УДК 378:372.851

РЕАЛИЗАЦИЯ ПРЕЕМСТВЕННОСТИ В РАЗВИТИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ ШКОЛЬНИКОВ И СТУДЕНТОВ ВУЗА МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРОФИЛЕЙ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО НАПРАВЛЕНИЯ

Капкаева Л.С.

ФГБОУ ВО «Мордовский государственный педагогический университет им М.Е. Евсевьева», Саранск, e-mail: lskapkaeva@mail.ru

В статье обоснована необходимость реализации преемственности в развитии математических способностей школьников и студентов вузов математических профилей педагогического направления. Рассмотрены исторические аспекты исследования структуры математических способностей школьников и выделены их основные компоненты, которым следует уделить особое внимание при обучении математике в школе и педагогическом вузе. На основе анализа научной литературы были выделены такие компоненты математических способностей, как способность оперировать абстракциями, геометрический компонент, логический и алгоритмический компоненты. Определены направления реализации преемственности в развитии этих компонентов у школьников и студентов математических профилей педвуза. На примерах конкретных учебных дисциплин проиллюстрированы возможности установления преемственности в развитии математических способностей школьников старших классов и студентов вуза. Показано, что основным средством реализации преемственности в развитии математических способностей обучающихся являются упражнения в виде тестов, специальных задач и методы их решения. В ходе исследования было установлено, что для эффективного развития математических способностей у студентов педвуза необходимо соблюдать специальные принципы отбора содержания, которые образуют систему, направленную как на повышение качества математической подготовки и развитие математических способностей студентов, так и на формирование умений использовать полученные знания для развития математических способностей школьников.

Ключевые слова: математические способности школьников и студентов, компоненты математических способностей, преемственность в развитии математических способностей, принципы отбора содержания.

IMPLEMENTATION OF CONTINUITY IN THE DEVELOPMENT OF THE MATHEMATICAL ABILITIES OF PUPILS AND UNIVERSITY STUDENTS OF THE MATHEMATICAL PROFILES OF THE PEDAGOGICAL DIRECTION

Kapkaeva L.S.

Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education «Mordovian State Pedagogical University named after M.E. Evseviev», Saransk, e-mail: lskapkaeva@mail.ru

The article substantiates the need for the implementation of continuity in the development of mathematical abilities of schoolchildren and university students of mathematical profiles of the pedagogical direction. The historical aspects of the study of the structure of the mathematical abilities of schoolchildren are considered and their main components are highlighted, which should be given special attention in teaching mathematics at school and at a pedagogical university. Based on the analysis of scientific literature, such components of mathematical abilities as the ability to operate with abstractions, geometric component, logical and algorithmic components were identified. The directions of the implementation of continuity in the development of these components in schoolchildren and students of mathematical profiles of the pedagogical university are determined. On examples of specific academic disciplines, the possibilities of establishing continuity in the development of the mathematical abilities of senior schoolchildren and university students are illustrated. It is shown that the main means of implementing continuity in the development of students' mathematical abilities are exercises in the form of tests, special problems and methods for their solution. In the course of the study, it was found that for the effective development of mathematical abilities among students of a pedagogical university, it is necessary to observe special principles for the selection of content, which form a system aimed both at improving the quality of mathematical training and the development of students' mathematical abilities, and at the formation of skills use the knowledge gained to develop the mathematical abilities of schoolchildren.

Keywords: mathematical abilities of schoolchildren and students, components of mathematical abilities, continuity in the development of mathematical abilities, principles of content selection.

На современном этапе широкое распространение информационно-коммуникационных технологий, предполагающих использование компьютеров в разных видах деятельности, требует совершенствования математической подготовки выпускников образовательных организаций разного уровня: среднего и высшего. Поэтому возникает проблема более глубокого и качественного изучения математики в школе и вузе, развития математических способностей школьников и студентов.

Очевидно, что для педагогических вузов решение этой проблемы имеет особую значимость, так как выпускники этих заведений должны не только владеть необходимыми знаниями, умениями, иметь достаточный уровень развития математических способностей, но и быть готовыми к организации учебно-познавательной деятельности по открытию этих знаний, формированию умений и развитию математических способностей у своих воспитанников.

Для решения указанной проблемы многое сделано в области общего образования в 1980–1990-е гг. Были созданы специальные физико-математические школы, а в обычных средних школах открыты математические классы. При вузах создавались профильные лицеи. Например, в 1992 г. при Мордовском государственном университете имени Н.П. Огарева (г. Саранск) был открыт естественно-технический лицей, который и в настоящее время готовит качественных выпускников для соответствующих профилей высшего образования. Для углубленного изучения математики в школе были созданы специальные учебники, такие как: «Алгебра и математический анализ» (авторы: Н.Я. Виленкин, О.С. Ивашев-Мусатов, С.И. Шварцбурд), «Геометрия» (авторы: А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик) и др.

Несмотря на это, проблема выявления и развития математических способностей обучающихся по-прежнему актуальна и требует дополнительного исследования, особенно в направлении преемственности между школой и педагогическим вузом. Необходимо ответить на ряд вопросов: каким компонентам математических способностей следует уделить особое внимание при обучении студентов вуза математических профилей педагогического направления, какие методы, формы и средства следует использовать для развития этих компонентов, какие из математических дисциплин создают наиболее благоприятные условия для целенаправленного развития математических способностей и формирования профессиональных компетенций студентов в этой области, и т.д. Как показывает практика, эффективное развитие математических способностей студентов педвуза возможно в условиях соблюдения преемственности развития их основных компонентов в системе «школа – вуз».

В теоретическом плане актуальность проблемы установления преемственности в развитии математических способностей школьников и студентов обусловлена необходимостью разрешения следующих противоречий: между требованиями федеральных государственных образовательных стандартов среднего и высшего образования применять активные методы и формы обучения, направленные на развитие обучающихся, и неэффективной организацией учебной деятельности школьников и студентов в процессе их математической подготовки; между потребностями современного общества в развитии математических способностей личности и недостаточной разработанностью данной проблемы на разных уровнях образования в методике обучения математике.

Для решения поставленной проблемы необходимо было выделить основные компоненты математических способностей, которые следует развивать у школьников и студентов педвуза. Структуру математических способностей исследовали как зарубежные, так и отечественные выдающиеся психологи, педагоги, математики: В.А. Крутецкий, Н.А. Менчинская, К.К. Платонов, И.С. Якиманская, А. Роджерс, К. Дункер, Ж. Адамар, Ж. Пиаже, А. Пуанкаре, Б. В. Гнеденко, А.Н. Колмогоров, А.И. Маркушевич, А.Я. Хинчин и др.

Одним из инициаторов изучения данной проблемы в начале XX в. был выдающийся французский математик А. Пуанкаре, который в своей работе «Математическое творчество» (1909) констатировал специфичность творческих математических способностей и указал их важнейший компонент – математическую интуицию. Впоследствии, изучая математические способности школьников, психологи стали выделять три вида способностей: *арифметические, алгебраические и геометрические*.

В это же время русский ученый-психолог А.Ф. Лазурский выделил «психологические функции», характеризующие мышление при изучении арифметики: 1) систематичность и последовательность мышления; 2) отчетливость мышления; 3) способность к обобщениям; 4) сообразительность; 5) способность к установлению связи между приобретенными математическими знаниями и явлениями жизни; 6) память в области чисел.

В 1930-е гг. была опубликована работа американского психолога Э. Торндайка «Вопросы преподавания алгебры. Психология алгебры» (1934), в которой представлены результаты исследований алгебраических способностей школьников. Сначала автор выделил *общие алгебраические способности*: 1) способность обращаться с символами; 2) способность выбора и установления соотношений; 3) способность к обобщению и систематизации; 4) способность к выбору существенных элементов и данных; 5) способность приводить в систему идеи и навыки. К *непосредственно алгебраическим способностям* он относит: 1) понимать и составлять формулы; 2) выражать в виде формул количественные соотношения; 3) преобразовывать формулы; 4) составлять уравнения, выражающие данные количественные отношения; 5) решать уравнения; 6) выполнять тождественные алгебраические преобразования; 7) выражать графически функциональную зависимость величин и т.п.

Большое внимание математическим способностям уделяли советские математики. Так, академик А.Н. Колмогоров в своей работе «О профессии математика» (1960) выделил три основных компонента математических способностей школьников: 1) *вычислительный, или «алгоритмический»* (способность умелого преобразования сложных буквенных выражений, нахождения удачных путей для решения уравнений, не подходящих под стандартные правила, и т.д.); 2) *геометрический* (геометрическое воображение, или «геометрическая интуиция»); 3) *логический* (искусство последовательного логического рассуждения) [1, с. 10].

Определенная структура математических способностей школьников раскрыта и в работах известного педагога-математика А.И. Маркушевича. Он выделил следующие качества ума и характера, которые можно воспитать в процессе обучения математике: умение абстрагировать, умение схематизировать, дедуктивное мышление. В отличие от некоторых психологов, А.И. Маркушевич умение абстрагировать ставил на первое место, так как считал, что основной метод математики – это и есть абстрагирование.

В 1960-е гг. структуру математических способностей исследовал отечественный психолог В.А. Крутецкий. Способности школьников к изучению математики он определил как «индивидуально-психологические особенности (прежде всего особенности умственной деятельности), отвечающие требованиям учебной математической деятельности и обусловливающие при прочих равных условиях успешность творческого овладения математикой как учебным предметом, в частности относительно быстрое, легкое и глубокое овладение знаниями, умениями и навыками в области математики» [2, с. 91].

В конце 1980-х гг. существовало уже 20 самостоятельных концепций проблемы структуры математических способностей, в которых было названо 30 их компонентов. В зависимости от количества повторений в концепциях компоненты математических способностей располагались в следующей последовательности: 1) сила абстрагирования, оперирование абстракциями; 2) пространственный фактор (геометрическая интуиция); 3) четкое логическое рассуждение; 4) гибкость, изобретательность мышления; 5) математическая интуиция; 6) вычислительный, цифровой фактор; 7) анализирование, синтез; 8) стремление к рациональности решений; 9) обобщение, нахождение сходного в разном [3].

Все рассмотренные исследования структуры математических способностей и особенностей их развития относятся к школьному возрасту. Однако развитие математических способностей необходимо вести не только в школе, следует продолжать данный процесс и в вузе. В педагогическом вузе, как показал анализ ФГОС высшего образования по педагогическому направлению [4], студент готовится сегодня к выполнению разных видов деятельности: педагогической, проектной, научно-исследовательской и др. Для успешного решения задач каждого вида будущему учителю математики необходимо владеть на том или ином уровне всеми компонентами математических способностей. Поэтому целью обучения математическим дисциплинам в педагогическом вузе являются, с одной стороны, фундаментальная математическая подготовка и развитие всех компонентов математических способностей студентов, с другой – приобретение обучающимися навыков развития математических способностей школьников в процессе организации их учебно-познавательной деятельности. Для достижения этой цели большое значение имеет соблюдение преемственности в развитии математических способностей в школе и вузе.

Цель нашего исследования – выделить основные направления преемственности в развитии математических способностей школьников и студентов математических профилей педагогического вуза и описать приемы реализации этих направлений на практике.

Материал и методы исследования. В качестве материала исследования использовалось содержание дисциплины «Математический анализ» и некоторых математических дисциплин по выбору, разработанных в МГПУ имени М.Е. Евсевьева. Проводился анализ психолого-педагогической и методической литературы, вузовских и школьных учебников по математическим дисциплинам, материалов ЕГЭ по математике, интернет-источников. В ходе исследования использовались методы: наблюдение, беседа, эксперимент; анализировался личный опыт преподавания математических дисциплин в педагогическом вузе и школе.

Результаты исследования и их обсуждение. В ходе исследования были выделены основные компоненты математических способностей, которым следует уделить особое внимание при обучении математике в школе и педагогическом вузе, а также определены направления развития этих компонентов у учащихся и студентов. Рассмотрим их подробнее.

1. *Способность оперировать абстракциями.* Высокий уровень абстракции изучаемого материала в вузе, как известно, задает математический анализ – фундаментальная математическая дисциплина, начала которой изучаются в школе. Основная работа преподавателя при изучении этой дисциплины должна быть направлена на раскрытие содержания таких абстрактных и сложных понятий математики, как «предел последовательности» и «функции», «производная», «первообразная», «интеграл» и др. На начальном этапе изучения этих понятий их определения, а также свойства, правила действий с ними должны формулироваться и записываться в тех же терминах и символах, которые представлены в школьном курсе математики. Это позволит студентам быстрее понять их сущность и связать изучаемое в вузе с тем, что усвоено в школе.

Для овладения математической символикой в курсе математического анализа следует после формулировки определения понятия записывать его символически. Например, определение предела последовательности, который равен числу a, можно записать так:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = a \iff \forall\varepsilon > 0\ \exists\, n_\varepsilon\ \forall\, n > n_\varepsilon : |x_n - a| < \varepsilon. (1)$$

Если предел равен $+\infty$, то запись выглядит следующим образом:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = +\infty \iff \forall\varepsilon > 0\ \exists\, n_\varepsilon\ \forall\, n > n_\varepsilon : x_n > \frac{1}{\varepsilon}. (2)$$

Студент должен уметь записать определение символически и правильно прочитать его.

Для оперирования абстракциями в разных ситуациях большое значение имеет обучение переводу информации с одного математического языка на другой. Например, студенты должны уметь дать геометрическую интерпретацию сформулированного определения или представить геометрически символическую запись (1). Если этого не достигается, то сущность понятия не усвоена, поэтому и оперирование им будет проходить формально, а студенту будет труднее справиться с более сложными содержательными задачами, относящимися к этому понятию. Последнее подтверждают результаты выполнения выпускниками заданий ЕГЭ, связанных с геометрическими представлениями производной и первообразной, которые свидетельствуют о недостаточной работе со школьниками по переводу информации с геометрического языка на естественный (и обратно) и раскрытию сущности изучаемых понятий.

Метод абстрагирования часто используется при решении текстовых (сюжетных) задач. Поэтому в педагогическом вузе этому типу задач следует уделять особое внимание при изучении всех математических дисциплин, так или иначе связанных со школьным курсом математики. Например, в нашем вузе в отдельную дисциплину выделена дисциплина по выбору «Экстремальные задачи в школьном курсе математики». Не секрет, что не только экстремальные, но и другие текстовые задачи всегда вызывали трудности не только у школьников, но и у студентов математических профилей. Как показывают практика работы в педагогическом вузе и результаты анализа материалов ЕГЭ последних лет, формирование умения решать текстовые задачи в школе не достигает достаточного уровня. Иногда выпускники при сдаче ЕГЭ даже не начинают решение таких задач и пропускают их.

Однако следует заметить, что умение решать текстовые задачи выступает как важнейший элемент развития умения обучающихся строить и использовать математические модели. Способность выполнять эти действия оказывает большое влияние на развитие математического мышления школьников и студентов.

При решении алгебраических текстовых задач необходимо правильно организовать поиск решения, используя специальную систему вопросов. Обычно учащимся задают вопросы типа: «Что дано в задаче?», «Что требуется найти?», «Что надо принять за неизвестное?» Эти вопросы могут быть, но они не должны быть первыми. Вначале учащиеся должны выяснить, какой процесс описан в задаче, сколько ситуаций рассматривается в ней, затем выявить основное отношение и записать формулу, выражающую зависимость данных величин. После этого необходимо установить, как из формулы выразить одну из величин через остальные величины, и лишь затем они могут ответить на указанные выше вопросы. Разные методические подходы к обучению школьников решению текстовых задач приведены в учебном пособии [5].

2. *Геометрический компонент*. Под геометрическим компонентом математических способностей мы понимаем: а) способность получать необходимую информацию из условия данной задачи путем ее анализа или дополнения с помощью построения рисунков, моделей фигур, мысленного представления; б) способность переводить задачу на геометрический язык и использовать наглядные образы при решении негеометрических задач, в частности алгебраических. Первая способность формируется и развивается в основном при решении геометрических задач (см., например, [6]). Действия, адекватные деятельности по развитию второй способности, можно формировать у студентов при решении алгебраических задач геометрическим методом. Наибольший эффект достигается при решении текстовых алгебраических задач геометрическим методом, предполагающим построение геометрической модели задачи и использование при решении законов геометрии. В качестве геометрических моделей алгебраических задач можно использовать одномерные и двумерные диаграммы, графики функций и другие геометрические фигуры [7]. Построенная геометрическая модель позволяет студентам или школьникам лучше воспринимать процесс, представленный в задаче, видеть иногда скрытые зависимости между величинами. Удерживая в памяти геометрическую модель, можно мысленно достраивать ее, анализировать, искать другие способы решения.

Использование геометрических представлений при решении алгебраических задач или задач математического анализа позволяет интегрировать алгебраический и геометрический методы и тем самым развивать в единстве понятийно-логическое и образное мышление. Данный подход на разных уровнях можно использовать как в школе, так и в вузе.

Для студентов – будущих педагогов в Мордовском государственном педагогическом университете им М.Е. Евсевьева, например, введена специальная дисциплина «Интеграция алгебраического и геометрического методов в обучении математике», которая ориентирована на формирование умений использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, на решение задач и доказательство теорем разными методами: алгебраическими и геометрическими. При этом развиваются такие способности мышления, как гибкость, изобретательность, стремление к рациональности решения.

Большую роль в формировании и развитии математических способностей учащихся играют эвристики. Использование эвристик в обучении математике, в частности при поиске решения задач, подробно описано в учебном пособии профессора Г.И. Саранцева [8].

3. *Логический компонент математических способностей*. В школе для развития этого компонента служит систематический курс геометрии с его определениями, теоремами и доказательствами. Однако вне геометрии школьники и студенты первых курсов испытывают трудности в проведении четких логических рассуждений. Это видно, прежде всего, при решении задач на применение принципа математической индукции, где требуется понимание точного смысла сложной логической конструкции, а также при решении некоторых олимпиадных задач, где требуется только умение уловить смысл вопроса и затем последовательно рассуждать.

В курсе математического анализа способность логического рассуждения развивается при доказательстве теорем методом от противного, теорем, выражающих необходимые условия, достаточные условия, необходимые и достаточные условия. В каждой части студенты должны выделить, что дано и что требуется доказать, а затем исходя из того, что дано, логически рассуждая и обосновывая каждый шаг, прийти к тому, что требуется [9].

Большое значение для развития логического мышления имеют переформулировка теоремы или формулировка обратной теоремы и проверка ее истинности, приведение примеров и контрпримеров к данным утверждениям, выполнение тестовых заданий типа: «Верно ли утверждение …» или «Можно ли утверждать, …» с обоснованием ответов, например:

1) Верно ли утверждение: «Если последовательность $\{x_n + y_n\}$ бесконечно большая, то одна из последовательностей $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ не ограничена». Ответ обосновать.

2) Может ли функция иметь экстремум в точке, в которой ее график имеет перегиб? Ответ обосновать.

3) Может ли функция, непрерывная на множестве M, принимать на этом множестве только два различных значения, если:

а) M – отрезок; б) $M = [-1; 2] \cup [4; 5]$; в) $M = [0; 1] \cup \{3\}$?

Большое влияние на развитие логических способностей студентов оказывает решение задач: поиск рационального способа решения, рассмотрение всех частных случаев, проведение доказательных рассуждений и т.д. Целесообразно предлагать для решения не только типовые, но и нестандартные, достаточно сложные содержательные задачи. В Мордовском государственном педагогическом университете им М.Е. Евсевьева с этой целью введены дисциплины по выбору «Решение задач повышенного уровня сложности» отдельно по алгебре, математическому анализу, геометрии. В школе такие задачи обычно решают в рамках факультативного курса или дополнительных занятий. Различные методы и приемы решения олимпиадных задач разного уровня сложности для учащихся 10–11-х классов представлены в работе Э.Н. Балаяна [10].

4. *Алгоритмический компонент математических способностей.* Развитие данного компонента у учащихся имеет сегодня особое значение в связи с широким применением компьютеров и компьютерной техники во всех видах деятельности человека. Использование компьютеров предполагает выполнение действий в строго определенной последовательности, т.е. алгоритмическую деятельность, поэтому формирование алгоритмического мышления обучающихся является одной из важных задач учителя в школе и преподавателя в вузе.

Алгоритмические (вычислительные) способности включают в себя: 1) способность выполнять последовательно тождественные преобразования или вычисления, применять известные алгоритмы и методы при решении конкретных задач; 2) способность представлять сложную задачу в виде системы элементарных действий; 3) способность применять к решению задачи аналитические методы: алгебраический, тригонометрический, векторный, методы дифференциального и интегрального исчислений.

Алгоритмы и алгоритмические схемы можно широко использовать при изучении математического анализа в педвузе. К таким алгоритмам относятся, например, следующие алгоритмы: исследование функции на непрерывность; составление касательной к кривой в данной точке; исследование функции на экстремум; нахождение наименьшего и наибольшего значений функции на отрезке (или интервале); решение текстовых задач на экстремум и т.д. Целесообразно давать студентам задания на составление алгоритма, его проверку и применение в решении задач определенного типа. Формирование таких умений в вузе позволит будущему учителю применять алгоритмы и алгоритмические схемы при обучении школьников математике и тем самым развивать у них алгоритмическое мышление.

Алгоритмические способности проявляются в умении оптимально преобразовывать сложные буквенные выражения, находить рациональные способы решения уравнений и неравенств, вычисления пределов и интегралов, площадей и объемов с помощью интеграла, особенно если эти способы не являются стандартными.

В курсе математического анализа многие задачи и упражнения допускают несколько методов (способов) решения. При решении задач разными методами развиваются гибкость, изобретательность мышления, формируются умения анализировать полученную информацию, интегрировать знания из разных разделов математики.

Для выбора рационального способа решения задачи следует учить студентов анализировать полученную информацию и лишь затем приступать к решению. Например, если надо вычислить предел функции, то сначала студент должен установить, имеется неопределенность или нет, если есть, то какого она вида, какие способы существуют для раскрытия этой неопределенности, какой из них наиболее оптимальный в данном случае и почему? Лишь после ответа на эти вопросы он может принимать решение о выборе того или иного метода. На практике обычно студент, не проведя анализ, сразу же пытается использовать тот или иной прием (метод) без его обоснования, и это часто приводит его к неудачам. Аналогичная ситуация бывает с решением задач на вычисление производных, интегралов, нахождение площадей и объемов с помощью интеграла, исследование рядов на сходимость и т.д.

При работе над развитием логических и алгоритмических способностей важно обучать школьников и студентов свертыванию процесса рассуждения, рекомендуя постепенно сокращать записи, особенно при вычислениях и тождественных преобразованиях. В результате из накапливающегося опыта и знания рождается *интуиция* – способность непосредственного постижения истины без предварительного логического рассуждения. Интуитивное «озарение» связано с подсознательным мышлением, имевшим место в таких великих открытиях, как периодический закон химических элементов Д.И. Менделеева, теория относительности А. Эйнштейна. Подчеркивая роль скорости мыслительной деятельности математика, В.А. Крутецкий писал: «Быстрота мыслительной работы как временная характеристика. Индивидуальный темп работы не имеет решающего значения. Математик может размышлять неторопливо, даже медленно, но очень обстоятельно и глубоко» [2]. Способность к такому мышлению является обязательным компонентом общей схемы математических способностей.

В последнее время значительно возросло количество проводимых математических олимпиад разного уровня. О связи решения задач с математическими способностями писал еще Б.В. Гнеденко: «Велико значение математических олимпиад, но в развитии математических интересов школьников они играют все же ограниченную роль. Они развивают преимущественно лишь умение решать нестандартные задачи. Математические же способности могут проявляться не только в этом… Неудачи в олимпиадах вовсе не означают отсутствия математического таланта…» [3, с. 67]. Большую роль здесь играют работоспособное подсознание, постоянный настрой на работу в любых условиях.

Наряду с особенностями умственной деятельности обучающихся следует выделить и некоторые их личностные качества, которые влияют на развитие математических способностей, например: энергичность, уравновешенность, работоспособность, волю, терпение, умение сосредоточиться, а также интуицию.

Исключительная роль в развитии математических способностей принадлежит *математическому мышлению*, основные черты которого выделил А.Я. Хинчин (1961): 1) доминирование логической схемы рассуждения; 2) лаконизм (стремление находить кратчайший путь к цели); 3) четкая расчлененность хода рассуждения; 4) точность (каждый математический символ имеет строго определенное значение). Систематическое развитие математического мышления напрямую влияет на развитие математических способностей, а последние ведут к развитию математической культуры обучающихся.

В обучении математике необходимо учитывать стиль мышления обучающегося. Согласно открытиям в области физиологии, у одних людей больше развито левое полушарие головного мозга, поэтому преобладает логико-вербальный тип мышления, а у других больше развито правое полушарие, отвечающее за пространственно-образное мышление. Между разными типами мышления нет четких границ, и они оба присутствуют у человека одновременно. Поэтому выявление и развитие преобладающего стиля мышления учащегося являются одной из задач преподавателя в процессе обучения математике.

Перечисленные выше личностные качества характера, а также компоненты математических способностей необходимо развивать не только у школьников, но и у студентов вуза. Линия на развитие математических способностей студентов в процессе обучения неразрывно связана с принципами отбора содержания математического образования в педагогическом вузе. В условиях модернизации высшего образования и сокращения количества часов на фундаментальные дисциплины отбор содержания становится особенно актуальным. При этом основными являются следующие принципы: 1) оптимального сочетания фундаментальности и профессиональной направленности; 2) научности и связи теории с практикой (содержание должно соответствовать уровню современной науки; при этом теоретические знания не должны оставаться для студента абстрактными); 3) доступности (обучение в вузе часто происходит по схеме «от общего к частному», или иначе: *формулировка теоремы* → *доказательство* → *иллюстративный пример*; для лучшего понимания необходима другая последовательность: *частный пример* → *формулировка теоремы* → *доказательство*); 4) непрерывности и преемственности (содержание должно учитывать знания, умения и навыки, полученные студентами при изучении других дисциплин, и быть востребованным в обучении); 5) системности (содержание должно обеспечивать не только фундаментальность подготовки, но и способность студента оперировать как теоретическими понятиями, так и практическими способами деятельности); 6) организации (содержание должно быть логически организовано и оптимизировано по времени и количеству информации).

Таким образом, проектируемая система отбора содержания направлена на усиление фундаментальной составляющей математической подготовки, а также на развитие умений и навыков использования полученных знаний в будущей профессиональной деятельности.

Заключение

Исследование показало, что математические способности имеют достаточно сложную структуру, которая продолжает совершенствоваться и уточняться. Чаще всего речь идет о математических способностях школьников, а не студентов. Уровень развития математических способностей зависит от скорости, глубины и прочности усвоения математического материала. Особенно ярко эти характеристики могут проявляться в процессе решения задач. Наличие хотя бы одной из них у учащегося свидетельствует о существовании у него математических способностей. Математические дисциплины, изучаемые студентами педагогического вуза, дают возможность развивать все рассмотренные выше компоненты математических способностей (способность абстрагирования, геометрическое воображение, логический и алгоритмический компоненты). Необходимо только учитывать принципы отбора содержания, умело структурировать и грамотно преобразовывать научные знания в учебный материал.

Реализация преемственности в развитии математических способностей школьников и студентов математических профилей педагогического направления может осуществляться посредством специально подобранных задач и упражнений, направленных на развитие как отдельных компонентов, так и всей совокупности в целом, а также в процессе изучения отдельных дисциплин по выбору, непосредственно устанавливающих связь школьного курса математики и математических дисциплин, изучаемых в вузе. К основным методическим принципам работы по развитию математических способностей школьников и студентов относятся: 1) принцип их активной самостоятельной деятельности; 2) принцип индивидуальности; 3) принцип систематического развития отдельных компонентов математических способностей и их совокупности; 4) принцип соревнования и т.д.

Исследование выполнено в рамках гранта на проведение научно-исследовательских работ по приоритетным направлениям научной деятельности вузов – партнеров по сетевому взаимодействию (Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет и Мордовский государственный педагогический университет имени М.Е. Евсевьева) по теме «Реализация преемственности в развитии математических способностей школьников и студентов вуза математических профилей педагогического направления».

Список литературы

1. Колмогоров А.Н. О профессии математика. 3-е изд. М.: Изд-во МГУ, 1960. 60 с.
2. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. М.:

Просвещение, 1968. 432 с.

3. Метельский Н.В. Пути совершенствования обучения математике. Проблемы современной методики математики. Минск: Университетское, 1989. 160 с.

4. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки). [Электронный ресурс]. URL: http://www.osu.ru/docs/fgos/vo3++/44.03.05_Pedagog_obr_2_profilya.pdf (дата обращения: 20.10.2020).

5. Капкаева Л.С. Теория и методика обучения математике: частная методика. В 2 ч. Часть 1: учебное пособие для. М.: Издательство Юрайт, 2017. 264 с.

6. Далингер В.А. Методика обучения стереометрии посредством решения задач: учебное пособие для академического бакалавриата. М.: Издательство Юрайт, 2017. 370 с.

7. Капкаева Л.С. Геометрический метод как средство организации поисковой деятельности школьников в процессе решения алгебраических задач // Современные проблемы науки и образования. 2018. № 6. [Электронный ресурс]. URL: http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=28336 (дата обращения: 20.10.2020).

8. Саранцев Г.И. Методика обучения математике: методология и теория: учебное пособие для студентов бакалавриата высших учебных заведений по направлению «Педагогическое образование» (профиль Математика). Казань: Центр инновационных технологий, 2012. 292 с.

9. Кытманов А.М. Математический анализ: учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2014. 607 с.

10. Балаян Э.Н. Лучшие олимпиадные задачи по математике: 10-11 классы. Ростов н/Д: Феникс, 2019. 232 с.