

УДК 378.14

## МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ НА ПРИМЕРЕ ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЛИНИИ

Алмазова Т.А., Громова Н.О.

*ФГБОУ ВО «Калужский государственный университет имени К.Э. Циолковского», Калуга, e-mail: rector@kspu.kaluga.ru*

В настоящее время проблема качества подготовки будущих учителей математики является весьма актуальной, что подтверждается большим интересом к обозначенной проблеме со стороны научного сообщества. В статье подробно описывают опыт подготовки студентов, обучающихся по направлению «педагогическое образование», к будущей профессиональной деятельности в области преподавания математики. Методические аспекты подготовки рассмотрены с позиции теоретической и методической составляющих такой подготовки в вузе. Обозначены базовые учебные дисциплины такой подготовки, рассматриваются различные методы, приемы, формы работы со студентами при организации работы по изучению дисциплин каждой из указанных составляющих. На примере содержания вероятностно-статистической линии школьного курса математики описываются типы заданий, направленных на формирование у студентов компетенций в сфере применения современных методик работы над компонентами математического содержания. Также предлагаются задания, связанные с разработкой технологической карты современного урока математики, созданием исследовательских работ для школьников, конструированием системы задач к уроку, отбором содержания для реализации профильной направленности в процессе изучения математики, применением технологии проектной деятельности. Каждый вид заданий подкрепляется конкретными примерами, вопросами, материалами для работы студентов.

Ключевые слова: вероятностно-статистическая линия, методика обучения математике, методика работы над компонентами математического содержания, теоретическая и методическая составляющие подготовки.

## METHODOLOGICAL ASPECTS OF TRAINING FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS ON THE EXAMPLE OF THE PROBABILISTIC-STATISTICAL LINE

Almazova T.A., Gromova N.O.

*Kaluga State University named after K.E. Tsiolkovsky, Kaluga, e-mail: rector@kspu.kaluga.ru*

Currently, the problem of the quality of training of future teachers of mathematics is very relevant, which is confirmed by the great interest in this problem on the part of the scientific community. The article describes in detail the experience of preparing students studying in the direction of "pedagogical education" for future professional activities in the field of teaching mathematics. Methodological aspects of training are considered from the perspective of the theoretical and methodological components of such training in higher Education. The basic academic disciplines of such training are identified, various methods, techniques, and forms of work with students are considered when organizing work on the study of the disciplines of each of these components. On the example of the content of the probabilistic-statistical line of the school mathematics course, the types of tasks aimed at developing students' competencies in the field of applying modern methods of working on the components of mathematical content are described. Also available tasks associated with the development of technological maps of a modern mathematics lesson, the creation of research papers for students, designing a system of goals to the lesson, selection of content for the realization of professional orientation in the process of learning mathematics, technology design activities. Each type of task is supported by specific examples, questions, and materials for students' work.

Keywords: probabilistic and statistical line, methods of teaching mathematics, methods of working on the components of mathematical content, theoretical and methodological components of training.

Формирование профессиональных компетенций студентов педагогических направлений подготовки, и в частности будущих учителей математики, является многоаспектной задачей, успешность решения которой во многом зависит как от содержания и методических особенностей изучения дисциплин профильной направленности в вузе, так и от логически грамотно и целостно выстроенных междисциплинарных связей, позволяющих

комплексно и с позиции системного подхода подойти к решению поставленной задачи. Работа в данном направлении является весьма актуальной еще и потому, что в современной дидактике и методике обучения различным дисциплинам появляются новые педагогические технологии (проектное обучение, дистанционное обучение), новые инструментарии (программные продукты, образовательные платформы), которые влекут за собой трансформацию и модернизацию существующих на сегодняшний момент методов и приемов обучения. В связи с этим «процесс профессионального становления будущих учителей требует усиления эффективности профессионально-математической и методической подготовки учителя математики в системе высшего педагогического образования» [1, с. 99]. Актуальность проблемы качественной подготовки будущих учителей математики в настоящее время подтверждается исследованиями В.А. Далингера, О.А. Саввиной, М.Б. Шашкиной, О.А. Табиновой [2; 3, с. 33; 4].

Обобщая результаты многолетнего опыта работы в данном направлении, удалось выделить ряд методических аспектов по формированию профессиональных компетенций будущих учителей математики и подготовке к профессиональной деятельности. На примере материала вероятностно-статистической линии опишем основные этапы, их содержание и методические особенности такой подготовки в вузе.

Цель исследования: обобщение и систематизация методических аспектов подготовки будущих учителей математики на примере материала вероятностно-статистической линии.

Задачи исследования:

- определение содержания теоретической составляющей подготовки будущих учителей математики на примере материала вероятностно-статистической линии;
- определение содержания методической составляющей подготовки будущих учителей математики на примере материала вероятностно-статистической линии;
- разработка системы заданий, направленных на реализацию методической составляющей подготовки будущих учителей математики на примере материала вероятностно-статистической линии.

### **Материал и методы исследования**

#### *1. Теоретическая составляющая подготовки*

##### *Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика»*

В соответствии с ФГОС основного общего образования и среднего общего образования [5, с. 12-14; 6, с. 16] базовые представления о стохастике у учащихся должны закладываться уже в основной школе. В старшей школе происходит углубление и расширение имеющихся знаний школьников, также у них формируются новые умения и навыки по решению задач в области теории вероятности и математической статистики. В

связи с этим, организуя работу по изучению дисциплин математического цикла в вузе в целом, и по изучению дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» в частности, на начальном этапе их изучения целесообразно акцентировать внимание студентов на актуализации и систематизации имеющихся у них знаний, наполнении этих знаний новым смыслом, обосновании и доказательстве фактов, известных из школьного курса. Например, понятие «вероятность события» изучается в вузе как с точки зрения классического подхода к его определению, так и используя геометрический и статистический подходы. Важно, чтобы у студентов сформировалось четкое представление об этих подходах и сферах их применения, так как эти знания, как теоретическая база, им необходимы в будущей профессиональной деятельности, а на этапе методической подготовки в вузе представляют собой неотъемлемую часть такой подготовки. Аналогичные примеры можно привести применительно практически к каждому разделу дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика». Кроме того, изучая раздел, связанный с проверкой статистических гипотез, будущие учителя математики получают теоретическую базу для проведения различных учебных исследований, осуществления научной работы и для оценки и правильной интерпретации результатов педагогических экспериментов, проводимых как в процессе обучения, так и необходимых в будущей профессиональной деятельности. Таким образом, изучая данную дисциплину, студенты плотно работают с математическим аппаратом, необходимым для решения теоретических и прикладных задач, которые могут быть использованы в процессе преподавания математики в школе, изучают статистические методы исследования прикладных вопросов.

*Дисциплина «Методика обучения математики» (общая методика)*

В процессе изучения данной дисциплины у студентов должно сформироваться представление об основных компонентах, которые изучаются в школьном курсе математики (понятие, теорема, правило/алгоритм, задача), и этапах, используемых при организации методики работы над этими компонентами. Общепринятые для всех тем математики методические подходы к организации работы над компонентами в дальнейшем будут использованы при обучении студентов частной методике. Наряду с методикой работы над компонентами математического содержания на данном этапе обучения формируются представления студентов о современном уроке математики: об основных этапах урока, их назначении, видах, формах и приемах учебной деятельности, используемых на каждом из этапов, о способах проектирования и оформления урока (технологическая карта урока). Здесь же закладывается первое представление студентов о содержательно-методических линиях школьного курса математики. Таким образом, можно сделать вывод, что по завершении изучения первого раздела (общая методика) дисциплины «Методика обучения

математики» у студентов должна быть сформирована теоретическая база, которая наряду со знаниями, полученными в процессе изучения дисциплин математического цикла, представляет основу для их методической подготовки.

## *2. Методическая составляющая подготовки*

### *Дисциплина «Методика обучения математике» (частная методика)*

Методика работы по изучению вероятностно-статистической линии, как и других содержательно-методических линий, начинается с определения места, роли, значения этого материала в школьном курсе математики. На данном этапе студенты изучают ФГОС основного общего и среднего общего образования, анализируют учебно-методические комплекты из федерального перечня учебников, актуального для данного учебного года, на предмет изложения в них основных вопросов вероятностно-статистической линии и соответствия содержания учебников требованиям ФГОС.

Так как в процессе изучения вероятностно-статистической линии школьники сталкиваются с множеством новых понятий, правил и формул, схем для рассуждения, то будущие учителя математики должны научиться организовать педагогический процесс таким образом, чтобы одновременно заинтересовывать, мотивировать учеников, развивать их мыслительные операции, обязательно учитывая тот факт, что материал вероятностно-статистической линии позволяет широко демонстрировать практическое применение математики [7, с. 1; 8, с. 48; 9, с. 33]. В связи с этим очень важно научить студентов отбирать учебный материал для организации методики работы над основными компонентами линии. В процессе изучения дисциплины «Методика обучения математике» (частная методика) они должны научиться подбирать учебный материал для проведения наблюдений, опытов, экспериментов, методически грамотно использовать задачи с практическим содержанием, исторические факты и т.д., которые могут быть использованы на этапе мотивации, подготовки к введению и других этапах методики работы над компонентами линии. Вместе с тем у студентов необходимо сформировать навыки по конструированию систем задач, направленных на формирование умений по применению изученных школьниками компонентов и организации контроля по теме.

Для развития соответствующих навыков студентам могут быть предложены задания следующих видов.

1. Поиск и отбор учебного материала для реализации конкретного этапа методики работы над каким-либо компонентом вероятностно-статистической линии. Например, задания могут быть сформулированы следующим образом: «Подобрать необходимый материал и предложить несколько вариантов осуществления мотивационного этапа работы над изучением теоремы сложения вероятностей, обосновать выбор учебного материала для

проведения этапа мотивации», «Определите, какие из предложенных вам задач наиболее подходят для реализации мотивационного этапа изучения понятия "математическое ожидание" с точки зрения практической направленности содержания».

Задачи:

1) Найти математическое ожидание дискретной случайной величины  $X$ , заданной законом распределения:

Таблица 1

Закон распределения дискретной случайной величины

|   |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|
| X | -4  | 6   | 10  |
| P | 0,2 | 0,3 | 0,5 |

2) Вероятность того, что растение, посаженное на дачном участке, приживется в течение первого года посадки - 0,1. Сколько в среднем растений из трех посаженных приживется в течение первого года?

3) Сделано два высокорисковых инвестирования денег: 100 тыс. руб. – в компанию А и 200 тыс. руб. в компанию В. Компания А обещает прибыль 10% ежемесячно, но может стать банкротом с вероятностью 40%, компания В обещает прибыль 20% в месяц, но может стать банкротом с вероятностью 30%. Определить среднее значение общей прибыли (убытка) от вложения денежных средств в обе компании и т.д.

2. Разработка методики работы над компонентами вероятностно-статистической линии. Например, задания могут быть сформулированы следующим образом: «Разработайте методику работы по изучению формулы умножения вероятностей независимых событий».

3. Конструирование системы задач к уроку в целом или для организации контроля по теме. Для старшей школы специфика таких заданий может заключаться в том, что задачи подбираются с учетом профиля. Задания могут быть сформулированы следующим образом: «Разработать систему задач профильной направленности для изучения понятия "математическое ожидание" в классах социально-экономического профиля (физико-математического, медико-биологического и т.д.)», «Из предложенных вам задач по заданной теме отобрать задачи, раскрывающие специфику профиля обучения, и выстроить их по мере сложности», «Для данной математической модели (например, числового ряда или вариационного ряда) составить задачу для учащихся различных профилей. Дать интерпретацию характеристикам модели с учетом профиля» [10, с. 126].

Следует заметить, что материал вероятностно-статистической линии дает широкие возможности для организации и проведения учебных исследований, которые могут быть организованы в форме опытов, экспериментов, самостоятельных работ исследовательского

характера и т.д. [11, с. 263; 12, с. 355]. Будущие учителя математики должны учиться составлять работы исследовательского характера, понимать их роль и значение в учебном процессе, уметь с помощью правильно выстроенной системы заданий подвести учеников к нужному на конкретном уроке выводу.

Для формирования вышеуказанных навыков на первом этапе обучения студентов конструированию учебных исследований целесообразно предложить задания, направленные на анализ готовых методических разработок.

4. Анализ готового учебно-методического материала с целью подготовки к дальнейшему конструированию учебных исследований.

4.1 Проанализируйте тему, цель, этапы выполнения и форму фиксации результатов готовой исследовательской работы и ответьте на представленные ниже вопросы.

*Исследовательская работа «Формула для вычисления количества комбинаций перестановок для повторений».*

Цель работы: открытие учащимися формулы для вычисления числа перестановок без повторения.

#### Этапы выполнения

1. Экспериментальным путем, используя набор готовых разноцветных шаров (вырезанные из разноцветной бумаги шары или их изображения), выяснить, сколько существует способов выложить ряд из двух разноцветных шаров. Результат записать в таблицу.

2. Прodelать аналогичную работу для трех и четырех разноцветных шаров. Результаты записать в таблицу.

3. Для каждого из опытов построить дерево вариантов. Результаты занести в таблицу, в которой необходимо указать количество вариантов выбора шаров на первое место в ряду, второе и т.д.

4. Проанализировать полученные данные, сравнить количество способов с количеством вариантов выбора. Выяснить, с помощью какого правила комбинаторики можно получить такой же результат.

5. Сделать предположение о том, как посчитать количество перестановок для  $n$  шаров.

6. Выдвинуть гипотезу о том, как записать формулу подсчета перестановок для любого количества объектов.

Таблица 2

#### Форма фиксации результатов

| Количество шаров | Количество способов | Количество вариантов |
|------------------|---------------------|----------------------|
|------------------|---------------------|----------------------|

|   | выкладывания ряда | выбора шаров на первое место, второе и т.д. (указать через запятую) |
|---|-------------------|---|
| 2 |                   |   |
| 3 |                   |   |
| 4 |                   |   |
| n |                   |   |

### Вопросы для студентов

1. Соответствует ли цель работы ее названию?
2. Позволяет ли выполнение этапов работы реализовать ее цель?
3. На каком этапе методики работы может быть использован данный учебно-методический материал?

4.2 Проанализируйте фрагмент учебного исследования (опыта, эксперимента), содержащий описание хода работы (этапов работы), определите цели данной работы. Для изучения какого компонента и на каком этапе может быть использован этот материал? Для учащихся каких классов он может быть использован?

На следующем этапе обучения студентам предлагается самостоятельно разработать методический материал для проведения учебного исследования. И здесь студентам могут быть предложены задачи следующих видов.

5. Самостоятельная разработка студентами учебных исследований. Задания могут быть сформулированы следующим образом: «Разработать и описать серию опытов, направленных на получение существенных признаков понятия "равновозможность исходов"», «Разработать и описать методику работы по проведению самостоятельной работы исследовательского характера, направленной на открытие учащимися формулы подсчета математического ожидания».

6. Изучение цифровых образовательных ресурсов (виртуальных лабораторий, графических редакторов, образовательных платформ и т.д.) и определение возможностей их использования для организации методики работы по изучению основных компонентов вероятностно-статистической линии.

7. Изучение готовых методических разработок, для проведения которых используются цифровые образовательные ресурсы (ЦОР). Самостоятельная разработка студентами методических материалов для проведения учебных исследований на базе изученных ЦОР.

Наряду с обучением студентов конструированию методики работы над компонентами математического содержания необходимо формировать навыки проектирования

современных уроков математики различных типов и видов. Студенты должны понимать назначение каждого этапа урока, какие формы и приемы учебной деятельности целесообразно использовать на каждом из этапов и как методика работы над компонентами математического содержания встраивается в структуру урока, каким образом можно использовать цифровые образовательные ресурсы при проведении современного урока математики. В работах [11, с. 264; 12, с. 237] нами были описаны примеры использования виртуальных лабораторий, программных продуктов при изучении вероятностно-статистической линии.

Далее студентам предлагаются задания по разработке как отдельных этапов (фрагментов) урока математики по заданной теме, так и целостного урока, представленного в форме конспекта или проспекта.

8. Конструирование уроков различных типов и видов. Задания для студентов: «Разработайте конспект урока изучения нового материала по теме "Сочетания"».

*Дисциплина «Современные технологии преподавания математики»*

*В процессе изучения этой дисциплины* в вузе студенты получают углубленные знания и навыки для успешной профессиональной деятельности на основе:

- формирования представлений о современных направлениях развития школьного математического образования, связанных с его личностной ориентацией и дифференциацией, реализацией развивающей функции обучения в контексте деятельностного, компетентностного и технологического подходов к построению учебного процесса;

- формирования знаний об инновационных технологиях обучения, отличительных признаках традиционного и инновационного обучения математике, основных тенденциях и моделях овладения студентами методикой построения учебного процесса для реализации современных технологий обучения математике;

- формирования умения исследовательской педагогической деятельности, опыта использования некоторых инновационных технологий в процессе обучения математике;

- развития личностных и интеллектуальных качеств студентов, необходимых для реализации основных видов профессиональной деятельности учителя математики.

В качестве примера опишем этапы обучения будущих учителей математики использованию проектной деятельности при изучении вероятностно-статистической линии.

1. Изучение теоретических основ проектной деятельности как педагогической технологии.

2. Изучение готовых тематических проектов. Задания для студентов: «Изучить предложенный вам проект и ответить на вопросы».

Пример проекта для изучения.

Тема проекта: «Теория вероятностей и математическая статистика в настольном теннисе».

Профиль: проект может быть адаптирован для любого профиля.

*Содержание проекта.* Перед учениками стоит задача проведения разностороннего исследования, направленного на оценку спортивных результатов средствами математической статистики.

*Количество человек в проекте:* 3-4.

*Сроки реализации:* 3-5 месяцев.

*Задание для выполнения проекта*

На базе теннисного клуба (или школы, если есть такая возможность) произвести выборку теннисистов для проведения статистического исследования.

Провести анализ результативности каждого игрока выборки за последний месяц; определение относительной и абсолютной частот выигрыша партии для каждого игрока; анализ и сравнение результатов игроков при проведении игр до двух побед и до трех; построение графика зависимости количества партий, сыгранных «на балансе», от относительной частоты побед игрока; составление таблицы для каждого игрока: выборки с данными о количестве сыгранных партий, количество выигрышных «на балансе», количестве проигранных «на балансе», количестве выигрышных и проигранных не «на балансе», определение абсолютной и относительной частот каждого события; построение гистограммы частот, показывающей зависимость выигрыша партии игроком от того, кто совершал первую подачу – игрок или его соперник; построение графика зависимости рейтинга игрока по ТТW (одна из самых распространенных систем оценки среди любителей настольного тенниса, расчетная формула прилагается в литературе к проекту) и относительной частоты выигрыша; оценить вероятность нескольких игроков выборки выиграть партию на основе количества их побед за несколько месяцев; определить зависимость между количеством непрерывной чеканки мяча (чеканка осуществляется с использованием теннисной ракетки) и относительной частотой выигрыша; найти количество вариантов формирования пар и четверок игроков; оценить вероятность выиграть партию для нескольких пар игроков (задание представлено в описательной форме, а не в форме четкого инструктажа).

*Продукт проекта:* систематизированные данные и выводы по каждому игроку; на основе анализа и интерпретации полученных данных - информация о результативности сформированных пар и четверок игроков.

*Модификации проекта.* Возможно одновременное выполнение проекта несколькими группами, но на разных выборках, например выборка взрослых спортсменов из разных спортивных клубов. Тогда будет возможен сравнительный анализ результатов двух проектов.

#### Вопросы студентам

- 1) Каким является проект по срокам его выполнения: краткосрочным, среднесрочным или долгосрочным?
- 2) Каким является проект, монодисциплинарным или междисциплинарным?
- 3) Для школьников какой возрастной категории он может быть использован?
- 4) Отвечает ли проект требованиям, предъявляемым к разработке учебных проектов?

3. Разработка содержания проекта по известной тематике. Задания студентам: «По данной вам теме проекта, например "Статистика в доказательной медицине", разработать материал для его реализации (содержание проекта, сроки выполнения, задание и т.д.)».

4. Самостоятельная подборка тем проектов и учебного материала для выполнения проектов. Задания студентам: «Разработать тематику учебных проектов для учащихся различных профилей к разделу "Комбинаторика. Определение вероятности", "Элементы математической статистики"» и т.д.

#### **Результаты исследования**

В процессе исследования, по результатам опыта работы со студентами, удалось систематизировать и описать теоретическую и методическую составляющие подготовки будущих учителей математики. Описать виды заданий, предлагаемых студентам, в процессе методической подготовки, этапы работы по формированию навыков использования проектной деятельности, показать особенности такой подготовки на примере содержания вероятностно-статистической линии.

#### **Заключение**

Таким образом, на примере материала вероятностно-статистической линии были проиллюстрированы методические аспекты подготовки будущих учителей математики. Представленный в статье материал был апробирован и активно используется при подготовке студентов Калужского государственного университета им. К.Э. Циолковского, обучающихся по профилю 44.03.05 «Педагогическое образование» (с двумя профилями подготовки), направление подготовки «Физика и математика».

## Список литературы

1. Торогельдиева К.М. Некоторые аспекты эффективной подготовки будущих учителей математиков // Молодой ученый. 2017. № 4.1 (138.1). С. 98-100.
2. Далингер В.А. Подготовка учителей математики в условиях новых государственных стандартов по направлению «Педагогическое образование», профиль «Математическое образование» // Современные проблемы науки и образования. 2017. № 1. [Электронный ресурс]. URL: <http://science-education.ru/ru/article/view?id=26089> (дата обращения: 10.11.2020).
3. Саввина О.А. Размышления над ФГОС, или Нужно ли современному учителю математики уметь складывать дроби? // Математическое образование сегодня и завтра: материалы Международной конференции (Москва, 28-29 ноября 2013 г.). / Сост. С.Л. Атанасян. М.: Изд-во ГАОУ ВПО «Московский институт открытого образования», 2014. С 33-36.
4. Шашкина М.Б., Табинова О.А. О качестве математической подготовки в школе и вузе // Математика в школе. 2014. № 1. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.kspu.ru/upload/documents/2015/04/09/f0e267e6e65c9105876b70d8482eb17d/shashkina-mb-tabinova-oao-kachestve-matematicheskoy-podgotovki-v-shkole-i-vuzema.pdf> (дата обращения: 23.11.2020).
5. ФГОС основного общего образования. [Электронный ресурс]. URL: <https://fgos.ru/> (дата обращения: 23.11.2020).
6. ФГОС среднего общего образования. [Электронный ресурс]. <https://fgos.ru/> (дата обращения: 23.11.2020).
7. Полякова Т.А., Ширшова Т.А. Значение стохастической линии в формировании представлений учащихся о прикладных возможностях математики // Научно-методический электронный журнал «Концепт». 2016. № 5. [Электронный ресурс]. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/znachenie-stohasticheskoy-linii-v-formirovanii-predstavleniy-uchaschihsya-o-prikladnyh-vozmozhnostyah-matematiki>(дата обращения: 20.11.2020).
8. Полякова Т.А., Ширшова Т.А. Особенности преподавания вероятностно-статистической линии в классах естественнонаучного профиля // Омский научный вестник. 2007. № 2. С. 48-51.
9. Щербатых С.В. Особенности реализации профессионально-прикладной направленности обучения стохастике в условиях профилизации общеобразовательной школы // Наука и школа. 2009. № 6. С.33-35.

10. Алмазова Т.А., Громова Н.О. Методические особенности изучения элементов вероятностно-статистической линии в классах различных профилей // Вестник Калужского университета. 2020. № 3. С. 125-130.
11. Алмазова Т.А., Громова Н.О. Организация исследовательской деятельности учащихся при изучении вероятностно-статистической линии в школьном курсе математики // Научные труды Калужского государственного университета имени К.Э. Циолковского. Сер. «Естественные науки». 2018. С. 262-270.
12. Алмазова Т.А., Громова Н.О. Организация исследовательской деятельности обучающихся при изучении элементов теории вероятности // Научные труды Калужского государственного университета имени К.Э. Циолковского. Сер. «Естественные науки». 2019. С. 354-360.