифференциальных уравнений», автор Девицкий Иван Андреевич, класс 11-5, лицей 1501 г. Москва, научный руководитель Яновская Е.А., к.т.н., доцент кафедры прикладной математики МГТУ «Станкин». Как и в предыдущем проекте, автору было предложено изучить методы решения нормальных систем дифференциальных уравнений; и исследование на устойчивость полученных решений при некоторых малых отклонениях от начальных условий. Автор очень творчески подошел к работе, подробно представил историю развития дифференциальных уравнений. Проведенный автором обзор литературы позволил ему сделать вывод, что дифференциальные уравнения являются одним из ключевых аспектов науки и заслуживают огромного внимания. Полученные выводы и знания автор применил при решении задачи о движении каната через блок. Составив математическую модель движения каната, нашел, через какое время начнется свободное падение каната.

«Простейшие системы дифференциальных уравнений и методы их решений», автор Цедилин Максим Олегович, класс 11-5, г. Москва, научный руководитель Яновская Е.А.

В данной работе учащийся составил математическую модель движения погруженного в воду березового бревна. Учитывая, что сила сопротивления воды пропорциональна высоте погруженной части бревна, было составлено линейное неоднородное дифференциальное уравнение движения второго порядка. Решив его, автор нашел, через сколько времени бревно выйдет из воды наполовину.

«Моделирование температурного режима в металлическом стержне с помощью уравнения теплопроводности», автор Боровков Артур Владимирович, класс 11-4, лицей 1501 г. Москва, научный руководитель Яновская Е.А. Постановка задачи была представлена в виде краевой задачи для нахождения температурного поля остывающего стержня при условии, что его начальная температура являлась некоторой заданной функцией. Рассмотрен частный случай, в котором по всей длине стержня непрерывно распределены источники тепла, плотность которых постоянна. Была сформулирована задача Коши, после чего найдено её решение с помощью метода разделения переменных Фурье. Затем полученные константы находятся из соответствующих начальных и граничных условий. На границах областей учитываются условия сопряжения для задачи Коши. В результате данной работы

был получен результат, с помощью которого можно рассматривать и исследовать процессы теплопереноса внутри реальных тел.

Данная модель – это идеальная модель, и в представленном виде использоваться на практике не может, но при доработке и учёте некоторых факторов (давление грунта, деформация трубы, неоднородность жидкости и т.д.) может применяться в прокладке трубопроводов.

Проект «Математическая модель крутильных колебаний цилиндрического стержня», автор Исмаилов Ниджад Гаддрадин оглы, класс 11-4, лицей 1501 г. Москва, научный руководитель Яновская Е.А. Цель данной работы: вычислить возможные частоты колебаний стержня. Гипотеза исследования: получить критические частоты, при которых произойдет потеря устойчивости стержня при упругой деформации и будет происходить его дальнейшее пластическое деформирование. В результате было составлено дифференциальное уравнение крутильных колебаний кругового цилиндрического стержня. И было получено нетривиальное решение, удовлетворяющее полученным граничным условиям. Применение данного решения задачи было представлено на примере конструирования люка основного боевого танка Т-34.

Проектная работа «Моделирование процесса теплообмена и затвердевания тела при литье металла», автор Стецкий Сергей Станиславович, класс 11-4, лицей 1501 г. Москва, научный руководитель Яновская Е.А. В работе рассматривается математическая модель процесса теплообмена и теплопроводности в металлургическом производстве. Модель основана на постановке задачи Коши для уравнения параболического типа – уравнения теплопроводности. Цель работы: методом математического моделирования описать процесс затвердевания заготовки в форме и вычислить минимальное время, после которого форма может быть освобождена от заготовки. В результате изучения теории дифференциальных уравнений была сформулирована задача Коши для уравнения теплопроводности, после чего найдено её решение с помощью метода разделения переменных Фурье. Затем полученные константы находятся из соответствующих начальных и граничных условий. На границах областей учитываются условия сопряжения для задачи Коши. Также для более наглядного представления процесса была создана компьютерная анимация, демонстрирующая распределение тепла в бесконечном однородном стержне с течением времени.

Проект «Расчет времени вывода лекарственного препарата из организма с помощью дифференциальных уравнений», автор Твердохлеб Николай Сергеевич, класс 11-4, лицей № 1501, г. Москва, научный руководитель Виноградова Ю.А. В данной работе была исследована скорость распада некоторых лекарственных веществ. Целью исследования являлось изучение методов решения некоторых дифференциальных уравнений первого и

второго порядков, а также построение математической модели, позволяющей выяснить зависимость количества лекарственного вещества в организме от времени, прошедшего после приема препарата. Гипотеза исследования: если скорость распада вещества пропорциональна начальному количеству в некоторый момент времени, то зависимость количества вещества от времени будет экспоненциальной. В результате работы была построена математическая модель, описывающая усвоение лекарственного вещества в зависимости от времени, подтверждающая гипотезу. Данное исследование может быть использовано при создании программного обеспечения для медицинских и фармакологических учреждений.

Еще одна интересная работа «Математическая модель колебания барабанной перепонки, нагруженной точечной массой (слуховым аппаратом)», автор Шадаев Руслан Мансурович, класс 11-4, лицей 1501 г. Москва, научный руководитель Яновская Е.А. В результате проделанной работы была составлена математическая модель барабанной перепонки человека. Приведена стандартная классификация нарушений слуха у человека. Рассматривается задача о колебании прямоугольных мембран под действием распределенных нагрузок. В итоге сформулирована и рассмотрена актуальная научно-техническая задача, имеющая существенное значение для медицины: создание новых эффективных слуховых аппаратов, прикрепляющихся к барабанной перепонке уха человека.

Все указанные работы были высоко оценены членами жюри ежегодной научно-практической конференции «Исследуем и проектируем», проводимой в ГБОУ «Многопрофильный технический лицей № 1501» 18 марта 2016 года.

Следующие работы были участниками конференции «Исследуем и проектируем» в 2019 году [5, с. 108].

Проект «Математическое моделирование задач аэромеханики. Сравнительное исследование многоразовых космических систем Space Shuttle и "Буран"», автор Калашников Виктор Алексеевич, ГБОУ г. Москвы «Школа № 1501», класс 10-3, руководитель Яновская Е.А.

Исследование относится к области аэромеханики и теоретической механики. Исследование направлено на изучение и сравнительный анализ перспективных технологий в историческом аспекте, описание математической модели движения многоразовых космических систем в земной атмосфере и в ближайшем космосе, изучение простейших постановок задач данного класса в аэромеханике и методов их решения. Итог работы – это анализ причин приостановки развития многоразовых космических систем в России и США, возможная оценка дальнейших перспектив развития подобных программ.

Следующий проект «Математическое моделирование задач аэромеханики», автор Григорьев Артём Александрович, ГБОУ г. Москвы «Школа № 1501», класс 11-2, руководитель Яновская Е.А.

Цель работы: изучение методов интегрального и дифференциального исчисления, предложенных Ньютоном и изложенных академиком Крыловым А.Н. Применение математического аппарата для решения современных задач аэромеханики и гидродинамики при создании малых летательных и подводных аппаратов, оснащенных автономными системами управления. Методом математического моделирования была получена функция, которая описывает кривую «идеальной формы», опираясь на идеи Ньютона. Решена задача о зависимости давления газа на крыло минимального сопротивления от скорости вдоль линии тока, получено оригинальное рекуррентное соотношение для получения численного решения. В результате с использованием формулы сопротивления тела произвольной формы удалось определить искомые габариты, а точнее, их соотношения, описав их математически, что позволило применить уравнение Бернулли для расчета динамического и гидростатического типов давления на крыло самолёта.

Проектная работа «Оценка эффективности рекламной кампании с помощью дифференциальных уравнений», автор Кануникова Анастасия Игоревна, ГБОУ г. Москвы «Школа № 1501», класс 11-2, руководитель Виноградова Ю.А.

Задача данной работы состояла в том, чтобы посредством анализа литературы ознакомиться с основными методами интегрирования, методами решения дифференциальных уравнений первого порядка; изучить применение дифференциальных уравнений в рекламной деятельности. С помощью полученных знаний путём составления дифференциального уравнения был смоделирован процесс распространения информации о рекламируемом товаре между людьми. Решение полученного уравнения демонстрирует зависимость количества осведомленных о товаре потенциальных покупателей от времени. Применив эту зависимость к оценке эффективности рекламы новинки от некой компании в одном из вузов Москвы, нашли, через какое количество дней после проведения рекламной кампании количество знающих об этом товаре достигнет 80% от всех работников и учащихся вуза. Таким образом, выведенная зависимость может быть использована для планирования наиболее выгодной стратегии будущей рекламной кампании.

И еще один проект «Алгебраические кривые и поверхности второго порядка. Применение методов аналитической геометрии в архитектуре и строительстве», автор Кануникова Полина Игоревна, ГБОУ г. Москвы «Школа № 1501», класс 11-2, руководитель Яновская Е.А.

Исследование направлено на рассмотрение возможности применения в строительстве архитектурных форм в виде алгебраических поверхностей второго порядка (на примере гиперболического параболоида и однополостного гиперболоида), их устойчивость к нагрузкам различного происхождения. В работе проводился сравнительный анализ сооружений в виде конструкций из однополостных гиперболоидов. Рассматривались такие параметры, как высота и вес возведенных сооружений. Также были решены задачи повышенной сложности, где рассматривался гиперболоид. В работе обоснован следующий вывод, что данные сооружения - отличная модель для различных архитектурных сооружений. Подобные сооружения способны выдерживать достаточно мощные внешние воздействия, в том числе сильную ветровую и сейсмическую нагрузки.

За время работы над проектами школьники смогли направить свой творческий потенциал на развитие взрослой самостоятельной личности, четко понимающей поставленные перед ней задачи.

Заметим, что все указанные работы сопровождались яркими авторскими презентациями и были высоко оценены членами жюри ежегодной научно-практической конференции «Исследуем и проектируем», проводимой в ГБОУ г. Москвы «Школа № 1501» 22 февраля 2019 года. Работы Григорьева Артема и Кануниковой Анастасии были отмечены дипломами первой и второй степени соответственно.

**Заключение.** Как видим, учащиеся ознакомились с практическим применением математических знаний, освоили серьезные математические методы, с помощью которых можно решить многие задачи естествознания, физики, химии, маркетинга и других отраслей научных знаний. Участники конференции в полной мере оценили методы математического моделирования, с помощью которого можно описать любой жизненный процесс. Это, без сомнения, способствует повышению уровня математической культуры школьников и в обществе в целом. Ученики еще в процессе обучения в школе могут увидеть применение знаний на практике и оценить возможности своей дальнейшей профессии.

### Список литературы

1. Виноградова Ю.А., Господинова А.Г., Иванова О.К., Яновская Е.А. Повышение уровня математического образования школьников как основа развивающего пространства технологического университета // Наука и образование: новое время. 2016. №5. С. 208-214
2. Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: Кн. для учителя. М.: Просвещение, 1990. 95 с.

3. X Городская научно-практическая конференция школьников «Исследуем и проектируем»: тезисы докладов (Москва, 22 марта 2013 г.). М.: ИЦ ФГБОУ ВО МГТУ «Станкин», 2013. 176 с.
4. XIII Городская научно-практическая конференция школьников «Исследуем и проектируем»: тезисы докладов (Москва, 18 марта 2016 г.). М.: ИЦ ФГБОУ ВО МГТУ «Станкин», 2016. 184 с.
5. XVI Городская научно-практическая техническая конференция школьников «Исследуем и проектируем»: тезисы докладов (Москва, 22 февраля 2019 г.). М.: ИЦ ФГБОУ ВО МГТУ «Станкин», 2019. 204 с.