

## КОМПЬЮТЕРНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ В ЗАДАЧАХ СТРОИТЕЛЬНОГО МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЯ

Акимова И.В.<sup>1</sup>, Титова Е.И.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет», Пенза, e-mail: [ulrih@list.ru](mailto:ulrih@list.ru);

<sup>2</sup>ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», Пенза, e-mail: [ermelenka@rambler.ru](mailto:ermelenka@rambler.ru)

---

Авторы в своем исследовании рассматривают применение широко известного метода наименьших квадратов, поскольку во многих случаях на практике необходимо получить аппроксимацию данных с помощью возможной зависимости и сделать верные выводы. В работе представлена компьютерная реализация метода наименьших квадратов. Написана программа на языке Паскаль в среде объектно-ориентированного программирования Delphi, что позволяет видеть оптимальное решение и различные виды аппроксимации. В разработанной программе идет расчет коэффициентов для 4 видов функций: линейная, степенная, показательная и квадратичная. Приведены фрагменты алгоритмов расчетов коэффициентов для различных функций и построения их графиков. Также по желанию пользователя можно выбрать демонстрацию наилучшего варианта аппроксимации функции. Показаны преимущества расчетов коэффициентов, быстрота решения и наглядный выбор оптимального результата. Приведены примеры задач строительного материаловедения, такие как установление связи между коэффициентами пластичности и структуры эпоксидных композитов, зависимости вязкости эпоксидных композитов от температуры, выведены их решения посредством разработанной программы. Представленные примеры наглядно демонстрируют, что программа является удобным и наглядным средством в решении технических задач с использованием МНК.

---

Ключевые слова: метод наименьших квадратов, Паскаль в среде программирования Delphi, задачи строительного материаловедения.

## COMPUTER IMPLEMENTATION OF LEAST SQUARES METHOD IN TASKS OF CONSTRUCTION MATERIAL SCIENCE

Akimova I.V.<sup>1</sup>, Titova E.I.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Penza State University, Penza, e-mail: [ulrih@list.ru](mailto:ulrih@list.ru);

<sup>2</sup>Penza State University of Architecture and Construction, Penza, e-mail: [ermelenka@rambler.ru](mailto:ermelenka@rambler.ru)

---

The authors consider the use of the widely known least squares method in their study, as in many cases it is necessary in practice to approximate the data with a possible dependence and draw the correct conclusions. The paper presents a computer implementation of the least squares method. The program is written in Pascal language in the environment of object-oriented programming Delphi, which allows to see the optimal solution and various types of approximation. In the developed program, coefficients are calculated for 4 types of functions: linear function; power function; A show function and a square function. Fragments of algorithms for calculating coefficients for different functions and drawing their graphs are given. You can also choose to show the best fit for the function. The advantages of coefficient calculations, the speed of the solution and the visual choice of the optimal result are shown. Examples of problems of construction materials science are given, such as establishing a connection between plasticity coefficients and the structure of epoxy composites, dependence of viscosity of epoxy composites on temperature, their solutions are derived by means of the developed program. The presented examples clearly demonstrate that the program is a convenient and visible tool in solving technical problems using MNCs.

---

Keywords: least squares method, pascal in delphi programming environment, building materials science tasks.

В настоящее время область строительства представляет собой сложную многообъектную систему, деятельность которой обеспечивается большим количеством человек, технических средств, объектов внешней среды, которые должны действовать во все время меняющихся условиях. Поскольку все перечисленные элементы должны действовать в

непрерывной взаимосвязи друг с другом, то необходим аналитический поиск приемлемых условий их взаимодействия. С другой стороны, происходит постоянное усложнение производства строительных материалов и конструкций, что влечет естественное усложнение решаемых при их проектировании задач. Такое усложнение может повлечь рост ошибок при решении подобных задач. Все вышесказанное предполагает использование математических моделей и компьютера для всестороннего анализа объекта строительства. Не является исключением и область материаловедения.

Одним из важнейших инструментов в решении задач строительного материаловедения является математическое моделирование. При этом можно определить следующим образом цель математического программирования при решении данных задач: изучение и анализ свойств и составов материалов, отыскание в них задач, относящихся к оптимизационным, постановка и внедрение которых могут оправдать затраты на создание нового стройматериала в условиях, когда имеют место ограничения технико-экономического или какого-либо другого характера [1; 2].

Широта использования метода наименьших квадратов в различных сферах исследовательских задач не вызывает сомнения. Во многих случаях на практике необходимо получить аппроксимацию данных с помощью возможной зависимости и сделать верные выводы. Стандартным условием данной задачи является следующее: пусть в результате эксперимента получен ряд измерений величины  $X$ , соответствующих значениям величины  $Y$ , представленные в виде точек  $(x_i, y_i)$ , и требуется установить эмпирическую зависимость между  $Y$  и  $X$ . Данная модель и нашла отражение в задачах строительного материаловедения.

В современном мире математическая задача наиболее интересна и значима, если есть ее компьютерная реализация. Целью нашей работы является реализация метода наименьших квадратов на языке Паскаль в среде программирования Delphi на примерах задач строительного моделирования.

### **Материалы и методы исследования**

Постановка задачи звучит следующим образом. Необходимо установить эмпирическую зависимость  $y = \varphi(x)$ , которая сводится к проведению по данным экспериментальным точкам кривой (ломаная исключается). При этом предполагается, что данная кривая будет проходить как можно ближе к истинной функциональной зависимости  $y = y_u(x)$ . Метод наименьших квадратов и представляет собой согласование кривой  $y = \varphi(x)$  и экспериментальных точек, при котором выполняется данное условие минимизации.

Сглаживание экспериментальных зависимостей по методу наименьших квадратов возможно в виде линейных, квадратичных, экспоненциальных и тригонометрических функций. Все подсчеты коэффициентов в данных экспериментальных зависимостях

достаточно громоздки, для эффективности и скорости результата нами была разработана реализация метода наименьших квадратов на языке Паскаль в среде программирования Delphi, что позволяет видеть оптимальное решение и различные виды аппроксимации [3].

В разработанной программе идет расчет коэффициентов для 4 видов функций: линейная функция; степенная функция; показательная функция и квадратичная функция.

Расчет осуществляется следующим фрагментом программы (представлены фрагменты только для линейной, степенной и показательной функций), фрагменты алгоритма представлены в таблице 1.

Таблица 1

Фрагменты программы с расчетом коэффициентов

Вид алгоритма	Алгоритм
Расчет коэффициентов для линейной функции	<pre> FOR i:= 1 TO 5 do begin u[i]:= x[i]; v[i]:= y[i]; end; s1:=0;s2:=0;s3:=0;s4:=0; FOR i:= 1 TO 5 do begin s1:= s1 + u[i]; s2:= s2 + v[i]; s3:= s3 + u[i] * v[i]; s4:= s4 + u[i]*u[i]; end; d:= 5 * s4 - s1*s1; a:= (5 * s3 - s1 * s2)/d; b:= (s4 * s2 - s1 * s3)/d; </pre>
Изображение линейной функции	<pre> res.Caption:='y= '+FloatToStr(a)+'*x + '+FloatToStr(b); s[1]:=0; k:=0; while k&lt;=10 do begin l:=a*k+b; k1:= round((k-minx)*mx+30); l1:= round((miny- l)*my+ny+30); pl1.Canvas.Pixels[k1,l1] := clRed; k:=k+0.01; end; For i:=1 to 5 do begin z:=a*x[i]+b; s[1]:=s[1] + (y[i] - z)*(y[i] - z); end; Label5.Caption:='S1'+FloatToStr(s[1]); </pre>
Расчет коэффициентов для степенной функции	<pre> pl2.Canvas.Pen.Color:=CLNavy; for i:=1 to 5 do begin pl2.Canvas.Ellipse(x1[i],y1[i],x1[i]+2,y1[i]+2); end; </pre>

	<pre> FOR i:= 1 TO 5 do  begin   u[i]:= ln(x[i]);  v[i]:= ln(y[i]);   end; FOR i:= 1 TO 5 do begin   s1:= s1 + u[i]; s2:= s2 + v[i]; s3:= s3 + u[i] * v[i]; s4:= s4 + u[i]*u[i];   end; d:= 5 * s4 - s1*s1; a:= (5 * s3 - s1 * s2)/d; b:= (s4 * s2 - s1 * s3)/d; Label2.Caption:='y= '+FloatToStr(exp(b))+'*x^'+FloatToStr(a); </pre>
<p>Изображение степенной функции</p>	<pre> k:=0.01; while k&lt;=10 do begin l:=exp(b)*exp(a*ln(k));  k1:=  round((k-minx)*mx+30);  l1:= round((miny-l)*my+ny+30);  pl2.Canvas.Pixels[k1,l1] :=  clBlack; k:=k+0.01; end; s[2]:=0; For i:=1 to 5 do begin z:=exp(b)*exp(a*ln(x[i])); s[2]:=s[2] + (y[i] - z)*(y[i] - z); end; Label6.Caption:='S2='+FloatToStr(s[2]); </pre>
<p>Расчет коэффициентов для показательной функции</p>	<pre> pl3.Canvas.Pen.Color:=CLNavy; for i:=1 to 5 do begin  pl3.Canvas.Ellipse(x1[i],y1[i],x1[i]+2,y1[i]+2); end; s1:=0; s2:=0; s3:=0; s4:=0; FOR i:= 1 TO 5 do   begin   u[i]:= x[i]; v[i]:= log2(y[i])/log2(exp(1));   end; FOR i:= 1 TO 5 do begin  s1:= s1 + u[i]; s2:= s2 + v[i]; s3:= s3 + u[i] * v[i]; s4:= s4 + u[i]*u[i];   end; a:=0; b:=0; d:=0; d:= 5 * s4 - s1*s1; a:= (5 * s3 - s1 * s2)/d; b:= (s4 * s2 - s1 * s3)/d; res2.Caption:='y= '+FloatToStr(exp(b))+'*e^('+FloatToStr(a)+'*x)'; </pre>

Изображение показательной функции	<pre> k:=0.01; while k&lt;=10 do begin l:=exp(b)*exp(a*k); k1:= round((k-minx)*mx+30); l1:= round((miny-l)*my+ny+30); pl3.Canvas.Pixels[k1,l1] := clBlue; k:=k+0.01; end; s[3]:=0;   For i:=1 to 5 do begin z:=exp(b)*exp(a*x[i]); s[3]:=s[3] + (y[i] - z)*(y[i] - z); end; Label7.Caption:='S3='+FloatToStr(s[3]); </pre>
---	--

Также осуществляется выбор наилучшего приближения.

//рисует лучший график

```
lk:=1;
```

```
for i:=1 to 4 do
```

```
if s[i]<s[lk] then lk:=i; res4.Caption:=FloatToStr(s[lk]);
```

```
//ВЫБОР
```

```
case lk of
```

```
1: begin
```

```
FOR i:= 1 TO 5 do begin u[i]:= x[i]; v[i]:= y[i]; end;
```

```
s1:=0;s2:=0;s3:=0;s4:=0;
```

```
FOR i:= 1 TO 5 do begin
```

```
s1:= s1 + u[i]; s2:= s2 + v[i]; s3:= s3 + u[i] * v[i]; s4:= s4 + u[i]*u[i];
```

```
end;
```

```
d:= 5 * s4 - s1*s1; a:= (5 * s3 - s1 * s2)/d; b:= (s4 * s2 - s1 * s3)/d;
```

```
//рисует график лин/ф
```

```
k:=0;
```

```
while k<=10 do begin
```

```
l:=a*k+b; k1:= round((k-minx)*mx+50); l1:= round((miny-l)*my+ny+50);
```

```
pl.Canvas.Pixels[k1,l1] := clRed; k:=k+0.01;
```

```
end;
```

```
res5.Caption:='Линейная функция';
```

```
end;
```

```
2: begin
```

```

FOR i:= 1 TO 5 do begin u[i]:= ln(x[i]); v[i]:= ln(y[i]); end;
s1:=0;s2:=0;s3:=0;s4:=0;
FOR i:= 1 TO 5 do begin
    s1:= s1 + u[i]; s2:= s2 + v[i]; s3:= s3 + u[i] * v[i]; s4:= s4 + u[i]*u[i];
end;
d:= 5 * s4 - s1*s1; a:= (5 * s3 - s1 * s2)/d; b:= (s4 * s2 - s1 * s3)/d;
и т.д.
Вид программы приведен на рисунке 1.

```

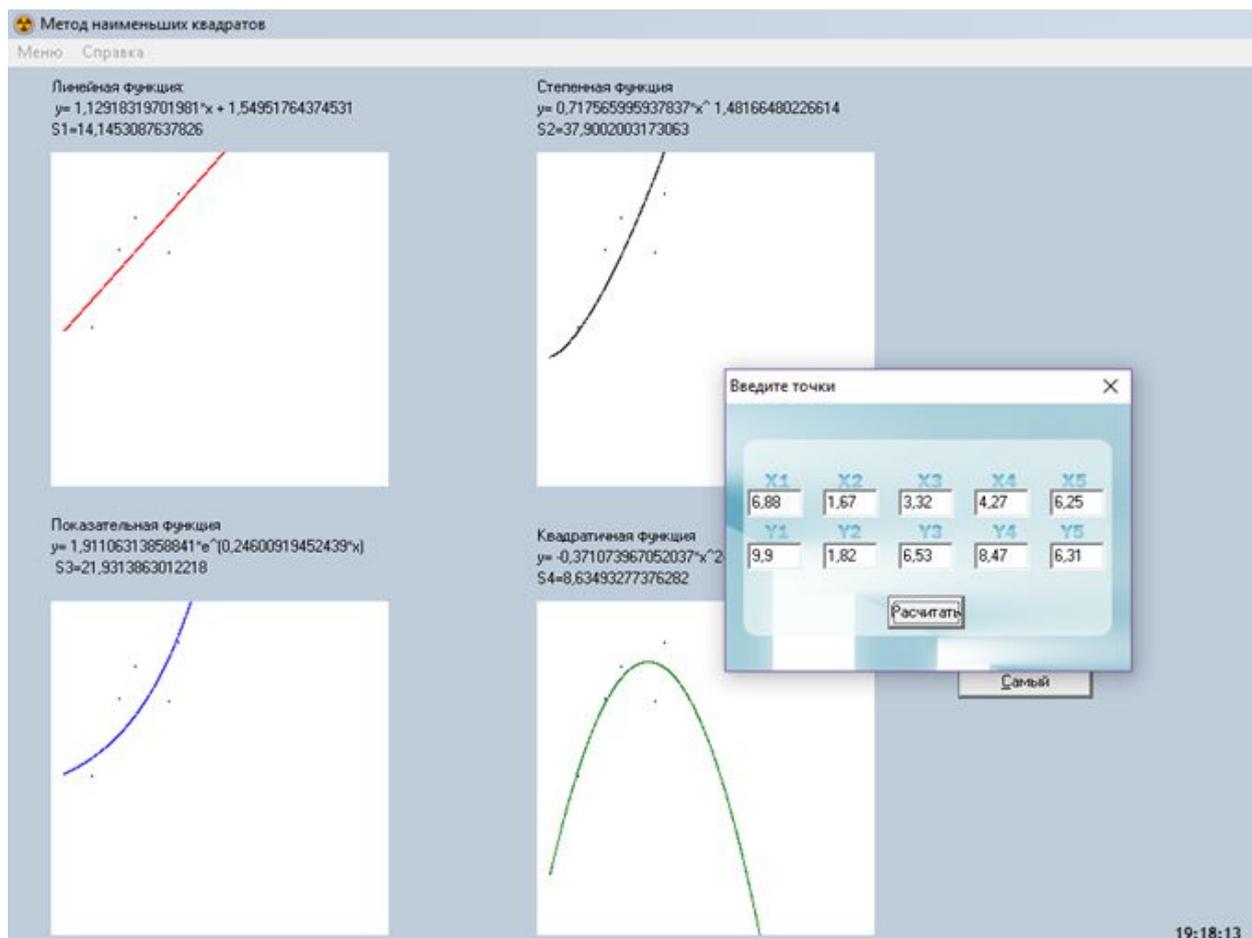


Рис. 1. Визуализация программы

### Результаты исследования и их обсуждение

Данная программа была предложена студентам строительных специальностей, обучающимся в Пензенском государственном университете архитектуры и строительства. Существуют и другие программные средства, в которых может быть рассчитана аппроксимация функции методом МНК, например математические пакеты MathCAD, MathLab, но их использование требует от студентов знаний основ программирования для реализации алгоритмов. Поэтому преимущество использования разработанной нами программы несомненно.

Рассмотрим расчет параметров, необходимых в задачах строительного материаловедения [4-6].

**Пример.** По результатам исследований необходимо установить связи между коэффициентами пластичности ( $k_{пл}$ ) и структуры ( $k_{стр}$ ) эпоксидных композитов, представленных в таблице 1, определить параметры 4 видов функций и выбрать оптимальный результат [1] (табл. 2).

Таблица 2

$x_i$	6,88	1,67	3,32	4,27	6,25
$y_i$	9,9	1,82	6,53	8,47	6,31

Программа выдает следующие результаты (рис. 2).

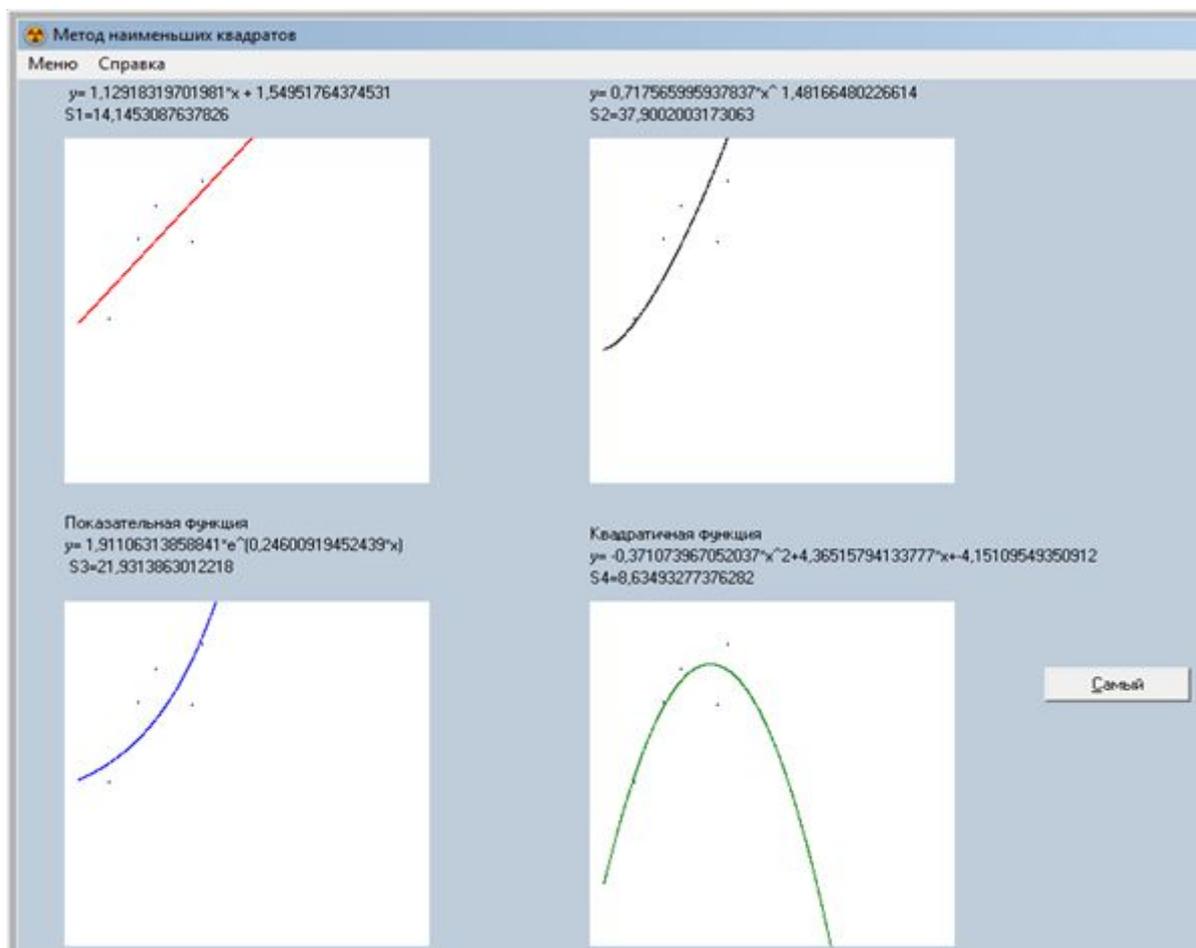


Рис. 2. Результаты решения

Наилучшим приближением является квадратичная функция (рис. 3).

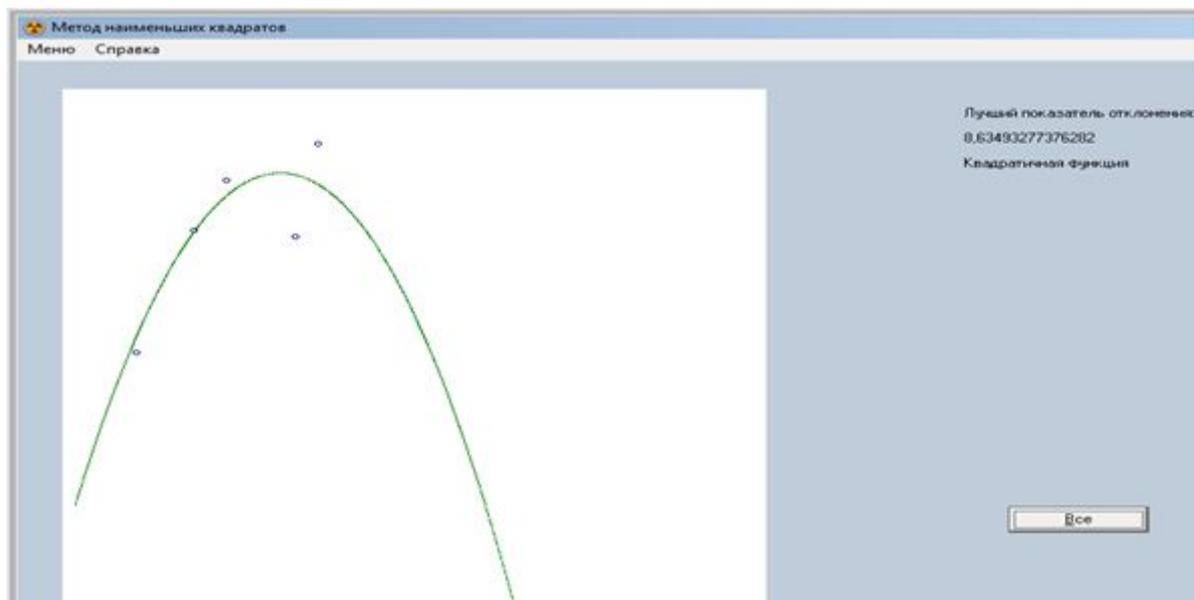


Рис. 3. Наилучший вариант аппроксимации МНК

**Пример:** зависимость вязкости эпоксидных композитов  $B$  от температуры  $t$ , °C, при 5%-ной концентрации машинного масла приводится в таблице 3.

Таблица 3

$x_i = t_i, \text{ } ^\circ\text{C}$	10	10,3	10,4	10,55	10,6
$y_i = B_i$	12,1	12,6	13	13,8	14,9

Определить параметры 4 видов зависимостей и выбрать оптимальную (рис. 4).

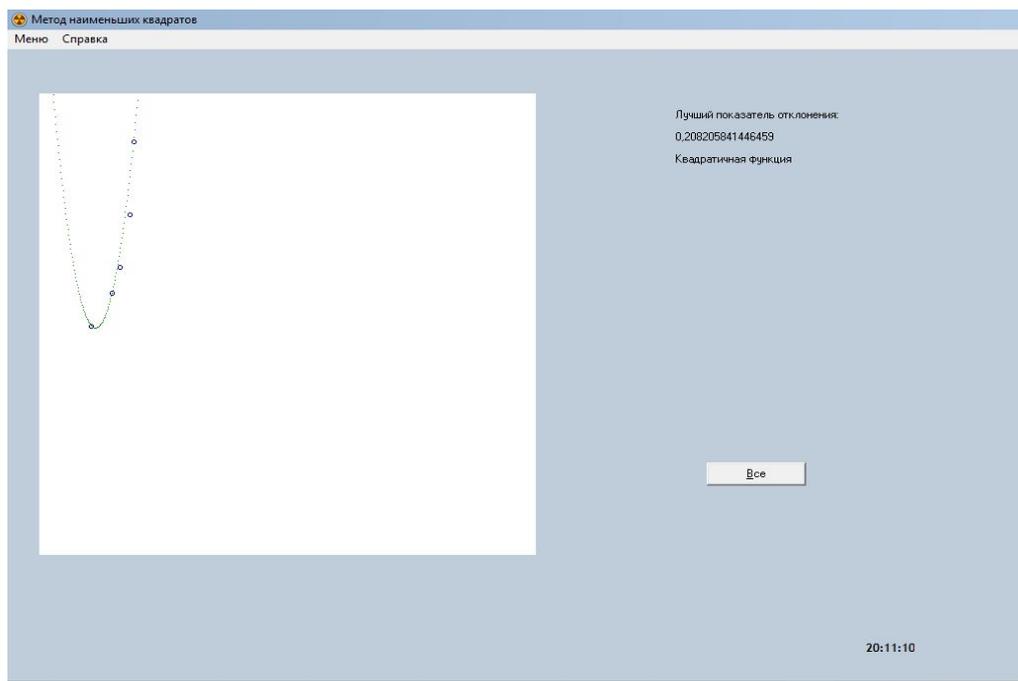


Рис. 4. Оптимальное решение

## **Выводы**

Из демонстрационных примеров, их наглядной представленности видно, что разработанная программа является удобным и наглядным средством в решении технических задач с использованием МНК. Программа не требует от студентов знаний основ программирования, по сравнению с другими программными средствами. Может быть использована при решении задач строительного характера пользователями с любым уровнем ИКТ-компетенций.

## **Список литературы**

1. Куимова Е.И., Титова Е.И, Ячинова С.Н. Прикладная математика: учебное пособие. Пенза: ПГУАС, 2015. 157 с.
2. Гарькина И.А., Данилов А.М., Прошин А.П., Бормотов А.Н. Математические методы в строительном материаловедении. Саратов, 2001. 188 с.
3. Зенков А.В. Численные методы: учеб. пособие. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2016. 124 с.
4. Рыбьев И.А. Строительное материаловедение: Учеб. пособие для строит. спец. вузов. 2-е изд., испр. М.: Высшая школа, 2004. 701 с.
5. Математическое моделирование в строительстве. Учебно-методическое пособие / Сост. С.С. Иванова Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2012. 100 с.
6. Титова Е.И. Математическая направленность в задачах строительства // Образование и наука в современном мире. Инновации. 2017. № 3. С.256-262.